GESTION ECONOMIQUE DE LA PRODUCTION DES CENTRALES D'UN SYSTEME DE PRODUCTION DE L'ENERGIE ELECTRIQUE

1- Introduction

1.1- Formulation du problème

On peut formuler le problème de la gestion optimale des centrales électriques de plusieurs façons, comme par exemple : quelle serait la production de chaque centrale du système électrique pour que :

- le coût soit minimal
- le profit soit maximal
- la pollution soit minimale
- etc.…

La plus simple modélisation du problème est lorsqu'elle purement économique.

1.2- Avantages la gestion économique

La gestion économique des systèmes de production-consommation d'énergie électrique permet :

- ✓ Une réduction quantitative de l'énergie primaire utilisée pour produire l'énergie électrique.
- ✓ Une réduction quantitative des pertes de transmission.

Ceci à pour conséquences :

- la minimisation du coût de production.
- l'augmentation de la réserve en puissance électrique disponible.
- la réduction de la pollution

1.3- Objectifs

La gestion consiste à programmer la production de chaque centrale électrique du système de sorte à :

- Satisfaire la demande en énergie électrique,
- Minimiser :
  - L'utilisation du combustible
  - Les pertes de transmission.

N.B. : Cette gestion est obtenue sans avoir recours à aucun investissement supplémentaire. Il suffit d'appliquer le principe fondamental de la science économique qui dit que si un même produit peut être fabriqué à plusieurs endroits, il doit être fabriqué là où le coût marginal est le plus bas.

1.4- Complexité de la gestion

La gestion du système de production-consommation d'énergie électrique est un problème très complexe, tant par :

1. Sa dimension,
2. Sa diversité en moyens de production.

   En effet un système de production d'énergie électrique peut englober des :

   - centrales thermiques classiques et/ou nucléaires,
   - centrales à gaz naturel,
   - centrales hydroélectriques,
   - unités éoliennes,
   - unités photovoltaïques
   - etc.…
3. La difficulté de prévision :
   - de la demande en énergie électrique avec exactitude au préalable,
   - des apports d'eau naturels pour le cas des centrales hydroélectriques.

1.5- Méthode de résolution

Les méthodes et les moyens de calcul actuels, ne permettent pas d'apporter une solution globale à ce type de problème. Parmi les méthodes de résolution celle qui consiste à subdiviser le système en deux sous-systèmes :

- l'un comporte des centrales thermiques de tous genres et peut aussi comporter des centrales à gaz,
- l'autre comporte des centrales hydroélectriques.

Ensuite dans :

- le premier système le problème est résolu dans un contexte économique, c'est-à-dire, que l'objectif est de minimiser soit l'énergie primaire utilisée ou le coût de la production totale du système. Cet objectif doit être atteint tout en satisfaisant la demande en énergie électrique, ainsi que toutes les autres contraintes d'opérations.
- le deuxième système, le problème est de type stochastique, sa résolution est plus complexe. Une méthode de résolution acceptable consiste à diviser ce problème en deux sous problèmes :
  - **Problème stochastique long terme** (aspect stratégique) : qui consiste à déterminer la quantité d'eau totale à décharger de chaque réservoir pour chaque période de l'horizon d'exploitation planifié.

- **Problème déterministe court terme** (aspect tactique) : qui consiste à répartir la décharge totale, sélectionnée par le problème stochastique, le long d'une période de l'horizon d'exploitation planifié long terme. Dans ce cas, les apports d'eau naturels et la demande en énergie électrique sont connus au préalable. Sachant que l'horizon d'exploitation planifié court terme est une période de l'horizon d'exploitation planifié long terme.

1.6- Conclusion

- L'analyse des systèmes de production-consommation d'énergie électrique peut être divisée en deux types :
  - L'analyse du système à un moment quelconque sous les conditions du régime statique. Cette analyse engendre le problème économique.
  - L'analyse du système au court du temps sous les conditions dynamiques. Cette analyse engendre le problème stochastique et le problème déterministe.
- L'étude du problème dynamique est plus complexe que le problème statique. Ceci est dû au fait qu'il faut non seulement considérer l'espace ou la configuration géométrique mais aussi le temps.
- Un grand nombre d'algorithmes basés sur différentes méthodes combinées ou non ont été développés. Toutes ces méthodes présentent des inconvénients et des avantages. Chacune d'entre elles obtient de meilleurs résultats avec certains types de problèmes.
- Les récentes recherches se sont orientées vers l'amélioration des avantages et la minimisation des inconvénients des outils d'optimisation utilisés en faisant différentes combinaisons. Mais malgré ces efforts, aucun algorithme n'est à ce jour considéré comme tranchant.

2- Modélisation d'une centrale thermique

Le modèle mathématique d'une centrale thermique est déduit par une approximation de la caractéristique entrée-sortie de la centrale thermique.

La caractéristique réelle est déterminée par des mesures faites au niveau de la centrale thermique considérée.

2.1- Caractéristique d'une unité thermique

Pour une étude dans un contexte économique, la caractéristique la plus importante des unités thermiques qui composent une centrale thermique destinée à la production d'énergie électrique est la caractéristique entrée-sortie où :

- ✓ L'entrée est le coût du combustible,
- ✓ la sortie est la puissance électrique active générée.

La caractéristique idéale du coût en fonction de la production est représentée à la figure (2-1).

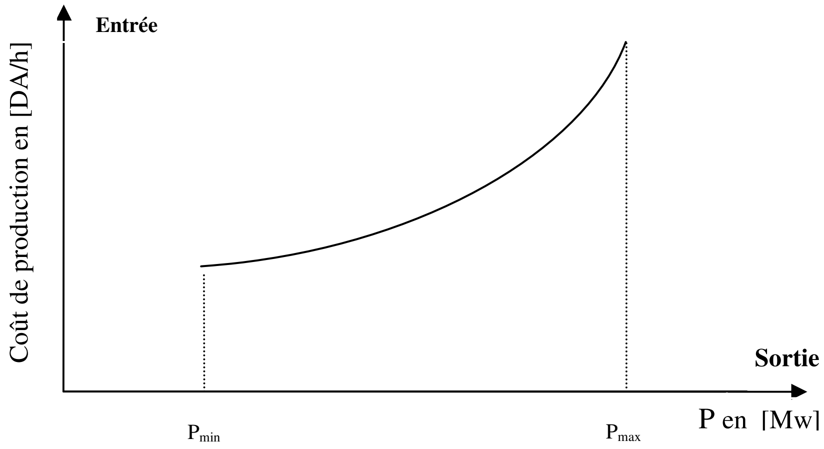


Fig. 2-1 : Caractéristique entrée-sortie d'une unité thermique.

2.2- Modélisation Mathématique

Dans le but de déterminer la production électrique optimale de chaque centrale thermique qui compose le système dans le contexte économique, on utilise la caractéristique entrée-sortie ou coût-production. Cette caractéristique est représentée habituellement par le polynôme du second ordre suivant :

$$C_i = A_i + B_i P_i + C_i P_i^2$$

Où :

C_i : Coût de production de la puissance électrique active P_i de la centrale i, exprimée en DA/h.

P_i : Puissance électrique produite par la centrale i, exprimée en MW.

A_i, B_i, C_i : Ce sont des constantes positives déterminées indirectement à partir des mesures faites sur a centrale i, qui sont exprimées respectivement en DA/h, DA/MWh et DA/MW^{2}h.

Le coût de production C_i de la centrale i, dépend directement du :

- coût du combustible,
- rendement de la centrale thermique.

Les constantes A_i, B_i, C_i :

- Dépendent du coût du combustible,
- Sont sujets à des réajustements instantanés dans le cas où le prix du combustible varie,
- Sont sujets à des réajustements à long terme à cause de l'affaiblissement du rendement des centrales thermiques, causé par le vieillissement des éléments de la centrale thermique.

Le paramètre A_i tient compte des coûts de :

- la main-d'œuvre,
- l'approvisionnement,
- la maintenance.

Ces coûts sont considérés comme des coûts fixes.

3- Formulation économique du problème

La gestion économique d'un système électrique composé de centrales thermique consiste à assigner pour chaque centrale électrique disponible du système de production la puissance à produire de sorte que :

- le coût de production soit minimal,
- la demande en énergie électrique soit satisfaite tout en tenant compte des pertes électriques de transmission,
- toutes les contraintes d'opération du système soient satisfaites, c'est-à-dire, la production optimale de chaque centrale doit être dans ces limites de capacité de production.

Le modèle mathématique approprié au problème de la gestion économique d'un tel système de production peut se formuler par un système d'équations qui engendre conjointement :

- La fonction objective,
- Les contraintes d'opération.

3.1- Modèle sans considération des pertes de transmission

3.1.1- Fonction objective

$$\min C_T$$

Où :

C_T : Représente le coût total de la production de toutes les centrales thermiques du système considéré, exprimé en DA/h. Il est égal à :

$$C_T = \sum_{1}^{n_{th}} C_i(P_i)$$

Où :

$C_i(P_i)$: Coût de production de la centrale thermiques i lorsqu'elle produit la puissance électrique P_i, exprimé en DA/h.

n_{th} : Nombre de centrales thermiques qui composent le système considéré.

3.1.2- Les contraintes d'opérations

L'objectif doit être atteint tout en satisfaisant l'ensemble des contraintes actives d'opération à savoir :

- L'équilibre entre la production et la consommation,
- La limite de la capacité de production de chaque centrale thermique du système.

3.1.2.1- Equilibre production-consommation

$$\sum_{i=1}^{n_{th}} P_i = P_d$$

Où :

P_d : Puissance électrique demandée par les consommateurs connectés au système considéré, elle est exprimée en MW.

P_i : Puissance électrique produite par la centrale thermique i, elle est exprimée en MW.

3.1.2.2- Limites de capacité de production des centrales thermiques

$$P_i^{\min} \leq P_i \leq P_i^{\max}$$

Où :

$P_i^{\max}$: Capacité de production maximale de la centrale thermique i, exprimée en MW.

$P_i^{\min}$: Capacité de production minimale de la centrale thermiques i, exprimée en MW.

3.2.1- Modèle avec considération des pertes de transmission

$$\sum_{i=1}^{n_{th}} P_i = P_d + P_L$$

Où :

P_L : Ce terme représente les pertes actives totales dans le réseau de transmission, exprimée en MW.

Dans le but de minimiser ces pertes, il est plus approprié de les présenter en fonction de la production de toutes les centrales thermique qui composent le système.

4- Méthodes de résolution

4.1- Modèle sans considération des pertes de transmission

Le problème de la gestion économique peut être représenté par le modèle mathématique suivant :

$$\min C_T \qquad (1)$$

Sous les contraintes :

$$\sum_{i=1}^{n_{th}} P_i = P_d \qquad (2)$$

$$P_i^{\min} \le P_i \le P_i^{\max} \qquad (3)$$

Plusieurs méthodes sont développées pour résoudre ce type de problème.

4.1- Méthode de Lagrange

Deux cas peuvent se présentés :

- Sans considération des contraintes d'inégalités.
- Avec considération des contraintes d'inégalités.

4.1.1- Sans considération des contraintes d'inégalité

Le système d'équations (1)-(2) peut être résolu en appliquant directement la méthode du Lagrange.

Le procédé consiste à :

1. Transformer le problème d'optimisation avec contrainte (1)-(2) à un problème d'optimisation sans contrainte. Cela est obtenu en adjoignant la contrainte d'égalité (2) avec le multiplicateur λ à la fonction objective (1). Le problème (1)-(2) devient équivalent au problème suivant sans contraintes :

$$\min L \qquad (4)$$

Où :

L : Fonction lagrangienne définie par la relation suivante :

$$L = C_T - \lambda \cdot (\sum_{i=1}^{n_{th}} P_i - P_d) \qquad (5)$$

Où :

λ : Multiplicateur de Lagrange.

2. Solutionner le problème (4) : Si les fonctions C_i sont convexes et différentielles, la solution du problème (4) consiste à ajuster les variables P_i et le multiplicateur de Lagrange λ de sorte à satisfaire les conditions nécessaires d'optimalités suivantes :

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = \frac{\partial C_i}{\partial P_i} - \lambda = 0, \quad i = 1,...., \quad n_{th} \qquad (6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{n_{th}} P_i - P_d = 0 \qquad (7)$$

En résolvant le système d'équation (6)-(7), on obtient :

- les productions optimales qui entraînent :
  - un coût de production total minimal,
  - la satisfaction de la demande.
- le coût marginal (le coût unitaire).

4.1.1.1- Calcul du coût marginal λ :

En se référant à l'équation (6), on peut écrire :

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_1} = \frac{\partial C_2}{\partial P_2} = \frac{\partial C_3}{\partial P_3} = \dots\dots\dots \quad \dots. = \frac{\partial C_{n_{th}}}{\partial P_{n_{th}}} = \lambda \tag{8}$$

Les termes de l'équation (7) sont appelés les coûts marginaux.

Conclusion : Pour que le coût de production d'un système thermique soit optimal, il faut que chaque centrale du système produise une puissance de sorte que leurs coûts marginaux soient :

- minimaux,
- et égaux.

4.1.2- Avec considération des contraintes d'inégalité

Si la contrainte (3) est prise en compte, trois cas peuvent se présenter :

a. Cas où la production de chaque centrale est dans sa limite, mathématiquement ceci s'écrit :

$$P_{i_{\min}} \leq P_i \leq P_{i_{\max}} \tag{9}$$

Dans ce cas, les conditions d'optimalités s'écrivent :

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_i} = \lambda \tag{10}$$

b. Cas où la production d'une ou de plusieurs centrales dépasse la capacité maximale, mathématiquement ceci s'écrit :

$$P_i \succ P_{i_{\max}} \tag{11}$$

Dans ce cas, on vérifie pour ces centrales la condition suivante :

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_i} < \lambda \tag{12}$$

- Si la condition (12) est satisfaite, on fixe alors la production de la centrale concernée à sa capacité maximale c'est-à-dire : $P_i = P_{i_{\max}}$
- Si non on laisse la production de la centrale libre.

c. Cas où la production d'une ou plusieurs centrales dépasse la capacité minimale, mathématiquement ceci s'écrit :

$$P_i \succ P_{i_{max}} \quad (13)$$

Dans ce cas, on vérifie pour ces centrales la condition suivante :

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_i} > \lambda \quad (14)$$

- Si la condition (14) est satisfaite, on fixe alors la production de la centrale concernée à sa capacité minimale c'est-à-dire : $P_i = P_{i_{\min}}$.
- Si non on laisse la production de la centrale libre.

4.2- Modèle avec considération des pertes de transmission

En prenant en considération les pertes actives causées par le transport de l'énergie électrique des centres de production vers les centres de consommation, la contrainte d'égalité (2) devient :

$$\sum_{i=1}^{n_{th}} P_i = P_d + P_p \quad (11)$$

Où :

P_p : Ce terme représente les pertes actives totales dans le réseau de transmission, exprimée en MW.

Le problème devient équivalent au problème suivant sans contraintes :

La fonction lagrangienne du problème devient :

$$L = C_T - \lambda \cdot (\sum_{i=1}^{n_{th}} P_i - P_d + P_p) \quad (12)$$

Les conditions nécessaires d'optimalité sont :

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = 0, \quad i = 1,...., \quad n_{th} \qquad \text{pour tout } P_{i_{\min}} \leq P_i \leq P_{i_{\max}} \quad (13)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^{n_{th}} P_i - P_d + P_p = 0 \quad (14)$$

En développant l'équation (13), on obtient :

$$\frac{\partial L}{\partial P_i} = \frac{dC_t}{dP_{i\,i}} - \lambda \cdot (1 - \frac{\partial P_p}{\partial P_i}) = 0, \quad i = 1,...., \quad n_{th} \quad (15)$$

Après arrangement de l'équation (15), on obtient :

$$\left(\frac{1}{1-\frac{\partial P_p}{\partial P_i}}\right)\cdot\frac{dC_t}{dP_i}=\lambda \qquad (16)$$

Le terme $\frac{\partial P_p}{\partial P_i}$ représente les pertes incrémentales pour le jeux de barre i.

Le terme $F_P=\frac{1}{1-\frac{\partial P_p}{\partial P_i}}$ est appelé facteur de pénalité pour le jeux de barre i.

4.2.1- Effets du facteur de pénalité

Les effets du facteur de pénalité sur la recherche de l'optimum se résument comme suit :

- Si $F_P \succ 0$, le terme $F_{p\,i}\cdot\frac{dC_t}{dP_i}$ entraine l'augmentation du coût marginale de la centrale *i*.
- Si $F_P \prec 0$, le terme $F_{p\,i}\cdot\frac{dC_t}{dP_i}$ entraine la diminution du coût marginale de la centrale *i*.
- Si $F_P=0$ le terme $F_{p\,i}\cdot\frac{dC_t}{dP_i}$ agira comme dans le cas où les pertes ne sont pas prises en considération.

4.1.12 Calcul du coût marginal.

Les couts marginaux dans le cas où les pertes de transmission sont prisent en considération, sont déterminés en référant à l'équation (15), on obtient :

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_1}\cdot F_{P_1}=\frac{\partial C_2}{\partial P_2}\cdot F_{P_2}=\frac{\partial C_3}{\partial P_3}\cdot F_{P_3}=\ldots\ldots\ldots\quad\ldots\ldots=\frac{\partial C_{n_{th}}}{\partial P_{n_{th}}}\cdot F_{P_{n_{th}}}=\lambda \qquad (17)$$

Les termes de l'équation (17) sont appelés les coûts marginaux.

Conclusion : Le coût de production minimal est obtenu, lorsque le produit du coût marginal (incrémental) de chaque centrale avec son facteur de pénalité est le même pour toute les centrales du système.

4.2.1- Evaluation des pertes de transmission

Il existe plusieurs méthodes pour l'évaluation des pertes de transmission. Chacune des méthodes présente des avantages et des inconvénients. Parmi ces méthodes on cite :

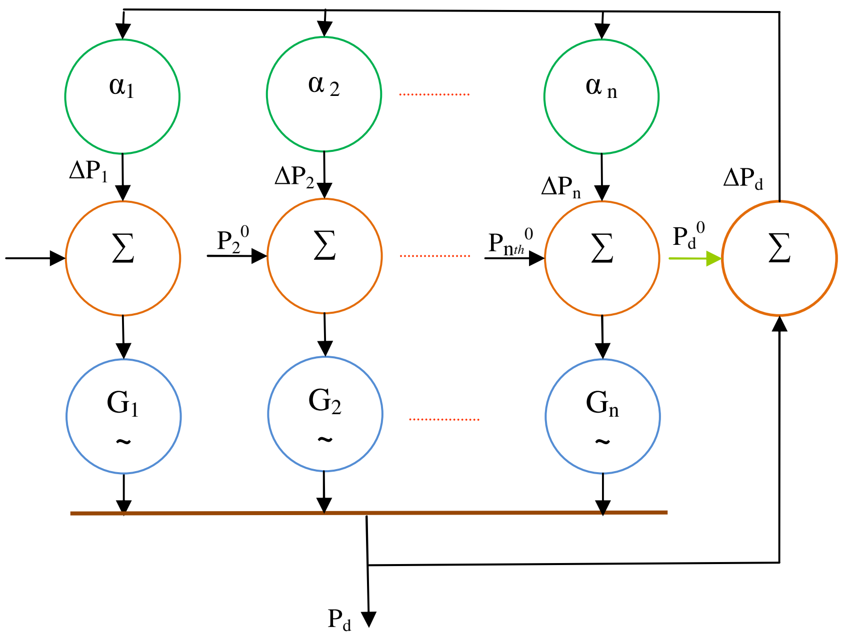
- Méthode classique pour le calcul des cœfficients de pertes.

- Calcul des cœfficients de pertes utilisant la matrice des admittances.

Dans le but de minimiser ces pertes, il est convenable de les exprimer en fonction de la production de toutes les centrales thermique qui composent le système.

5- Calcul du facteur de participation

L'automatisation du réglage de la production optimale de chaque unité du système peut être représentée par le schéma suivant :



Où :

α_i : Facteur de participation de l'unité *i*.

P_i^0 : Production de l'unité *i* avant le changement de la demande, exprimée en MW.
P_d^0 : Demande initiale, exprimée en MW.
ΔP_d : La valeur de la variation de la demande, exprimée en MW.
Ce facteur permet de déterminer la contribution de chaque unité du système de production lorsque la demande change d'une valeur ΔP_d .
La participation totale s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1 \qquad (1)$$

$$0 \le \alpha_i \le 1 \quad \forall i \qquad (2)$$

$$\Delta P_{g_i} = \alpha_i . \Delta P_d \qquad (3)$$

NB : Si une centrale atteint sa production limite, dans ce cas son facteur de participation est égal à zéro c'est-à-dire $\alpha_i = 0$.

La forme générale de la fonction coût peut être exprimée par la relation quadratique suivante :

$$C_i = a_i + b_i \cdot P_i + c_i \cdot P_i^2 \tag{4}$$

A partir du système d'équation (1)-(4), le facteur de participation du générateur k est égal :

$$\alpha_k = \frac{\frac{1}{c_k}}{\sum_{i=1}^{n_{th}} \frac{1}{c_i}}$$

Où :

n_{th}: Le nombre total des unités thermiques du système de production d'énergie électrique.