

I - Phénomènes de diffusion

1. Introduction à la diffusion

1.1 - Définition

La diffusion est un processus selon lequel la matière est transportée d'un point à un autre du système par un mouvement aléatoire de particules.

Le mouvement d'une particule isolée peut être décrit selon l'image de la "marche au hasard", c'est-à-dire que la particule n'a pas de direction préférentielle de mouvement \neq 0. Ceci n'exclut pas le fait qu'il existe un mouvement global de l'ensemble des particules de la région la plus concentrée vers la région la moins concentrée.

L'équilibre se traduit par deux conditions :

- toutes les parties du système sont à la même température
- chaque constituant i a le même potentiel chimique dans toutes les phases $\alpha, \beta, \gamma \dots$

$$\mu_i(\alpha) = \mu_i(\beta) = \dots$$

L'expression mathématique du processus de diffusion permettant d'atteindre cet équilibre, repose sur les lois de FICK.

Les lois de FICK sont basées sur les équations de transfert dues à FOURIER, du fait de l'analogie existant entre les phénomènes de diffusion et de transfert de chaleur par conduction.

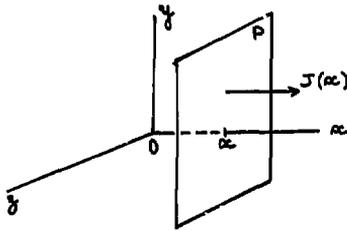
1.2 - Lois de FICK

Hypothèses : - le milieu est supposé isotrope .

- par mesure de simplification, la diffusion est supposée se faire selon un axe Ox perpendiculaire au plan P (de base (Oy, Oz) dans lequel sont calculées toutes les grandeurs.

1.2.1 - Première loi de FICK

La première loi de FICK stipule que la densité de flux de matière (ou vitesse de transfert de matière par unité de surface) dans le plan P est proportionnelle au gradient de concentration mesuré dans une direction normale à ce plan.



$$(1) \quad J(x,t) = -D \left(\frac{\partial c}{\partial x} \right)_t$$

Le coefficient de proportionnalité D est appelé coefficient de diffusion. C'est une valeur positive et le signe "moins" dans l'équation (1) traduit le fait que la diffusion se fait dans le sens des concentrations décroissantes :

Si

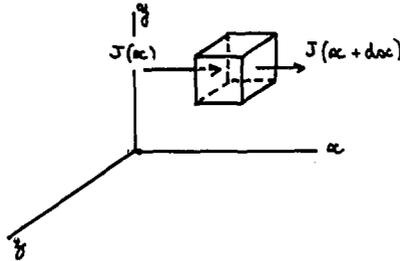
- c , concentration est exprimée en mole par centimètre cube
- x , distance dans la direction normale à P, en centimètre
- t , temps en seconde
- J , densité de flux de matière, en $\text{mol} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$

alors le coefficient de diffusion D s'exprime en $\text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

1.2.2 - Deuxième loi de FICK

La deuxième loi de FICK repose sur un bilan de matière .
 Considérons le volume $dV = dx dy dz$; pendant le temps dt :

$$\boxed{\text{Matière entrée dans } dV} = \boxed{\text{Matière accumulée dans } dV} + \boxed{\text{Matière sortie de } dV}$$



Le bilan se traduit par l'équation suivante :

$$\left[J(x,t) dydz \right] dt = \left[J(x+dx,t) dydz \right] dt + \left[\left(\frac{\partial c}{\partial t} \right)_x dx dy dz \right]$$

En utilisant le développement de Taylor à l'ordre 1 de $J(x+dx)$:

$$J(x+dx,t) = J(x,t) + \left(\frac{\partial J(x,t)}{\partial x} \right)_t dx$$

l'équation se simplifie et donne lieu à :

$$\left(\frac{\partial J(x,t)}{\partial x} \right)_t = - \left(\frac{\partial c}{\partial t} \right)_x$$

Si, en outre, D est indépendant de la concentration, nous avons :

$$\left(\frac{\partial J(x,t)}{\partial x} \right)_t = - D \left(\frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2} \right)_t$$

d'où la deuxième équation de FICK

$$(2) \quad \boxed{D \left(\frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2} \right)_t = \left(\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} \right)_x}$$