

1.5 Mécanismes physiques de la coupe

1.5.1 La coupe orthogonale

Les opérations d'usinage modernes sont généralement réalisées dans des directions ou des trajectoires multi-axiales, avec des outils possédant des géométries d'arêtes de coupe très complexes. Mais on retrouve les principaux mécanismes physiques régissant la coupe et la formation du copeau dans la configuration de coupe la plus simple, la coupe orthogonale qui consiste à utiliser un outil à arête tranchante rectiligne positionné perpendiculairement à la direction d'arrivée de la matière.

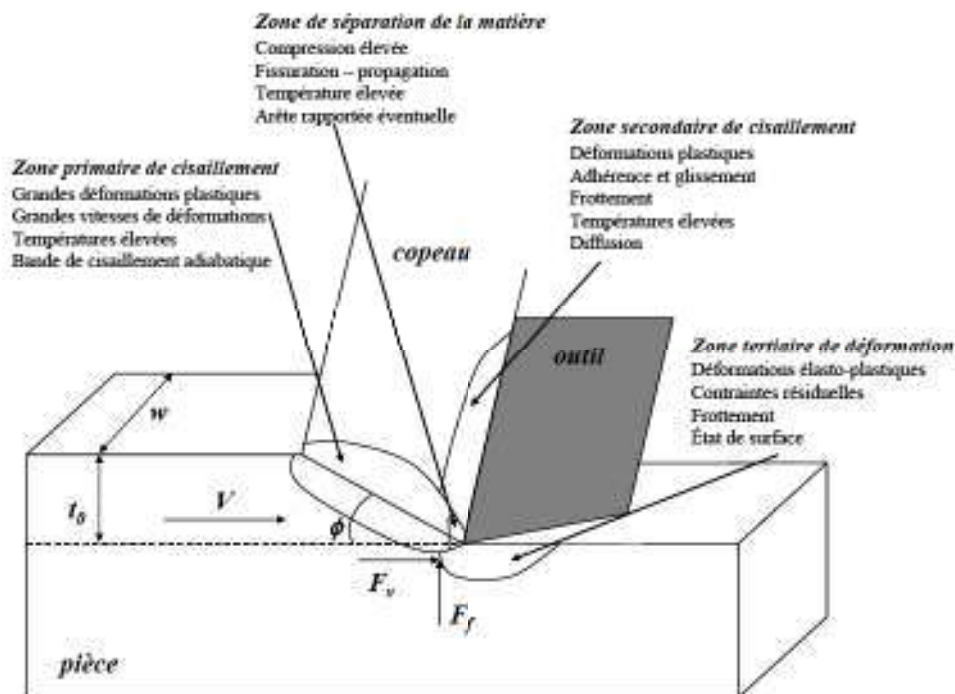


FIG. 1.14 – Formation du copeau en coupe orthogonale avec ses zones de déformation [6][7]

Dans cette configuration, le copeau se sépare de la pièce le long de l'arête de coupe et forme une nouvelle surface couramment nommée surface usinée (voir figure 1.14). On définit sur la figure la largeur de coupe w , l'épaisseur de copeau non déformé notée t_0 , et la vitesse de coupe V qui correspond à la vitesse avec laquelle la matière rencontre l'outil.

La coupe orthogonale repose sur les principales hypothèses suivantes :

- L'arête de coupe est rectiligne et orthogonale à la direction de la vitesse de coupe.
- La coupe est supposée uniforme le long de l'arête.

- La largeur de coupe w est grande devant l'épaisseur du copeau non déformé t_0 .

La coupe orthogonale suppose donc que le copeau se forme en déformation plane, avec les surfaces latérales de la pièce et du copeau libres. Les efforts appliqués par la matière sur l'outil se décomposent uniquement dans deux directions, celle de coupe (direction de l'arête de coupe) et celle d'avance (direction perpendiculaire à l'arête de coupe et à la vitesse de coupe). Ils sont notés habituellement F_c et F_f . Comme l'illustre la figure 1.14, quatre zones de déformations sont classiquement considérées en coupe orthogonale.

Une zone primaire de cisaillement où le copeau se forme par cisaillement intense le long d'une bande inclinée d'un angle de cisaillement ϕ par rapport à la direction de coupe. Les sollicitations mécaniques, les vitesses de déformation (10^4 à 10^6 s^{-1}) et les températures (400 à 600°C dans les métaux) y sont sévères.[5] Les déformations sont très importantes de l'ordre de 200% et la dissipation sous forme de chaleur est significative.

Dans la zone secondaire de cisaillement, le copeau est maintenant formé, il s'appuie et se déplace le long de la face de coupe de l'outil. Le frottement généré et la déformation plastique produite sur la face de coupe provoquent un échauffement pouvant générer des températures parfois supérieures à 1000°C dans les métaux.

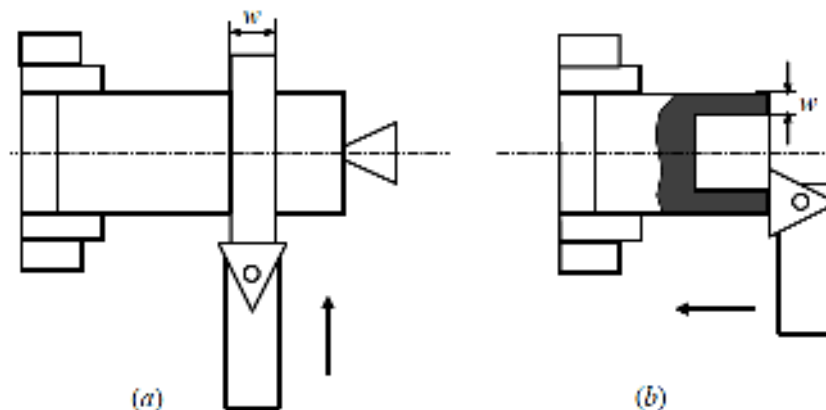


FIG. 1.15 – Exemples de configurations expérimentales de coupe orthogonale. (a) usinage d'un disque avec une avance radiale de l'outil. (b) usinage d'un tube avec une avance axiale de l'outil.

Dans la troisième zone communément appelée zone tertiaire de déformation, le passage de l'outil, le frottement de la face de dépouille et les stigmates de la formation du copeau font apparaître de nouvelles zones de déformation où l'apparition de contraintes résiduelles et d'éventuelles transformations métallurgiques sont constatées en surface de la pièce usinée.

Dans la dernière zone, la zone de fissuration de la matière, la pointe de l'outil joue un rôle très important. Très localement une compression très élevée suivi d'une fissuration de la matière et de très hautes températures sont observées. Dans certains cas une arête rapportée peut se former sur la face de coupe de l'outil.

Du point de vue expérimental, les conditions de la coupe orthogonale sur un tour peuvent être obtenues dans deux configurations de coupe simples. L'usinage d'un disque (la largeur de coupe w est associée à l'épaisseur du disque, l'avance de l'outil est radiale figure 1.15 (a)) ou l'usinage d'un tube (la largeur de coupe w est associée à l'épaisseur du tube, l'avance de l'outil est axiale figure 1.15 (b)). Dans la deuxième solution, la vitesse n'est pas uniforme le long de l'arête, mais si l'on choisit l'épaisseur w du tube faible devant le rayon du tube alors la variation de vitesse est négligeable.

Le mécanisme physique de la coupe est un processus thermomécanique complexe où interviennent différents phénomènes concomitants ou concurrents, comme les frottements aux différentes interfaces, les sollicitations mécaniques, les déformations élasto-visco-plastiques, et les phénomènes thermiques générés, transférés ou dissipés. La coupe orthogonale est du point de vue scientifique, un cas d'école qui permet de poser les bases bidimensionnelles de la compréhension des phénomènes présents lors de la coupe. Mais en pratique, elle n'intervient pas dans les procédés industriels, qui eux utilisent plutôt la coupe oblique l'extension tridimensionnelle directe de la coupe orthogonale, obtenue en imposant un angle entre l'arête de coupe et la direction de coupe.

1.5.2 La coupe oblique

La coupe oblique consiste à imposer un angle λ_s entre l'arête de coupe et la normale à la direction de coupe. (voir figure 1.16) Cet angle est appelé angle d'inclinaison d'arête. La coupe oblique est tridimensionnelle, la résultante des efforts appliqués par la matière sur l'outil possède donc trois composantes :

- L'effort de coupe F_v suivant la direction de coupe,
- L'effort d'avance F_f suivant la direction d'avance,
- L'effort radial F_r perpendiculaire aux précédentes composantes.

En coupe orthogonale, le copeau s'écoulait le long de la face de coupe de l'outil orthogonalement à l'arête de coupe. Alors qu'en coupe oblique, il s'écoule avec un angle d'écoulement non nul avec la normale à l'arête de coupe projetée sur la face de coupe, appelé angle d'écoulement du copeau et noté η_c . En revanche, ici l'angle de cisaillement est noté ϕ_n et il est défini dans un plan normal à l'arête de coupe.

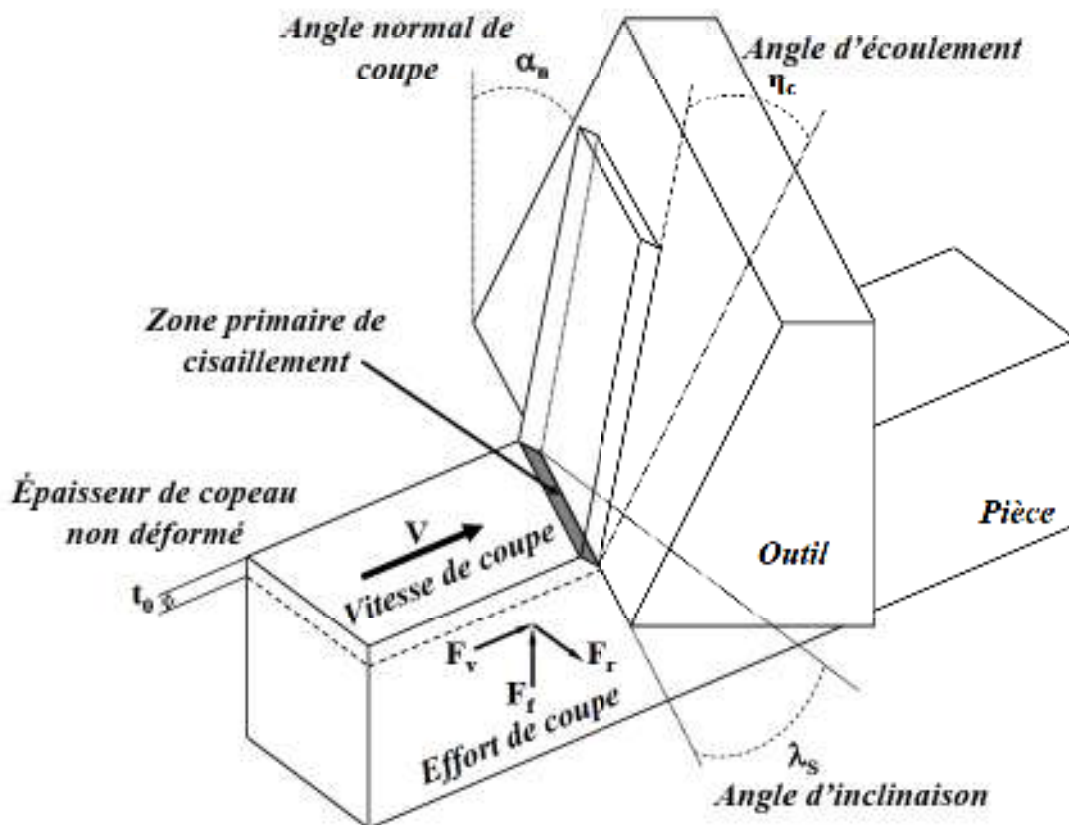


FIG. 1.16 – Formation du copeau en coupe oblique

1.6 Approche mécaniste de la coupe

L'approche dite mécaniste ou mécanistique de la coupe est la base du concept de Couple Outil Matière (COM), c'est une approche très expérimentale basée sur les premiers travaux de modélisation analytique de (*Merchant, 1945*)[8][9] qui seront présentés par la suite. En effet les modèles analytiques sont limités par certaines hypothèses, des outils possédant des géométries spécifiques avec des rayons d'arêtes non négligeables ou des brise-copeaux, ainsi que des outils présentant des usures ne sont pas facilement modélisés. L'intérêt de cette approche est donc de construire un modèle simplifié basé sur des séries d'essais appropriés. Tout d'abord, la puissance nécessaire à la coupe est définie :

$$P_c = F_c V \quad (1.6)$$

Où F_c est l'effort de coupe et V la vitesse de coupe. La pression spécifique de coupe correspondant au rapport entre la puissance de coupe P_c et le débit de volume matière q_p arrivant dans la zone de formation du copeau peut alors s'écrire :

$$K_c = \frac{P_c}{q_p} \quad \text{avec} \quad q_p = V t_0 w = V A_0 \quad (1.7)$$

Il est aussi possible de l'exprimer par le rapport entre l'effort de coupe F_c et l'aire du copeau non déformé A_0 , soit :

$$K_c = \frac{F_c}{A_0} = \frac{\cos(\lambda - \alpha)}{\sin\phi \cos(\phi + \lambda - \alpha)} \tau \quad (1.8)$$

Où λ est l'angle de frottement à l'interface outil-copeau, α l'angle de coupe, ϕ l'angle de cisaillement et τ la contrainte de cisaillement dans le matériau. Cette pression spécifique de coupe dépend principalement du couple outil-matière utilisé et des conditions de coupe. Dans la méthode du COM présentée précédemment, seule la composante de coupe est prise en compte et dans le cas du tournage l'effort de coupe par l'approche mécaniste s'écrit de la façon suivante :

$$F_v = K_v a_p f \quad (1.9)$$

avec F_v l'effort de coupe (en N), K_v la pression spécifique de coupe (en N/mm^2), a_p la profondeur de passe (en mm) et f l'avance par tour (en mm). De la même façon, on peut définir un rapport noté K_f basé sur le rapport entre l'effort d'avance F_f et l'aire du copeau non déformé, celui-ci s'écrit :

$$K_f = \frac{F_f}{A_0} = \frac{\sin(\lambda - \alpha)}{\sin\phi \cos(\phi + \lambda - \alpha)} \tau \quad (1.10)$$

Une autre convention est elle aussi couramment utilisée, en supposant l'effort d'avance proportionnel à l'effort de coupe avec le rapport :

$$K_f = \frac{F_f}{F_v} = \tan(\lambda - \alpha) \quad (1.11)$$

Mais les outils sont loin de correspondre aux hypothèses de l'arête de coupe parfaitement tranchante ou de l'inexistence du rayon de bec. Il semble donc que face à des outils usés où les arêtes sont chanfreinées ou cratérisées, la matière ne se déforme plus seulement par cisaillement. De même, les phénomènes annexes au cisaillement apparaissent lorsque la vitesse de coupe ou l'angle en dépouille diminuent. Le modèle est alors insuffisant, mais pour améliorer le modèle il est possible de décomposer les pressions spécifiques de coupe en constantes de cisaillement (K_{vc} et K_{fc}) et en coefficients linéiques de coupe (K_{ve} et K_{fe}), les efforts s'écrivent alors :

$$F_v = K_{vc}wt_0 + K_{ve}w \quad \text{et} \quad F_f = K_{fc}wt_0 + K_{fe}w \quad (1.12)$$

Une dépendance par rapport à certains paramètres importants peut être aussi ajoutée, comme par exemple la profondeur de coupe t_0 ou la vitesse de coupe V , par exemple :

$$K_c = K_a t_0^{-a} \quad \text{et} \quad K_g = K_b t_0^{-b} \quad \text{ou} \quad K_c = K_{ref} \left(\frac{V}{V_{ref}} \right)^m \quad (1.13)$$

Ces formules empiriques, ou lois de coupe, sont toutefois très limitatives et très longues à développer et identifier expérimentalement. Mais les coefficients spécifiques de coupe sont des outils simples et utiles pour obtenir une approximation des efforts dans une certaine plage d'utilisation. En effet toutes ces méthodes nécessitent des essais pour obtenir des valeurs de référence. Les essais sont généralement réalisés dans une certaine plage de validité et en configuration de coupe orthogonale dans le cas du tournage.

1.7.1 Modèle de Merchant (1945)

Merchant[8][9] est le précurseur de la modélisation analytique de la coupe orthogonale. Dans son modèle, la formation du copeau est supposée être due à un cisaillement intense dans un plan dit de cisaillement incliné d'un angle ϕ par rapport à la direction de la vitesse de coupe. Ce plan est décrit par la droite (OA) et la direction orthogonale à l'arête de coupe (voir figure 1.17). Dans ce modèle ce plan correspond à la zone primaire présentée précédemment. Le modèle repose sur la géométrie présentée à la figure 1.17, et sur les hypothèses physiques principales suivantes :

- Le copeau se forme en condition de déformations planes et de façon stationnaire.
- Le matériau usiné est supposé parfaitement plastique, on définit une contrainte d'écoulement en cisaillement τ .
- Le frottement défini à l'interface outil-copeau est de type Coulomb (coefficient statique μ , angle λ), ce frottement est supposé constant.
- La zone secondaire de cisaillement n'est pas prise en compte.
- L'angle de cisaillement ϕ minimise la puissance totale dissipée lors de la coupe.

Les données d'entrée du modèle sont :

- La vitesse de coupe V , l'angle de coupe α , la profondeur de coupe t_0 et la largeur de coupe w .
- Les conditions de frottement, via l'angle de frottement.
- Le comportement du matériau usiné via la contrainte de cisaillement τ .

Le choix du comportement parfaitement plastique par Merchant, suppose que la répartition de pression est uniforme dans la zone primaire de cisaillement. De plus, il nous impose la constance de la contrainte de cisaillement le long du segment [OA]. La résultante des forces de cisaillement F_S dans la zone primaire est alors donnée par la relation suivante :

$$F_S = w \cdot l_{OA} \cdot \tau = \frac{w \cdot t_0}{\sin \phi} \cdot \tau \quad (1.14)$$

w désigne la largeur de coupe, t_0 l'épaisseur de copeau non déformé et l_{OA} la longueur de [OA]. Les efforts de coupe sont calculés à partir de l'équilibre du copeau, illustré par le modèle géométrique.

$$\begin{aligned} F_v &= F_S \cos \phi + N_S \sin \phi \\ F_f &= -F_S \sin \phi + N_S \cos \phi \\ N_S &= F_S \tan(\phi + \lambda - \alpha) \end{aligned} \quad (1.15)$$

F_v et F_f représentent respectivement les efforts de coupe et d'avance, N_S correspond à la résultante des contraintes normales du plan de cisaillement (OA). Dans le modèle de Merchant, l'angle de cisaillement ϕ est déterminé en minimisant la puissance totale U dissipée pendant la coupe que l'on écrit de la façon suivante :

$$U = F_v V = \frac{\cos(\lambda - \alpha)}{\sin \phi \cos(\phi + \lambda - \alpha)} w t_0 V \tau \quad (1.16)$$

La recherche du minimum de la puissance totale dissipée aboutit à la valeur de l'angle de cisaillement suivant :

$$\phi = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha - \lambda}{2} \quad (1.17)$$

Finalement, les expressions des efforts de coupe obtenues par le modèle sont :

$$F_v = 2w t_0 \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha - \lambda}{2}\right) \tau \quad (1.18)$$

$$F_f = 2w t_0 \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha - \lambda}{2}\right) \tan(\lambda - \alpha) \tau \quad (1.19)$$

Le modèle permet aussi au travers de quelques hypothèses supplémentaires de connaître la longueur de contact outil/copeau, ou encore de déterminer l'épaisseur du copeau dans la zone secondaire de cisaillement. Les résultats de ce modèle, au vue de sa simplicité permettent de montrer que les efforts de coupe sont proportionnels à la limite d'élasticité en cisaillement τ , à la largeur de coupe w et à l'avance t_0 .

Mais expérimentalement, il est facile de d'observer, par exemple, l'effet de la vitesse de coupe sur les efforts de coupe. Le modèle possède donc des limites illustrées par les points suivants :

- Les sollicitations thermomécaniques présentes dans la zone primaire de cisaillement mettent en défaut l'hypothèse parfaitement plastique.
- Le frottement à l'interface outil/copeau n'est en réalité pas indépendant des paramètres de coupe V , α , t_0 et de la sollicitation thermomécanique des matériaux.
- L'écoulement de la matière à travers le plan de cisaillement (OA) s'effectue de manière progressive et non pas par une brusque variation de la vitesse. En réalité, la vitesse de déformation est donc finie alors qu'elle est infinie dans le modèle de Merchant et le cisaillement s'applique sur une zone d'une certaine épaisseur.

1.7.2 Modèle d'Oxley

La suite de Merchant a été prise par (Oxley, 1968)[27](Oxley, 1989)[10] qui, en 1989, a proposé un modèle analytique plus performant. Où il intègre des formules semi-empiriques évaluant certaines variables dans les zones de déformation et s'appuie sur quelques approximations. Il inclut aussi un modèle de comportement thermomécanique du matériau usiné. Ce modèle permet de déterminer les efforts de coupe, la géométrie du copeau et la température moyenne dans les zones de cisaillement primaire et secondaire.

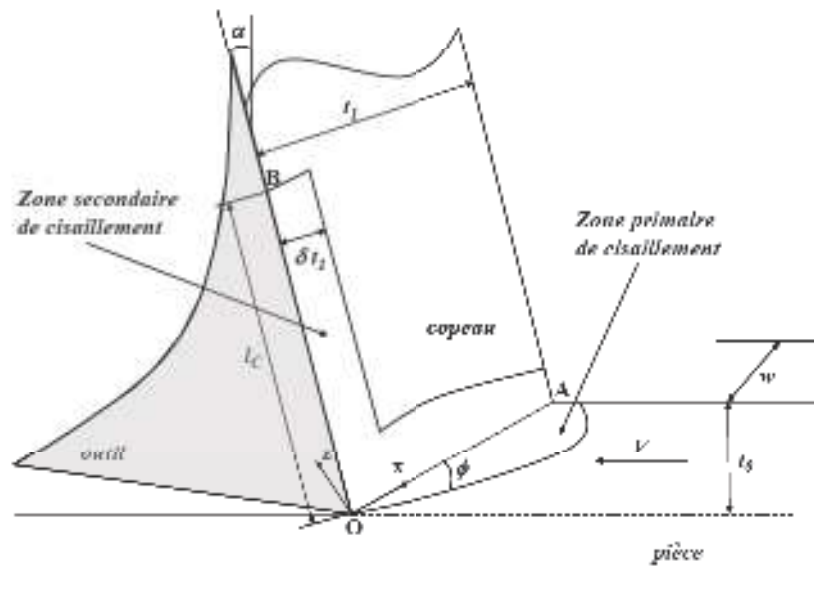


FIG. 1.18 Géométrie du modèle d'Oxley (1989). (Oxley, 1989)[10]

On retrouve dans ce modèle les hypothèses d'arête d'outil parfaitement tranchante, de déformation plane et d'état stationnaire. Les évolutions en comparaison du modèle de Merchant se résument par les trois points suivants :

- Le cisaillement primaire s'effectue dans une zone d'une épaisseur finie.
- Le contact outil copeau l_c est supposé collant, on considère donc une zone secondaire de cisaillement localisée dans une fraction $\delta \in [0, 1]$ de l'épaisseur de copeau t_1 nommé δt_1 et illustré sur la figure 1.18.
- Le matériau est supposé isotrope, la loi de comportement prend en compte l'écroutissement du matériau, sa sensibilité à la vitesse de déformation et les effets d'adoucissement thermique. La loi s'écrit sous la forme d'une loi d'Hollomon :

$$\sigma = \sigma(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \theta) = \sigma_1(\dot{\varepsilon}, \theta) \varepsilon^{n(\dot{\varepsilon}, \theta)} \quad (1.20)$$

avec $\bar{\sigma}$ et $\bar{\epsilon}$ étant respectivement la contrainte équivalente de von Mises et la déformation plastique équivalente cumulée, $\dot{\bar{\epsilon}}$ la vitesse de déformation équivalente, θ la température absolue et n le paramètre d'écrouissage.

La résolution du problème consiste à déterminer les contraintes d'écoulement dans chacune de ces deux zones, pour ensuite écrire les équations d'équilibre, afin d'obtenir l'angle de cisaillement ϕ , la longueur de contact l_c et l'épaisseur de la zone secondaire δt_1 .

1.7.2.1 Conclusions

Oxley fut donc le premier à développer une modélisation complète du procédé de coupe. En effet le matériau usiné est décrit grâce à une loi de comportement thermomécanique et les zones de cisaillement primaire et secondaire sont prises en compte. Pour cette modélisation une confrontation avec l'expérience a été réalisée pour deux aciers faiblement alliés. Le modèle a permis de reproduire certains comportements expérimentaux comme la décroissance des efforts de coupe, la diminution du coefficient de frottement avec l'augmentation des vitesses de coupe, ainsi que l'augmentation de l'angle de cisaillement.

Mais certains points semblent critiquables, ainsi l'utilisation de certaines relations empiriques (*Boothroyd, 1963*)[33] ou de résultats numériques valables dans des conditions particulières de coupe (*Tay et al., 1976*)[34] pour déterminer la température dans le copeau ou la vitesse de déformation, posent la question de la possibilité de généraliser ce modèle pour de nouvelles conditions de coupe ou de nouveaux matériaux.

De plus, le comportement du matériau a été identifié à partir d'essais de compression dynamique réalisés avec des vitesses de déformation beaucoup plus faibles que celles observées dans la zone de cisaillement primaire. Pour finir, Oxley détermine le coefficient de frottement en estimant la pression le long du plan (OA) indépendamment du comportement thermomécanique du matériau ou des conditions de coupe.

1.7.3 Modèle de la bande de cisaillement

À la suite des travaux d'Oxley, un modèle analytique plus complexe de la coupe orthogonale a été proposé par (Molinari et Dudzinski, 1992)[28] et (Dudzinski et Molinari, 1997)[29]. Il s'avère que face à la complexité du processus de formation du copeau, des phénomènes prioritaires doivent être dégagés pour modéliser correctement la coupe. De plus, l'avènement de l'usinage à grande vitesse (UGV) a relancé l'intérêt de développer des outils prédictifs adaptés aux conditions sévères d'usinage.

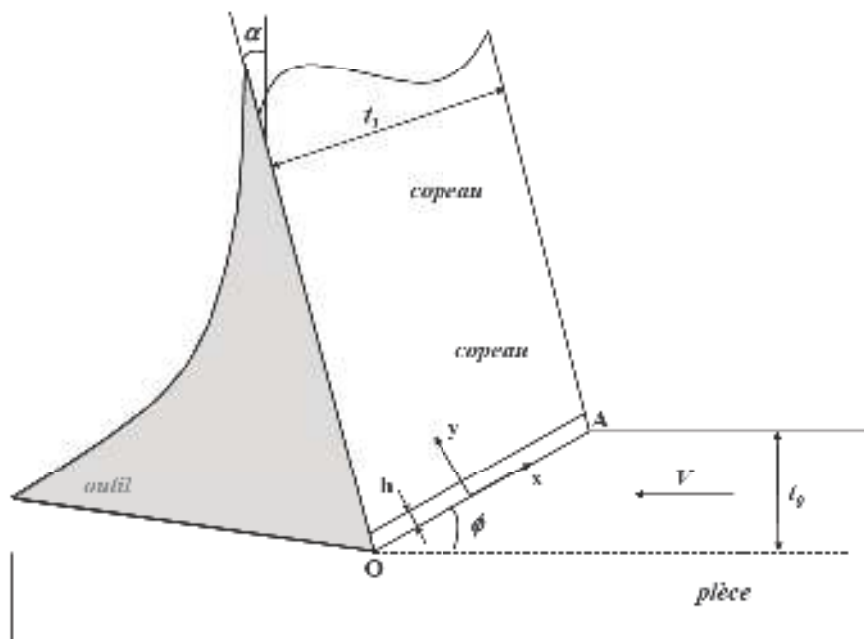


FIG. 1.19 Géométrie du modèle de la bande de cisaillement

Dans leurs travaux Molinari & Dudzinski ont proposé une modélisation de la coupe orthogonale en considérant que la zone primaire de cisaillement s'assimile à une bande d'épaisseur h , et qu'elle est inclinée d'un angle ϕ par rapport à la direction de la vitesse de coupe V , figure 1.19.

Les hypothèses du modèle sont les suivantes :

- Le copeau se forme essentiellement dans la zone primaire de cisaillement, où les déformations plastiques se produisent seulement dans la bande de cisaillement.
- Le copeau formé est supposé continu.
- L'outil est supposé rigide ou non déformable et ne possédant pas de rayon d'arête.
- L'écoulement de la matière à travers la bande est supposé unidimensionnel et stationnaire.

- Le contact outil-copeau est supposé totalement glissant, la zone secondaire de cisaillement n'est donc pas prise en compte et cette hypothèse correspond à des conditions d'usinage à hautes vitesses de coupe. Le copeau est donc supposé non déformable lors de son déplacement sur la face de coupe.
- Le cisaillement dans la bande est supposé adiabatique.
- Le matériau usiné est considéré comme isotrope, viscoplastique et thermo-adoucissant. Le comportement thermomécanique est décrit par une loi de Johnson-Cook. Mais le modèle permet d'implémenter tous types de lois de comportement.

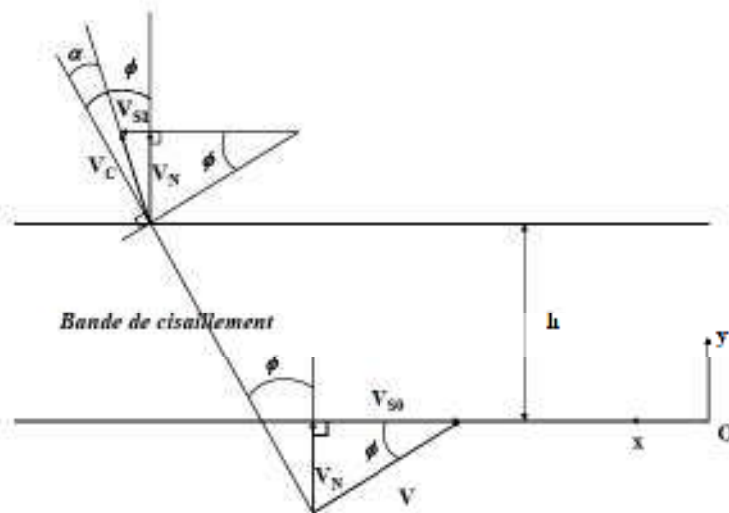


FIG. 1.20 – Diagramme des vitesses aux limites de la bande de cisaillement

L'écoulement de la matière au travers de la bande de cisaillement est supposé unidimensionnel. L'axe y sur la figure 1.20 est perpendiculaire à la bande, et les paramètres définissant le processus sont fonctions de y . Enfin, le champ des vitesses dans cette zone est donné par les composantes v_x et v_y :

$$v_x = v_x(y, t), \quad v_y = v_y(y, t) \quad (1.21)$$

Le problème est unidimensionnel, voir figure 1.19. Les conditions aux limites suivantes sont donc vérifiées :

$$\begin{aligned} v_x(0, t) &= V_{S0} = -V \cos \phi, & v_y(0, t) &= V_{N0} = V \sin \phi \\ v_x(h, t) &= V_{S1} = V_{N1} \tan(\phi - \alpha), & v_y(h, t) &= V_{N1} = V_C \cos(\phi - \alpha) \end{aligned} \quad (1.22)$$

La direction d'écoulement du copeau correspond à la direction de la face de coupe inclinée d'un angle α par rapport à la normale à la direction de la vitesse de coupe (figure 1.20) :

$$V_C = \frac{V_{N1}}{\cos(\phi - \alpha)} \quad (1.23)$$

1.7.3.1 L'incompressibilité du matériau

La condition d'incompressibilité se réduit pour cette approche à :

$$\text{div}\vec{V} = 0 \iff \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \implies v_y = \text{cte} \quad (1.24)$$

Dans la bande de cisaillement, la vitesse normale est constante et on a :

$$V_{N1} = V_{N0} = V_N = V \sin\phi \quad (1.25)$$

On en déduit que :

$$V_C = \frac{V \sin\phi}{\cos(\phi - \alpha)} \quad (1.26)$$

1.7.3.2 La conservation de la quantité de mouvement

Les équations locales du mouvement s'écrivent avec l'équation suivante :

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \rho \frac{Dv_x}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{\partial v_x}{\partial y} v_y \right) = \rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + \dot{\gamma} V_N \right) \quad (1.27)$$

avec ρ la masse volumique du matériau usiné et $\frac{D}{Dt}$ la dérivée particulaire.

1.7.3.3 La relation de compatibilité

On définit ici la relation entre la vitesse de glissement $\dot{\gamma}$ et la vitesse de cisaillement v_x :

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (1.28)$$

La vitesse de glissement quant à elle, correspond à la dérivée particulaire du glissement γ :

$$\dot{\gamma} = \frac{D\gamma}{Dt} = \frac{\partial\gamma}{\partial t} + \frac{\partial\gamma}{\partial y}v_y = \frac{\partial\gamma}{\partial t} + \frac{\partial\gamma}{\partial y}V_N \quad (1.29)$$

1.7.3.4 la loi thermomécanique

La loi d'écoulement du matériau est donnée par une loi de Johnson-Cook, elle s'écrit :

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[A + B \left(\frac{\gamma}{\sqrt{3}} \right)^n \right] \left[1 + C \ln \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right) \right] \left[1 - \left(\frac{T - T_0}{T_f - T_0} \right)^m \right] \quad (1.30)$$

Où A , B , C , n et m représentent les paramètres du modèle, A la limite élastique, B la consistance, n le coefficient d'écrouissage, C la sensibilité à la vitesse, m le coefficient de dépendance à la température, T_f la température de fusion du matériau et T_0 la température ambiante.

1.7.3.5 L'équation de l'énergie

On peut écrire la conservation de l'énergie :

$$\rho c \frac{DT}{Dt} = \tilde{\beta} \tau \dot{\gamma} + k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (1.31)$$

où k est le coefficient de conduction thermique, c la capacité calorifique, $\tilde{\beta}$ le coefficient de Taylor-Quinney associé à la fraction d'énergie de déformation plastique convertie en chaleur.

Si l'on suppose l'écoulement adiabatique, $k = 0$. On se place aussi dans le cas stationnaire c'est à dire $\frac{\partial}{\partial t} = 0$. On connaît donc la contrainte de cisaillement τ , la température T et la vitesse de glissement $\dot{\gamma}$ qui s'écrivent alors en fonction de γ de la façon suivante :

$$\tau = \rho(V \sin\phi)^2 \gamma + \tau_0 \quad (1.32)$$

$$T = T_w + \frac{\tilde{\beta}}{\rho c} (\rho(V \sin\phi)^2 \frac{\gamma^2}{2} + \tau_0 \gamma) \quad (1.33)$$

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}(\gamma, \tau_0) = \dot{\gamma}_0 \exp\left(\frac{\tau\sqrt{3}}{mg_1(\gamma)g_2(T)} - \frac{1}{C}\right) \quad (1.34)$$

$$g_1(\gamma) = A + B\left(\frac{\gamma}{\sqrt{3}}\right)^n, g_2(T) = 1 - \left(\frac{T - T_0}{T_f - T_0}\right)^m \quad (1.35)$$

T_w correspond à la température courante de la pièce. Le glissement γ est ensuite obtenu par intégration de l'équation (1.29) qui s'écrit dans le cas stationnaire :

$$\frac{d\gamma}{dy} = \frac{\dot{\gamma}(\gamma, \tau_0)}{V_N} = \frac{\dot{\gamma}}{V \sin\phi} \quad (1.36)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

- A l'entrée de la bande

$$\begin{cases} \gamma(y=0) = 0 \\ T(y=0) = T_w \end{cases} \quad (1.37)$$

- A la sortie de la bande

$$\gamma(y=h) = \gamma_1 = \frac{1}{V_N} \int_0^h \frac{dv_z}{dy} dy = \frac{V_{S1} - V_{S0}}{V_N} = \frac{\cos\alpha}{\sin\phi \cos(\phi - \alpha)} \quad (1.38)$$

La dernière condition aux limites est obtenue en intégrant la combinaison des relations (1.28) et (1.29), pour les conditions aux limites à l'entrée de la bande, la déformation dans le copeau est limitée à la zone primaire de cisaillement. L'équation (1.36) en tenant compte des conditions aux limites précédentes (1.38) s'écrit sous la forme intégrale suivante (Moufki et al., 2000)[31] :

$$\int_0^{\gamma_1} \frac{V \sin\phi}{\dot{\gamma}(\gamma, \tau_0)} d\gamma - h = 0 \quad (1.39)$$

On obtient alors une équation non linéaire qui sera résolue de manière itérative et qui permettra d'obtenir la contrainte de cisaillement τ_0 à l'entrée de la bande. A ce stade le modèle permet d'exprimer la contrainte, la température, la déformation et la vitesse de déformation, en fonction de la hauteur h de la bande de cisaillement et de l'angle de

cisaillement ϕ . La détermination de h s'appuie sur les estimations des observations expérimentales de (Shaw, 1984)[35], les auteurs ont fixé $h = 0,025mm$.

L'angle de cisaillement ϕ quant à lui est donné par une loi empirique de type Merchant modifiée :

$$\phi = A_1 + A_2(\alpha - \lambda) \quad (1.40)$$

Les paramètres A_1 et A_2 dépendent du matériau usiné et λ correspond à l'angle de frottement moyen à l'interface outil copeau, il est défini par la relation suivante :

$$\lambda = \arctan(\bar{\mu}) \quad (1.41)$$

Où $\bar{\mu}$ est le coefficient de frottement moyen à l'interface outil-copeau. Par la suite, les pressions importantes et les grandes vitesses de glissement présentes à l'interface outil-copeau, provoquent des températures intenses qui modifient les conditions de frottement. En ce sens (Moufki et al., 2002)[11][12] ont proposé une loi de frottement de type Coulomb, où le coefficient de frottement moyen $\bar{\mu}$ est pris dépendant de la température moyenne \bar{T}_{int} à l'interface outil copeau :

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}(T_{int}) = \bar{\mu}_0 \left(1 - \left(\frac{\bar{T}_{int}}{T_f} \right)^q \right) \quad (1.42)$$

Où T_f la température de fusion. Ces relations combinées à des essais expérimentaux donnent les valeurs de A_1 , A_2 , $\bar{\mu}_0$ et q . Ces paramètres sont généralement identifiés à partir d'essais de coupe orthogonale (Moufki et al., 2002)[11][12], mais la détermination de l'angle de cisaillement nécessite le calcul de la température moyenne à l'interface. Les efforts de coupe et d'avance F_v et F_f sont ensuite calculés avec les relations suivantes :

$$F_v = \frac{\tau_1 w t_0 \cos(\lambda - \alpha)}{\sin\phi \cos(\phi + \lambda - \alpha)} \quad (1.43)$$

$$F_f = \frac{\tau_1 w t_0 \sin(\lambda - \alpha)}{\sin\phi \cos(\phi + \lambda - \alpha)} \quad (1.44)$$

Où τ_1 est la contrainte de cisaillement à la sortie de la bande, w la largeur de coupe, t_0 représente l'épaisseur de copeau non déformé, et λ l'angle de frottement à l'interface outil-copeau associé au coefficient moyen de frottement. Les résultats du modèle ont été comparés avec des efforts mesurés en coupe orthogonale de l'acier 42CrMo4 pour une large gamme de conditions de coupe. Cette comparaison illustrée sur la figure 1.21 semble satisfaisante.

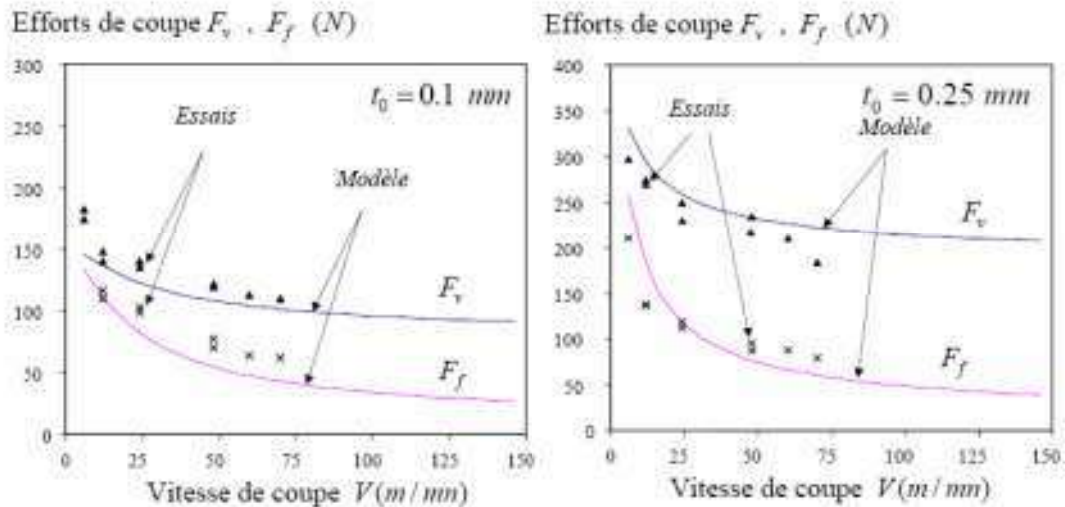


FIG. 1.21 – Comparaison entre modélisation et résultats expérimentaux pour 2 valeurs de t_0 sur un acier 42CrMo4 avec $\alpha_n = 0$ et $w=1$ mm. (Moufki et al., 2002)[11][12]

Ce modèle de la bande de cisaillement en coupe orthogonale est intéressant car il s'attache à généraliser le modèle d'Oxley. En effet, il prend en compte le comportement thermo-mécanique du matériau. En revanche, là où Oxley calcule la vitesse de déformation et le champ de température le long du plan de cisaillement puis en propose une extrapolation à l'aide de relations empiriques ou numériques, ce modèle lui prévoit de calculer leurs valeurs en entrée et en sortie à l'aide d'algorithmes itératifs plus facilement généralisables à tous couples outil-matériau et toutes conditions de coupe.

Un autre avantage majeur est l'utilisation d'une loi de frottement dépendant de la température moyenne à l'interface, elle permet ainsi de reproduire de façon plus réaliste les variations du coefficient de frottement en fonction des conditions de coupe. La détermination de ce coefficient permet aussi de déterminer en aval la distribution de température dans le copeau et à la surface de l'outil. On notera que la construction de ce modèle et les hypothèses utilisées le rendent particulièrement performant aux grandes vitesses de coupe (avec une loi de comportement appropriée). Les mêmes auteurs ont présenté une extension du modèle dans le cas de la coupe oblique, où l'angle d'écoulement du copeau est déterminé en supposant que l'effort de frottement sur la face de coupe de l'outil est colinéaire à la direction d'écoulement du copeau. (Moufki et al., 2004)[30]

Sur la base de ce modèle de la coupe oblique et en considérant une discrétisation de l'arête de coupe, des extensions pour des procédés plus complexes ont été proposées par (Fontaine, 2004)[5] pour le fraisage (présentée en annexe) et par (Jrad, 2008)[32] pour le perçage.

1.7.4 Modèle analytique du fraisage

Les travaux de (Fontaine, 2004)[5] décrits ici, consistent en une approche globale de la modélisation du fraisage de forme 3 axes basée sur le modèle de la bande de cisaillement étendue à la coupe oblique présenté précédemment[29][28]. Une approche analytique de la coupe prenant en compte les phénomènes physiques principaux se produisant au niveau du contact outil/matière et les caractéristiques géométriques des outils complexes est proposée pour les opérations de fraisage. Ce modèle permet de décrire la plupart des opérations usuelles en fraisage (rainurage, usinage d'épaulement, contournage, ébauche de poche, demi-finition, finition,...). Il propose tout d'abord une modélisation générique de la géométrie des outils de fraisage, puis ensuite une description des trajectoires, le tout pour pouvoir déterminer l'engagement de l'outil dans la matière, et ensuite le calcul des efforts de coupe basé sur le modèle de la bande de cisaillement étendue à la coupe oblique.

1.7.4.1 Géométrie d'une fraise générique

En fraisage, il existe trois principaux types de fraise : deux tailles, rayonnée et boule. Le modèle propose une géométrie paramétrique générique où le paramètre principal est le rayon r en bout d'outil variant d'une valeur proche de 0 pour une fraise deux tailles à la valeur R_0 du rayon de la fraise pour une fraise boule, les valeurs intermédiaires décrivent alors les fraises rayonnées. (Voir figure 1.22)

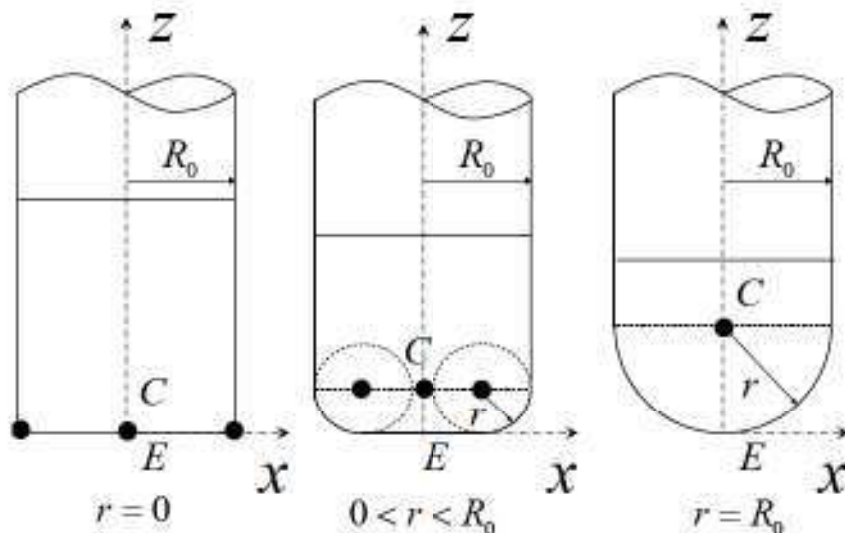


FIG. 1.22 – Description paramétrique des fraises monoblocs usuelles. ($r = 0$) Fraise cylindrique, ($0 < r < R_0$) Fraise rayonnée, ($r = R_0$) Fraise boule. (Fontaine, 2004)[5]

Cette fraise générique est décrite globalement par une enveloppe composée d'un cylindre de rayon égal au rayon nominal R_0 de l'outil et d'un tore de petit rayon r et de grand rayon $(R_0 - r)$. Le repère associé à l'outil (x, y, z) est centré en E , le point à l'extrémité de l'outil. Le centre de la section entre la fibre neutre du tore et la partie cylindrique est noté C .

Les arêtes de coupe sont décrites sur les deux parties distinctes cylindrique et torique. Sur la partie cylindrique, l'arête est décrite par l'angle d'hélice i_0 et la longueur de la partie utile L_u . Sur la partie torique, on utilise un angle supplémentaire pour repérer l'inclinaison de la normale à l'enveloppe de l'outil en un point P de l'arête par rapport à l'axe z de rotation de la fraise, cet angle noté κ est nul sur la partie plate à l'extrémité E et vaut $\frac{\pi}{2}$ sur la partie cylindrique.

Ensuite la fraise générique est décrite localement pour actualiser la configuration au niveau de l'arête de coupe élémentaire en fonction de la position du point courant P (Voir figure 1.23). L'outil est alors décomposé en disques d'épaisseur constante dz perpendiculaires à l'axe z . Pour chaque pas une arête de coupe élémentaire apparaît, elle est illustrée sur la figure 1.23(c).

L'auteur définit ensuite un repère sphérique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\kappa, \vec{e}_\Psi)$ au niveau du point courant P , il permet de décrire la position de chaque arête élémentaire. \vec{e}_r est le vecteur unitaire orthogonal à l'enveloppe de l'outil, \vec{e}_κ le vecteur tangent incliné d'un angle κ et \vec{e}_Ψ le tangent suivant l'angle Ψ et complétant le trièdre direct. Sur la figure 1.23(c), le plan P_0 est le plan orthogonal à l'enveloppe de l'outil, P_n le plan normal à l'arête de coupe et P_s le plan tangent à l'enveloppe de l'outil, ces trois plans ayant pour intersection le point P . Les vecteurs \vec{n} et \vec{t} quant à eux, sont respectivement le vecteur normal et le vecteur tangent à l'arête de coupe (repère de Frenet).

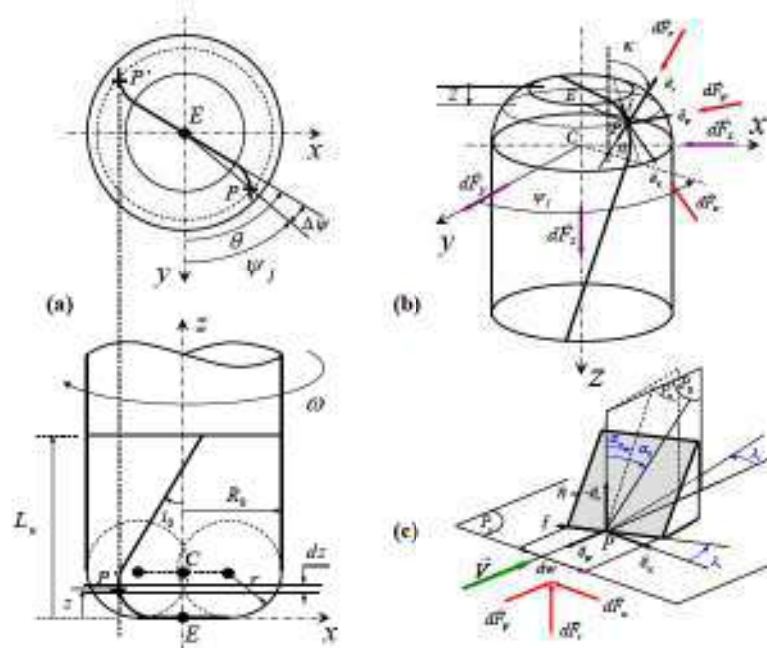


FIG. 1.23 – Géométrie et discrétisation de l'arête d'une fraise générique. (a) Géométrie globale, (b) Repère sphérique, (c) arête de coupe élémentaire. (Fontaine, 2004)[5]

Les paramétrages permettent de définir les équations géométriques de références. L'angle de position κ est ainsi calculé en fonction de l'altitude z considérée le long de l'enveloppe de l'outil avec les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Si } 0 \leq z \leq R_0 : \quad \kappa &= \arccos\left(\frac{R_0 - z}{R_0}\right) \\ \text{Si } R_0 \leq z \leq H_0 : \quad \kappa &= \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (1.45)$$

Pour le point courant P, situé sur l'enveloppe de l'outil le long de l'axe de rotation à l'altitude z , le rayon local de l'outil $R(z)$ mesuré dans la section s'écrit de façon générale :

$$\begin{aligned} \text{Si } 0 \leq z \leq r : \quad R(z) &= (R_0 - r) + \sqrt{r^2 - (r - z)^2} \\ \text{Si } r \leq z \leq L_u : \quad R(z) &= R_0 \end{aligned} \quad (1.46)$$

De plus, par construction la vitesse de coupe \vec{V} est dirigée selon $-\vec{e}_{Pst}$ et le long de l'arête sa norme vaut $\omega R(z)$, avec ω la vitesse de rotation de la broche en $rad.s^{-1}$. Ensuite la position angulaire du point courant P sur le j -ième dent est définie en fonction de l'angle de rotation θ et de l'angle de décalage par rapport à la pointe de l'outil $\Delta\Psi$ qui prend différentes valeurs en fonction du type d'hélice de l'outil.

$$\Psi_j = \theta - \Delta\Psi + (j - 1) \frac{2\pi}{N_t} \quad (1.47)$$

L'angle de décalage $\Delta\Psi$ vaut :

$$\text{pour } 0 \leq z \leq L_u : \quad \Delta\Psi = \frac{z}{R_0} \tan(i_0) \quad (1.48)$$

L'angle d'hélice local $i(z)$ en fonction de l'altitude z est défini par :

$$\text{pour } 0 \leq z \leq L_u : \quad i(z) = \arctan\left(\frac{R(z)}{R_0} \tan(i_0)\right) \quad (1.49)$$

Ensuite, comme l'angle d'hélice local $i(z)$ et l'angle d'inclinaison d'arête λ_s sont liés au travers de l'angle κ , la valeur locale de λ_s est alors déduite :

$$\tan(\lambda_s) = \tan(i) \times \sin(\kappa) \Rightarrow \lambda_s = \arctan(\tan(i) \times \sin(\kappa)) \quad (1.50)$$

L'angle de coupe orthogonal α_0 et normal α_n se déduisent l'un de l'autre par :

$$\tan(\alpha_n) = \tan(\alpha_0) \times \cos(\lambda_s) \quad (1.51)$$

La largeur de coupe élémentaire dw est calculée par :

$$dw = \frac{dz}{\sin\kappa} \quad (1.52)$$

1.7.4.2 Détermination de l'engagement d'outil

Pour chaque arête élémentaire provenant de la discrétisation, la position du point courant P et l'engagement de l'outil dans la matière doivent être déterminés et comparés avec la forme de la surface de la pièce usinée. Tout cela dans l'optique de connaître la quantité de matière usinée par chaque dent de l'outil de fraisage. Fontaine dans ces travaux définit cette surface par quatre conditions aux limites :

- La géométrie initiale de la pièce avant usinage.
- La position et la forme de la surface précédente.
- La trace de la passe précédente.
- La trace de la dent précédente.

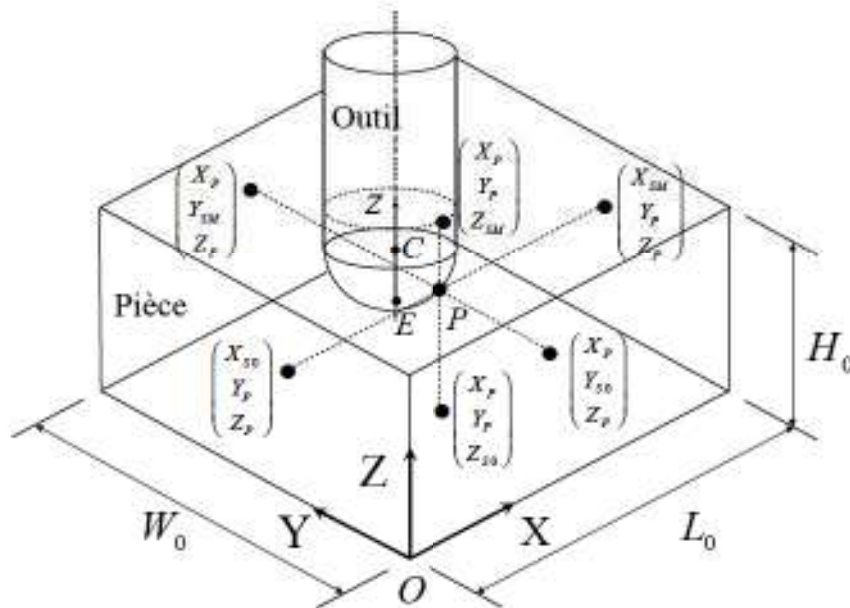


FIG. 1.24 – Comparaison entre le point courant P et les surfaces initiales de la pièce (ici un parallépipède). (Fontaine, 2004)[5]

Le point courant P d'une arête de coupe est repéré dans le repère local de l'outil à l'aide des données géométriques présentées précédemment, pour une fraise générique les coordonnées de P pour la j-ème dent et une altitude z s'écrivent dans le repère local :

$$\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(z) \sin(\Psi_j(z)) \\ R(z) \cos(\Psi_j(z)) \\ z \end{pmatrix} \quad (1.53)$$

Où $R(z)$ est le rayon de l'outil à l'altitude z (equation 1.35) et $\Psi_j(z)$ la position angulaire du point courant de l'arête j à l'altitude z (equation 1.36). On définit aussi la position du point P dans le repère global qui dépend des coordonnées du point de pilotage de l'outil (E ou C).

$$\begin{pmatrix} X_P \\ Y_P \\ Z_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_E + x_P \\ Y_E + y_P \\ Z_E + z_P \end{pmatrix} \quad (1.54)$$

La première des conditions aux limites concernent la géométrie initiale de la pièce avant usinage, le point P est donc en position de coupe si ces coordonnées sont comprises dans les limites de sa géométrie, on présente les conditions pour le cas le plus simple du parallépipède figure 1.24, les coordonnées du point P doivent alors vérifier :

$$\begin{pmatrix} X_{S0} \leq X_P \leq X_{SM} \\ Y_{S0} \leq Y_P \leq Y_{SM} \\ Z_{S0} \leq Z_P \leq Z_{SM} \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

Où $X_{S0} = Y_{S0} = Z_{S0} = 0$ et $X_{SM} = L_0, Y_{SM} = W_0, Z_{SM} = H_0$.

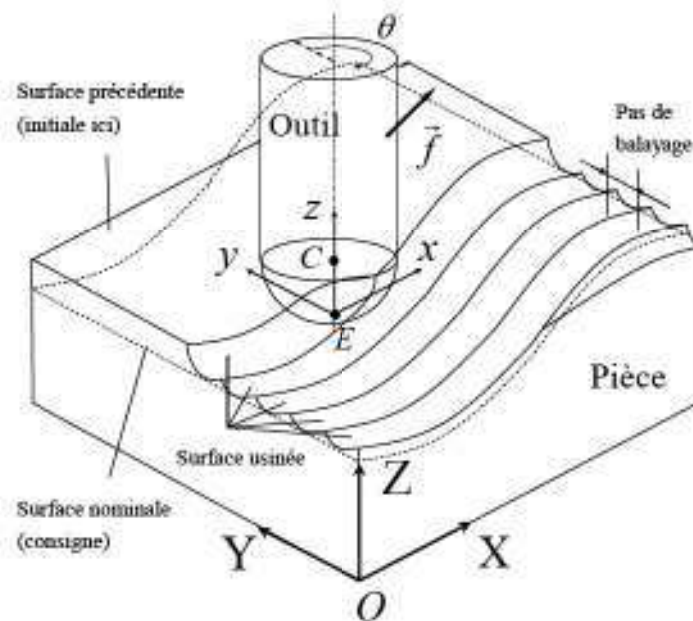


FIG. 1.25 – Comparaison entre le point courant P et la surface pré-générée (initiale ou résultante de la passe précédente). (Fontaine, 2004)[5]

Puis la deuxième condition permet de positionner le point P par rapport à la position et à la forme de la surface précédente (figure 1.25). Il suffit dans le cas d'une opération en 3 axes de calculer l'altitude du point P par rapport à celle de la surface précédente pour les mêmes coordonnées dans le plan (x,y) , la condition suivante est alors définie :

$$Z_P \leq Z_{SP}(X_P, Y_P) \quad (1.56)$$

où Z_{SP} est l'altitude de la surface précédente pour les coordonnées X et Y définies. Une autre méthode consiste à comparer les coordonnées locales du point P avec la profondeur de passe axiale. En effet, en usinage, la profondeur de passe axiale est communément définie en 3 axes comme la distance entre la surface précédente et la surface souhaitée. La valeur de d_a est donc définie de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \text{Si } Z_{SP}(X_E, Y_E) \leq Z_{SM} : & \quad d_a = Z_{SP}(X_E, Y_E) - Z_E \\ \text{Si } Z_{SM} \leq Z_{SP}(X_E, Y_E) : & \quad d_a = Z_{SM} - Z_E \end{aligned} \quad (1.57)$$

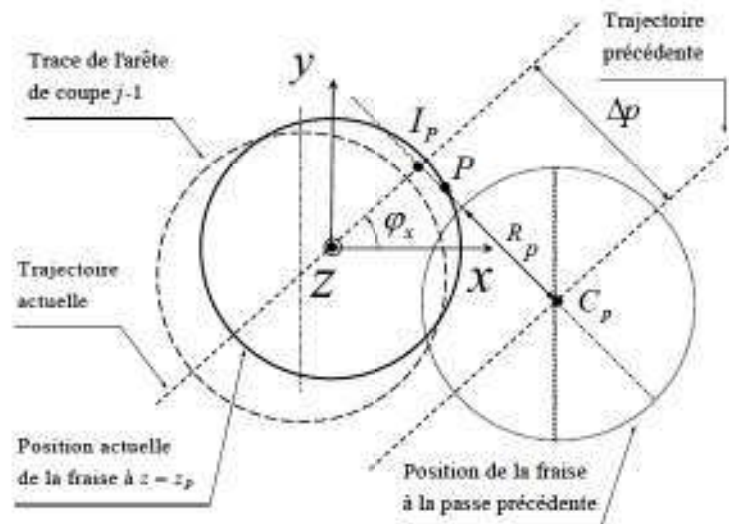


FIG. 1.26 – Comparaison entre le point courant P de la j -ième dent et la passe précédente pour une trajectoire linéaire dans le plan (x, y) à $z = z_p$ (ici $\Delta p > 0$). (Fontaine, 2004)[5]

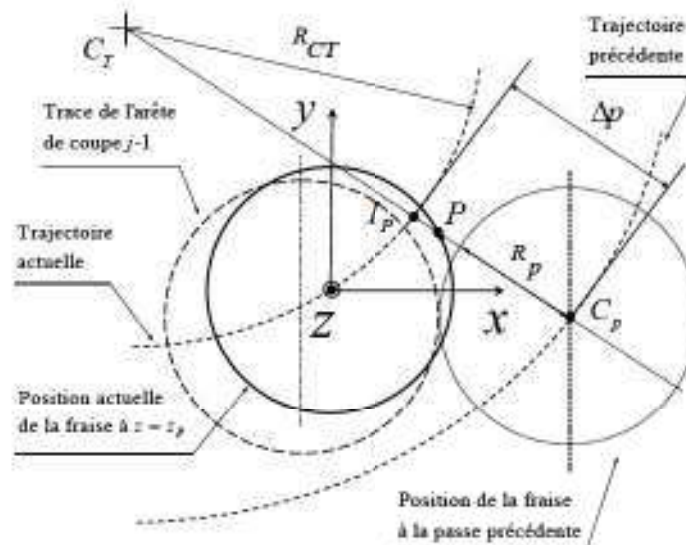


FIG. 1.27 – Comparaison entre le point courant P de la j -ième dent et la passe précédente pour une trajectoire courbe dans le plan (x, y) à $z = z_p$ (ici $\Delta p > 0$). (Fontaine, 2004)[5]

L'engagement peut donc être géré en comparant l'altitude du point P dans le repère local à la valeur de la profondeur de passe axiale si celle-ci est constante, ce qui est vrai dans la plupart des opérations de fraisage 3 axes, la position de coupe sera donc atteinte si l'on vérifie la condition suivante :

$$z_P \leq d_a \quad \text{si} \quad d_a = C^{ste} \quad (1.58)$$

Après, la considération de la trace de la passe précédente constitue la troisième condition. La trace de l'outil dans la passe précédente est supposée se former sans déflexion, sans vibration et avec un état de surface parfait. Dans ce modèle deux cas particuliers représentatifs des opérations usuelles en fraisage de forme ont été développées : le cas d'une direction d'avance linéaire dans le plan (X,Y) et celui d'une direction courbe de rayon de courbure constant dans ce même plan.

Un pas de balayage Δp est tout d'abord défini, il correspond à l'écart entre deux passes dans le plan (x,y) . La position de l'axe z pour la fraise est notée C_P et le rayon de l'enveloppe à l'altitude z_P est noté R_P . Il est à noter que les rayons des enveloppes de l'outil peuvent être différents si la position de la fraise en z est différente ($f_{pz} \neq 0$).

Dans tous les cas le point P est en position de coupe si :

$$|PC_P| \geq R_P \quad (1.59)$$

Les valeurs $|PC_P|$ et du rayon R_P dépendent de la forme de la trajectoire dans le plan (X,Y) . Les résultats pour le cas linéaire et courbe sont exposés en figures 1.26 et 1.27. Pour le cas linéaire, les distances $|PC_P|$ et R_P se mettent sous la forme :

$$\begin{aligned} |PC_P| &= \left\| \vec{PC}_P \right\| = |\Delta p - x_P \sin(\varphi_x) + y_P \cos(\varphi_x)| \\ R_P &= R[z_P + Z_{E,C}(X_{E,C}, Y_{E,C}) - Z_{E,C}(X_{I_P}, Y_{I_P}) + \Delta p_z] \end{aligned} \quad (1.60)$$

Pour le cas courbe :

$$\begin{aligned} |PC_P| &= \left\| \vec{PC}_P \right\| = |\Delta p - x_P \sin(\varphi_{x,I_P}) + y_P \cos(\varphi_{x,I_P})| \\ R_P &= R[z_P + Z_{E,C}(X_{E,C}, Y_{E,C}) - Z_{E,C}(X_{I_P}, Y_{I_P}) + \Delta p_z] \end{aligned} \quad (1.61)$$

avec

$$\varphi_{x,I_P} = \arcsin\left(\frac{x_P - x_{CT}}{R_{CT}}\right) \quad (1.62)$$

Enfin la dernière condition consiste à prendre en compte la trace de la dent précédente, comme illustrée sur la figure 1.28, deux positions successives de l'outil sont considérées le long du trajet élémentaire de l'usinage. Il est à remarquer que le vecteur d'avance par dent et par pas \vec{f}_P est défini entre deux positions successives d'un même point fixe de l'axe ou de l'enveloppe de l'outil (C ou E).

Ensuite, au point courant P de l'arête j à l'altitude z , le vecteur tangent à l'enveloppe \vec{e}_r est défini, il indique la direction de mesure de l'épaisseur de copeau non déformé t_0 , laquelle est alors calculée en projetant le vecteur d'avance \vec{f}_P sur la direction portant le vecteur \vec{e}_r , ce qui revient à calculer leur produit scalaire, donc :

$$t_0 = \vec{f}_P \cdot \vec{e}_r = f_{px} \sin \Psi_j \sin \kappa + f_{py} \cos \Psi_j \sin \kappa - f_{pz} \cos \kappa \quad (1.63)$$

avec f_{px}, f_{py}, f_{pz} les composantes de \vec{f}_P dans le repère local de l'outil.

Dans ce modèle l'auteur conclut que ce produit scalaire est une approximation acceptable qui permet de calculer de façon simple l'épaisseur de copeau non déformé pour toute géométrie d'outils et ce quelque soit le trajet d'usinage 3 axes. Mais la légère erreur qui est faite tend à sous-estimer les efforts de coupe. Toutes les conditions d'engagement décrites précédemment sont valables pour un cas rigide, ce qui correspond à de bonnes conditions de coupe. Il existe pourtant une perturbation géométrique due à l'interface de l'outil avec la broche, le faux-rond d'outil, ce défaut est principalement dû au décalage entre l'axe de rotation de la broche et l'axe de la fraise. Dans ces travaux le faux-rond axial est négligé en revanche le faux-rond radial est décrit par une valeur d'excentricité notée e entre les deux axes et par un angle de positionnement par rapport à la première dent noté Ψ_e dans le sens de rotation de la fraise (voir figure 1.29). Cette précision modifie différents paramètres comme la position angulaire Ψ_j du point P sur l'arête j à l'altitude z_P qui vaut maintenant :

$$\Psi_j(z_P) = (\theta + \Psi_e) - \Delta\Psi + (j-1) \frac{2\pi}{N_t} \quad (1.64)$$

Où $\Delta\Psi$ est le décalage d'inclinaison de l'arête entre la pointe de l'outil E et le point P (voir figure 1.29). La position du point P dans ce repère devient alors :

$$\begin{pmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{pmatrix}_{(x,y,z)} = \begin{pmatrix} R(z) \sin(\Psi_j(z)) + e \sin \theta \\ R(z) \cos(\Psi_j(z)) + e \cos \theta \\ z \end{pmatrix} \quad (1.65)$$

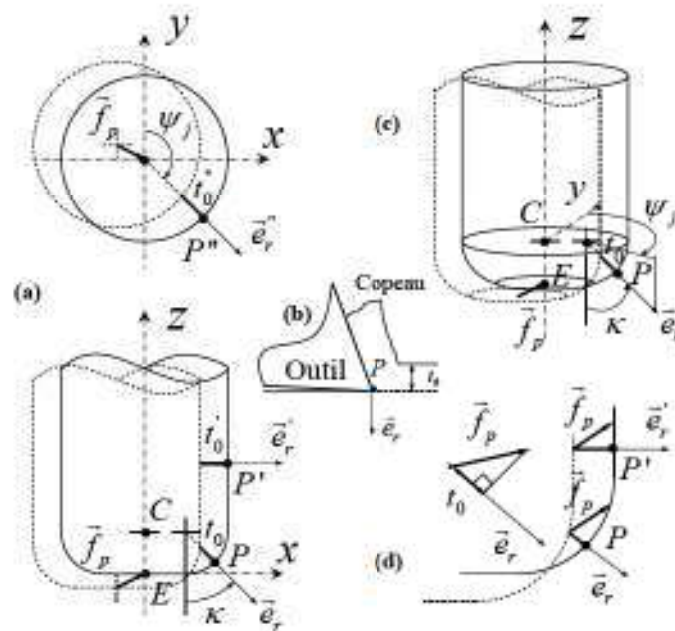


FIG. 1.28 – Epaisseur de copeau non déformé t_0 pour une fraise générique. (a) cas simple, (b) détail au niveau de l'arête de coupe, (c) cas général, (d) détail de la projection sur de l'avance la normale le long de l'arête. (Fontaine, 2004)[5]

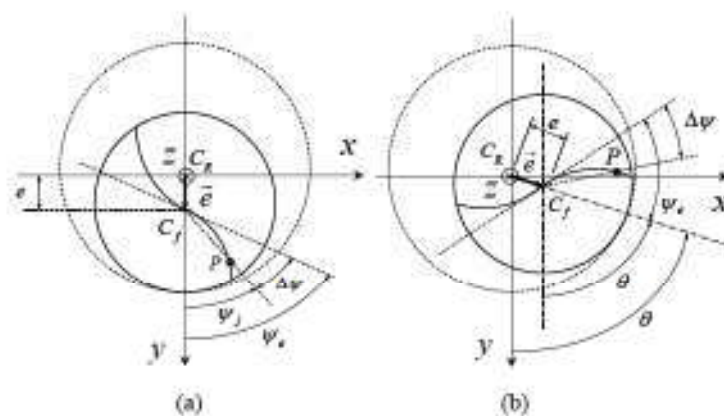


FIG. 1.29 – Mise en place du faux-rond radial, (a) $\theta = 0^\circ$, (b) $\theta > 0^\circ$. (Fontaine, 2004)[5]

L'excentricité est raisonnablement supposée inférieure à l'avance par dent, l'épaisseur de copeau t_0 est défini par :

$$t_0 = (\vec{f}_P + \vec{e} - \vec{e}_{j+1}) \cdot \vec{e}_r = \vec{f}_P \cdot \vec{e}_r + (\vec{e} - \vec{e}_{j+1}) \cdot \vec{e}_r \quad (1.66)$$

avec \vec{e} le vecteur d'excentricité pour la dent considérée et \vec{e}_{j+1} celui associé à la dent $j+1$ passée précédemment dans la même position. Le rayon équivalent $R_e(z_P)$ au point P est lui aussi modifié par le faux-rond radial et par conséquence la vitesse de coupe locale V est elle aussi différente. Les variations de la direction de la vitesse et de ce fait la variation des angles caractéristiques α_n et λ_S de l'arête élémentaire considérée sont négligées. il vient alors la relation suivante :

$$R_e(z_P) = \sqrt{R(z_P)^2 + e^2 + 2eR(z_P)\cos\left(\Psi_e - \Delta\Psi + (j-1)\frac{2\pi}{N_t}\right)}$$

$$V = \omega R_e(z_P) \quad (1.67)$$

Une fois que toutes les conditions spécifiques aux procédés ont été prises en compte dans ces calculs pour situer l'arête élémentaire en position de coupe, le modèle thermo-mécanique de la coupe oblique basé sur le modèle de la bande de cisaillement présenté précédemment doit être appliqué pour chacune des arêtes. Le but est d'obtenir une distribution d'efforts élémentaires le long de l'arête de coupe pour obtenir les efforts globaux sur l'outil.

1.7.4.3 Calcul des efforts de coupe

Sur l'arête élémentaire considérée, le copeau élémentaire est obtenu en condition de coupe oblique comme présentée précédemment. Comme dans le modèle de la bande de cisaillement, la zone primaire de cisaillement est modélisée par une bande de cisaillement d'épaisseur constante notée h comme illustrée sur la figure 1.30. Les contraintes induites par les autres zones de déformation sont négligées. L'angle normal de cisaillement ϕ est défini par la loi de Merchant (*Merchant, 1945*)[8][9] suivante :

$$\phi = A_1 + A_2(\alpha_n - \lambda_f) \quad \text{avec} \quad \lambda_f = \arctan(\mu_f) \quad (1.68)$$

Où λ_f et μ_f sont respectivement l'angle et le coefficient de frottement à l'interface outil-copeau. A_1 et A_2 sont des constantes qui dépendent du matériau usiné et qui peuvent être identifiées par des essais de coupe.

Le calcul des efforts de coupe repose sur le modèle de la bande de cisaillement présenté au chapitre 1 appliqué à la coupe oblique discrétisée sur l'arête de la fraise. Dans

les travaux développés par (Fontaine, 2004)[5], le comportement du matériau usiné est supposé isotrope et rigide, il est ensuite modélisé par une loi thermomécanique de type Johnson-Cook :

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[A + B \left(\frac{\gamma}{\sqrt{3}} \right)^n \right] \left[1 + C \ln \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right) \right] \left[1 - \left(\frac{T - T_r}{T_f - T_r} \right)^m \right] \quad (1.69)$$

Par utilisation du modèle de la bande de cisaillement, le résultat suivant est obtenu :

$$\tau = \tau(\gamma, \tau_0) = \rho (V \cos \lambda_s \sin \phi_n)^2 \gamma + \tau_0 \quad (1.70)$$

où τ représente l'expression de la contrainte de cisaillement au point considéré dans la zone primaire de cisaillement, ρ la masse volumique du matériau, V la vitesse de coupe, λ_s l'angle d'inclinaison d'arête, ϕ_n l'angle normal de cisaillement, γ la déformation dans la bande et τ_0 la contrainte à l'entrée de la bande. Les valeurs de η_s et η_c sont définies sur la figure 1.30.

Les efforts élémentaires dF_r , dF_κ et dF_ψ représentés sur la figure 1.30 correspondant respectivement à l'effort de pression, l'effort latéral et l'effort de coupe appliqués à l'arête de coupe élémentaire au point P dans la base ($\vec{e}_r, \vec{e}_\kappa, \vec{e}_\psi$) sont calculées en faisant l'équilibre des forces sur le copeau élémentaire à la sortie de la zone primaire de déformation :

$$\begin{aligned} dF_r &= -dF_s \cos(\eta_s) \sin(\phi_n) - dN_s \cos(\phi_n) \\ dF_\kappa &= dF_s \cos(\eta_s) (\tan(\eta_s) \cos(\lambda_s) + \cos(\phi_n) \sin(\lambda_s)) - dN_s \sin(\phi_n) \sin(\lambda_s) \\ dF_\psi &= -dF_s \cos(\eta_s) (\tan(\eta_s) \sin(\lambda_s) - \cos(\phi_n) \cos(\lambda_s)) - dN_s \sin(\phi_n) \cos(\lambda_s) \end{aligned} \quad (1.71)$$

Avec dF_s l'effort de cisaillement élémentaire sur l'axe \vec{x}_b et dN_s l'effort normal élémentaire sur l'axe \vec{z}_b , à la sortie de la bande de cisaillement, ils sont égaux à :

$$dF_s = -\frac{t_0 dw}{\cos(\lambda_s) \sin(\phi_n)} \tau_h \quad (1.72)$$

$$dN_s = \frac{\tan(\phi_n - \alpha_n) + \tan(\lambda_f) \cos(\eta_c)}{\tan(\lambda_f) \cos(\eta_c) \tan(\phi_n - \alpha_n - 1)} \cos(\eta_s) dF_s \quad (1.73)$$

où τ_h est la contrainte de cisaillement à la sortie de la zone primaire donnée par l'équation 1.70 pour $\gamma = \gamma_h$.

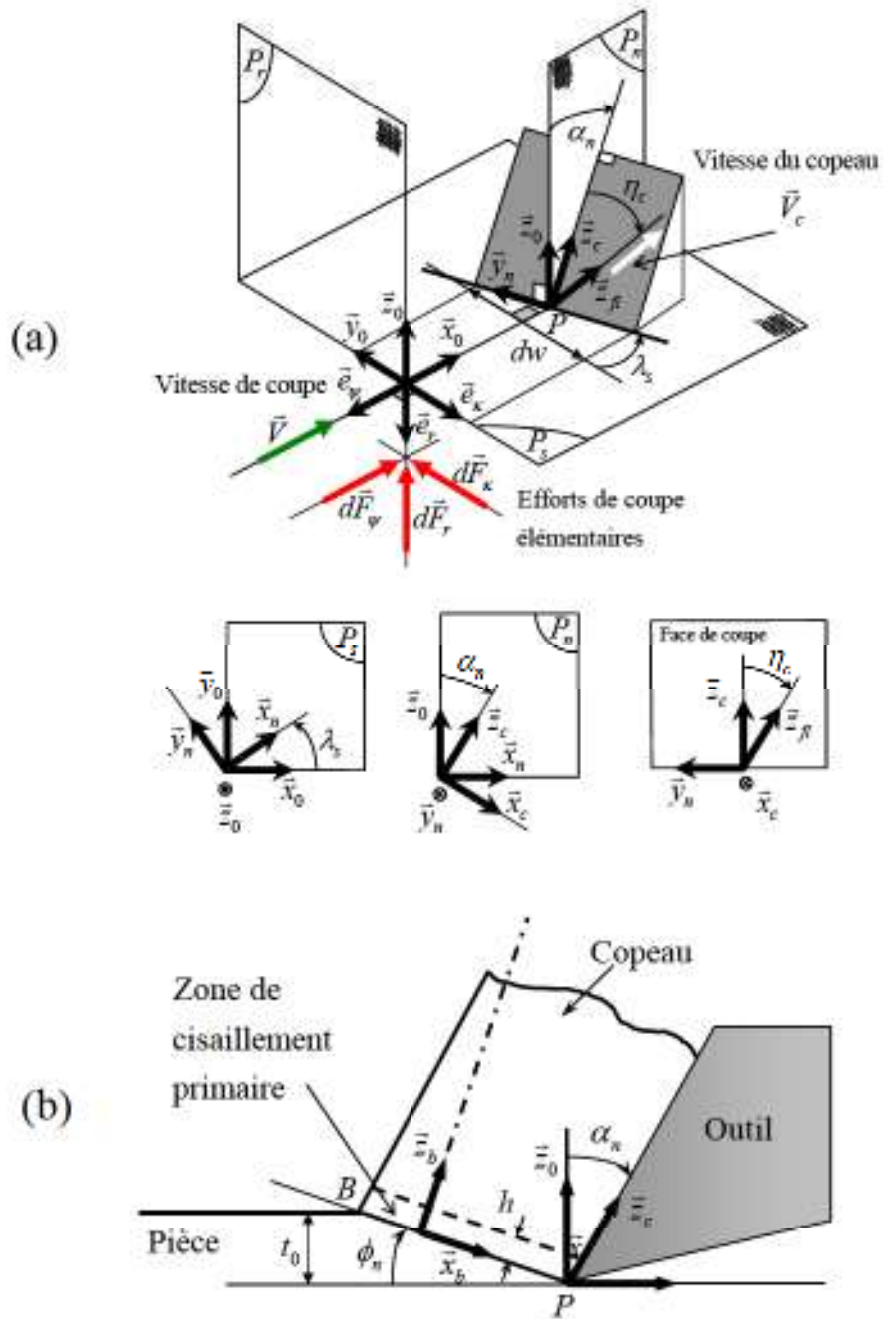


FIG. 1.30 – (a) Paramètres géométriques de la coupe oblique pour une arête élémentaire de l'outil, (b) Vue dans le plan P_n . (Fontaine, 2004)[5]

Finalement, les efforts élémentaires dF_r , dF_κ et dF_ψ sont projetés dans le repère outil (x, y, z) à partir de la matrice de passage suivante :

$$\begin{pmatrix} dF_x(\theta, z, j) \\ dF_y(\theta, z, j) \\ dF_z(\theta, z, j) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin\Psi_j \sin\kappa & \sin\Psi_j \cos\kappa & \cos\Psi_j \\ \cos\Psi_j \sin\kappa & \cos\Psi_j \cos\kappa & -\sin\Psi_j \\ -\cos\kappa & \sin\kappa & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dF_r(\theta, z, j) \\ dF_\kappa(\theta, z, j) \\ dF_\psi(\theta, z, j) \end{pmatrix} \quad (1.74)$$

Ensuite, pour chaque disque élémentaire dz et pour chaque dent j , les efforts sont sommés jusqu'au nombre total de dents N_t :

$$\begin{pmatrix} F_x(\theta, z) \\ F_y(\theta, z) \\ F_z(\theta, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{N_t} dF_x(\theta, z, j) \\ \sum_{j=1}^{N_t} dF_y(\theta, z, j) \\ \sum_{j=1}^{N_t} dF_z(\theta, z, j) \end{pmatrix} \quad (1.75)$$

Pour finir la sommation est réalisée sur les disques élémentaires jusqu'à l'altitude maximale d'engagement, soit :

$$\begin{pmatrix} F_x(\theta) \\ F_y(\theta) \\ F_z(\theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{z=0}^{H_{alt}} F_x(\theta, z) \\ \sum_{z=0}^{H_{alt}} F_y(\theta, z) \\ \sum_{z=0}^{H_{alt}} F_z(\theta, z) \end{pmatrix} \quad (1.76)$$

1.7.4.4 Validation expérimentale

Une validation expérimentale du modèle a été menée par Fontaine pour éprouver son modèle géométrique en particulier sur les points d'engagement dans la matière. Tous les tests ont été menés sur des pièces de forme de type opérations de copiage d'une vague, composée de deux cercles successifs. Tous les tests ont été menés sans lubrification, avec une fraise boule de diamètre 12 mm sur un acier classique le 42CrMo4 (AISI 4142). On peut voir sur les courbes présentées sur la Figure 1.31, une bonne corcondance avec l'expérimental. Et comme pour chaque essais le faux-rond a été mesuré puis paramétré dans le modèle, une très bonne modélisation du phénomène est obtenue.

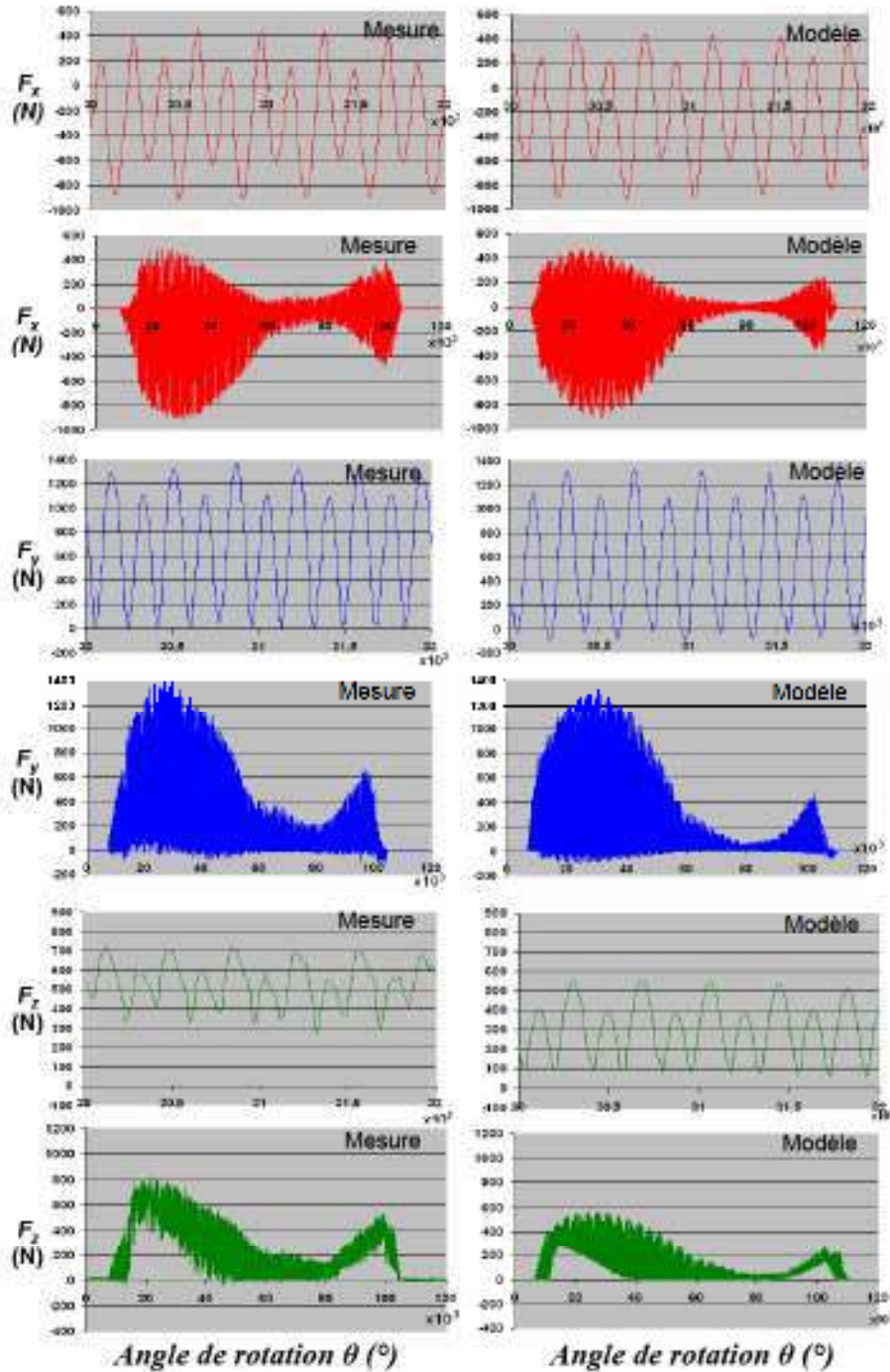


FIG. 1.31 – Valeurs de F_x , F_y et F_z avec prise en compte du faux-rond radial. $\Omega=2653 \text{ tr.min}^{-1}$, $f_t=0.1 \text{ mm.dent}^{-1}$, $\Delta p=12 \text{ mm}$ (rainurage), $e=0,01 \text{ mm}$ et $\Psi_e=0^\circ$. (Fontaine, 2004)[5]