

Exercice 1

Considérons un contrat d'assurance couvrant les accidents de voiture, le risque d'accident de chacun de ces assurés est de 0,2 ($q=0.2$)

Si l'assurance vaut 1000000 Da

- 1- calculez la prime demandé pour cet voiture.
- 2- Quel est nombre d'accidents moyen si la compagnie d'assurance à 10 assurés.
- 3- Préciser la fonction de répartition d'une police.
- 4- quelle est la probabilité d'en voir au moins 4 accidents.
- 5- Préciser la fonction de répartition en Supposons que la police d'assurance prévoit un découvert obligatoire de montant $k= 100.000$ Da

Exercice 2

Une grande compagnie couvre le risque RC automobile. Deux facteurs influencent la charge des sinistres: la puissance du véhicule (faible-élevée) et l'expérience du conducteur (débutant-experimenté). On suppose que la population assurée est répartie uniformément entre ces catégories (250,000 assures dans chaque catégorie). Les charges moyennes des sinistres en fonction des profils de risque sont données au tableau ci-dessous:

	experimenté	débutant
faible	100	1500
puissant	900	2500

- 1- Supposons que seules deux compagnies, C1 et C2 disons, opèrent sur le marché et que l'assurance est obligatoire. C1 décide de ne pas différencier le montant des primes (et réclame 1250e a tous les assures).
 - a- Quelle est la prime pure réclamée par la compagnie C1

La seconde compagnie C2 différencie les primes sur base de la puissance du véhicule.

 - b- Quelle est les primes pures réclamées par la compagnie C2

Si l'information est parfaite et que les assurés optent systématiquement pour la compagnie dont le tarif est le plus avantageux,

 - c- donnez les résultats moyens de C1 et de C2.
 - d- Comment devrait réagir C1?
- 2- Supposons désormais que C1 et C2 appliquent un tarif segmenté selon la puissance du véhicule. Si une nouvelle compagnie C3 fait son entrée sur le marché en utilisant l'expérience du conducteur pour différencier les assurés (sans tenir compte de la puissance du véhicule)
 - a- Quels seront les résultats des trois compagnies?
 - b- Que se passera-t-il à terme sur le marché?

Corrigé

Exercice 1

1- Prime = $Pr[X]X = 0.2(1000.000) = 200.000$

2- $E[N] = E[X_1] + E[X_2] + \dots + E[X_{10}] = 2$

3-
$$F_X(x) = \begin{cases} Pr[\emptyset] = 0, & \text{si } x < 0, \\ Pr[e_1] = 0.2, & \text{si } 0 \leq x < 1000000 \text{ DA}, \\ Pr[\varepsilon] = 1, & \text{si } x \geq 1000000 \text{ DA}. \end{cases}$$

4- la probabilité d'en voir au moins 4 accidents

$$Pr[N \geq 4] = 1 - Pr[N < 3]$$

$$Pr[N < x] = \sum_{k=0}^{\lfloor x \rfloor} p_k, x \in R =$$

K	0	1	2	3
C_{10}^k	1	10	45	120
$q^k(1-q)^{(10-k)}$	0,107	0,027	0,007	0,002
$P_k = Pr[N = k] = C_{10}^k(q^k(1-q)^{(10-k)})$	0,107	0,268	0,302	0,201

$$Pr[N < 3] = \sum_{k=0}^{\lfloor 3 \rfloor} p_k = Pr[N = 0] + Pr[N = 1] + Pr[N = 2] + Pr[N = 3] = 0,107 + 0,268 + 0,302 + 0,201 = 0,879$$

$$Pr[N \geq 4] = 1 - 0,879 = 0,121$$

la probabilité d'en voir au moins 3 accident est de 0.12.

5- la police d'assurance prévoit un decouvert obligatoire de montant $\delta = 100.000 \text{ Da}$

$$F_Z(z) = \begin{cases} 0, & \text{si } z \leq 0 \\ \frac{F_X(z + \delta) - F_X(\delta)}{1 - F_X(\delta)}, & \text{si } z > 0 \end{cases}$$

$$Z = x - \delta = x - 100000$$

$$F_Z(z) = \begin{cases} 0, & \text{si } z \leq 0 \\ \frac{Pr[100.000 < X \leq x]}{1 - Pr[X \leq 100.000]}, & \text{si } z > 0 \end{cases}$$

Exercice 2

1-

a- la prime pure réclamée par la compagnie C1

$$E[s] = \frac{100(250.000) + 1500(250.000) + 900(250.000) + 2500(250.000)}{250.000 (4)} = 1250$$

b- les primes pures réclamées par la compagnie C2

La prime réclamée pour les véhicules a faible puissance

$$E[S_F] = \frac{100(250.000)+1500(250.000)}{250.000 (2)} = 800$$

La prime réclamée pour les véhicules puissants

$$E[S_P] = \frac{900(250.000)+2500(250.000)}{250.000 (2)} = 1700$$

c- les résultats moyens de C1 et de C2.

la compagnie C2 n'aurait en portefeuille que des assurés dont la puissance de leurs véhicules est faibles. et la compagnie C1 n'aurait en portefeuille que des véhicules est puissants.

L'encaissement global de la compagnie C1= 500.000 (1250) = 625.000.000

le montant de sinistres dédommagés C1 = 500.000 (1700) = 850.000.000

Résultat attendu C1 = 625.000.000 - 850.000.000 = - 175.000.000

L'encaissement global de la compagnie C2= 500.000 (800) = 400.000.000

le montant de sinistres dédommagés C2 = 500.000 (800) = 400.000.000

Résultat attendu C1 = 400.000.0000 - 400.000.000 = 0

d- Comment devrait réagir C1?

C1 devrait différencier le montant des primes réclamées en utilisant la puissance de véhicule (800 pour les véhicules faible et 1700 pour les véhicules puissants)

2-

a- les résultats des trois compagnies

Les primes réclamées par C1 et C2

La prime réclamée pour les véhicules a faible puissance

$$E[S_F] = \frac{100(250.000)+1500(250.000)}{250.000 (2)} = 800$$

La prime réclamée pour les véhicules puissants

$$E[S_P] = \frac{900(250.000)+2500(250.000)}{250.000 (2)} = 1700$$

Les primes réclamées par C3

La prime réclamée pour les conducteurs expérimentés

$$E[S_E] = \frac{100(250.000)+900(250.000)}{250.000 (2)} = 500$$

La prime réclamée pour les conducteurs débutants

$$E[S_D] = \frac{1500(250.000)+2500(250.000)}{250.000 (2)} = 2000$$

la compagnie C3 aurait en portefeuille tous les assurés expérimentés. Et C1 et C2 partagent les conducteurs débutants (véhicules faibles et puissants)

L'encaissement global de la compagnie C3= 500.000 (500) = 250.000.000

le montant de sinistres dédommagés C3 = 500.000 (500) = 250.000.000

Résultat attendu C3 = 250.000.000 - 250.000.000 = 0

L'encaissement global C1 + C2 = 250.000 (800) + 250.000 (1700) = 625.000.000

le montant de sinistres dédommagés $C1 + C2 = 250.000 (1500) + 250.000 (2500) = 1.000.000.000$

Résultat attendu $C1 + C2 = 625.000.000 - 1.000.000.000 = -375.000.000$

b- Que se passera-t-il à terme sur le marché?

À terme les 3 compagnies appliquent un tarif segmenté selon : la puissance du véhicule (faible-élevée) et l'expérience du conducteur (débutant-experimenté)

	experimenté	débutant	
faible	100	1500	800
puissant	900	2500	1700
	500	2000	1250

La prime réclamée pour les conducteurs expérimentés avec véhicules a faible puissance

$$E[S_F] = \frac{100(250.000) + 1500(250.000)}{250.000 (2)} = 100$$

La prime réclamée pour les conducteurs expérimentés avec véhicules puissants

$$E[S_P] = \frac{900(250.000) + 2500(250.000)}{250.000 (2)} = 900$$

les conducteurs débutants avec véhicules a faible puissance

$$E[S_E] = \frac{100(250.000) + 900(250.000)}{250.000 (2)} = 1500$$

les conducteurs débutants avec véhicules puissants

$$E[S_D] = \frac{1500(250.000) + 2500(250.000)}{250.000 (2)} = 2500$$

Et le resultat est nul pour les trois compagnies