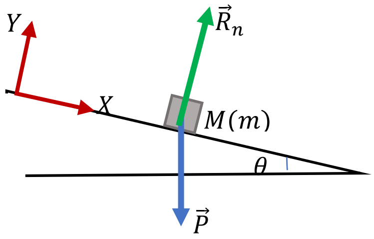
TD 3 P1 (F211) – DYNAMIQUE NEWTONNIENE

EXERCICE 1/



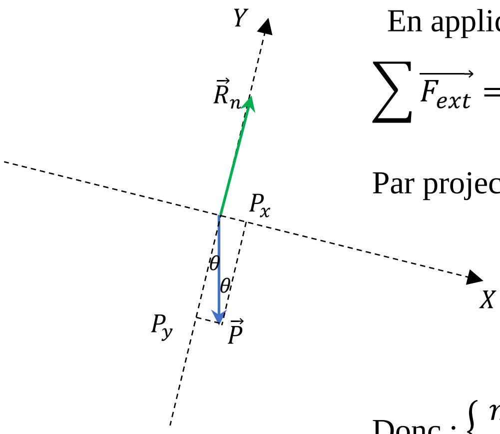
$m = 1kg$

à $t = 0s$: $\begin{cases} \overrightarrow{OM}_0 = \vec{0}\ (m) \\ \vec{v}_0 = 4\vec{\imath}\ (m/s) \end{cases}$

$g = 9{,}81\ m/s^2$

$\theta = 17{,}82°$

1/ Donner le vecteur accélération et calculer la réaction normale au plan $\vec{R}_n$



En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P} + \overrightarrow{R_N} = m\vec{a}$$

Par projection : $\begin{cases} (OX): P_x + 0 = ma_x \\ (OY): -P_y + R_N = ma_y \end{cases}$

Tel que :

$\vec{P} \begin{cases} P_x = P\sin\theta \\ P_y = P\cos\theta \end{cases}$ avec $P = mg$ et $\vec{a} \begin{cases} a_x = a \\ a_y = 0 \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} mg\sin\theta = ma & \rightarrow (1) \\ -mg\cos\theta + R_N = 0 & \rightarrow (1) \end{cases}$

$(1) \Longrightarrow a = g\sin\theta = 3\ m/s^2$ et $\boxed{\vec{a} = 3\vec{\imath}}$

$(2) \Longrightarrow R_N = mg\cos\alpha = 9{,}34\ N$ et $\vec{R}_N = 9{,}34\vec{\jmath}$

2/ Donner le vecteur vitesse en fonction du temps

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow d\vec{v} = \vec{a}dt$$

$$\Rightarrow dv = adt$$

$$\Rightarrow \int dv = 3\int dt$$

$$\Rightarrow v = 3t + C_1$$

à $t = 0s$: $v_0 = 4 = 0 + C_1 \Rightarrow C_1 = 4$

donc : $v(t) = 3t + C_1$ et $\boxed{\vec{v} = 3t + 4}$ (m/s)

3/ Donner le vecteur position

$$\vec{v}(t) = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} \Rightarrow d\overrightarrow{OM} = \vec{v}dt$$

$$\Rightarrow \mathrm{dx} = vdt$$

$$\Rightarrow \int \mathrm{dx} = \int (3t + 4)dt$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}t^2 + 4t + C_2$$

à $t = 0s$: $x_0 = 0 = 0 + 0 + C_2 \Rightarrow C_2 = 0$

donc $x(t) = \frac{3}{2}t^2 + 4t$ et $\boxed{\overrightarrow{OM} = \left(\frac{3}{2}t^2 + 4t\right)\vec{\imath}}$ (m)

Déterminer la distance de la bille à t = 4s

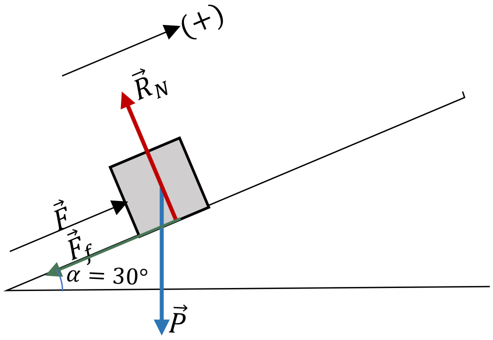
$$d = x(4s) = \frac{3}{2}(4)^2 + 4(4) \Rightarrow \boxed{d = 40m}$$

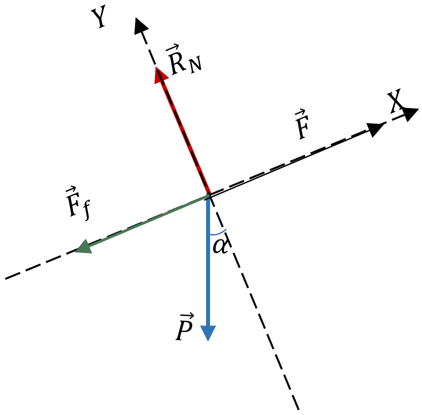
EXERCICE 2/

$m = 1kg$
$g = 9{,}8\ m/s^2$
$\alpha = 30°$

1/ quelle force $\vec{F}$ doit-on appliquer au corps pour qu'il se déplace vers le haut avec une accélération constante a=2m/s, le coefficient de frottement est μ = 0,30

En appliquant le PFD :





$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P} + \vec{F_f} + \overrightarrow{R_N} + \vec{F} = m\vec{a}$$

Par projection :

$$\begin{cases} (OX): -P\sin\alpha - F_f + F = ma & \longrightarrow (1) \\ (OY): -P\cos\alpha + R_N = 0 & \longrightarrow (2) \end{cases}$$

$(1) \Rightarrow F = ma + mg\sin\alpha + F_f$

On sait que :

$$\mu_c = \frac{F_f}{R_N} \Rightarrow F_f = \mu R_N$$

$(2) \Longrightarrow R_N = mg\cos\alpha$

D'où :

$F_f = \mu mg\cos\alpha$

Alors :

$F = ma + mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha \Rightarrow \boxed{F = m\left[a + g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\right]}$

AN : $F = 1.[2 + 9{,}8(0{,}5 + 0{,}30.0{,}87)] \Rightarrow \boxed{F = 9{,}465\ N}$

2/on suppose maintenant que $\vec{F}$ = 0, à t =0 et x =0 m on lance le corps toujours vers le haut avec une vitesse initiale $v_0 = 2\ m/s$.

A / jusqu'où le corps remontera-t-il le plan avant de s'arrêter (V_f =0)

Départ		**Arrêt**
$v_i = 2\ m/s$	$\rightarrow$	$v_f = 0\ m/s$

$v \neq cte$ (variable) ⇒ MRUV ⇒ $2a\underbrace{\left(x_f - x_i\right)}_{d} = v_f^2 - v_i^2 \Rightarrow d = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$

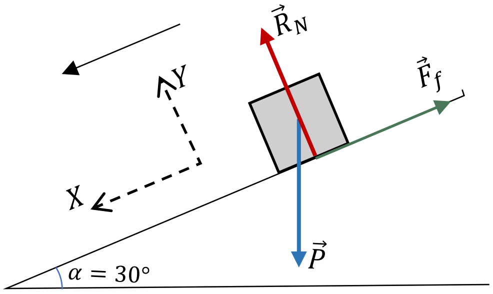
$a = ??$

$F = 0 \Rightarrow a = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = -9{,}8\left(\frac{1}{2} + 0{,}3.\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -7{,}44\ m/s^2$

Donc:

$d = \frac{(0)^2 - (2)^2}{2(-7{,}44)} \Rightarrow \boxed{d = 0{,}26m}$

B / Quelle est la valeur minimale du coefficient de frottement statique µ' pour que le corps une fois arrêté ne reparte pas en arrière ?



Arrêt $\Rightarrow v = 0\ m/s$ et a= $0\ m/s^2$

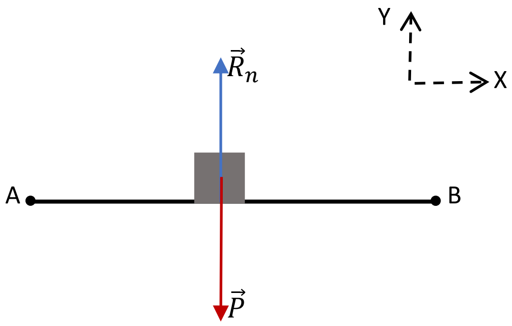
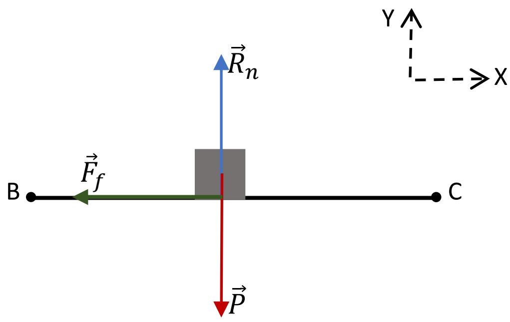
Les équations (1) et (2) deviendront :

$\begin{cases} mg\sin\alpha - F_f = 0 \\ -mg\cos\alpha + R_N = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_f = mg\sin\alpha \\ R_N = mg\cos\alpha \end{cases}$

$\mu' = \frac{F_f}{R_N} = \frac{mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha} = \tan\alpha \Rightarrow \mu' = \frac{1}{\sqrt{3}}$

EXERCICE 3/

1/faire le bilan des forces sur la partie AB puis sur la partie BC.

Partie AB $t \in [0 - 5s]$	Partie BC $t \in [5 - t_C]$
 $\vec{P} = \vec{F}_{corps/terre}$: force de contact / $\vec{P} = m\vec{g}$ $\vec{R}_n = \vec{F}_{surface/corps}$: force de réaction $PFD: \sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P} + \overrightarrow{R_N} = m\vec{a}$ D'après le diagramme de l'accélération pour $t \in [0 - 5s]$, on a : $a = 0\ m/s^2$, donc : $\vec{P} + \overrightarrow{R_N} = \vec{0}$	 $\vec{P} = \vec{F}_{corps/terre}$: force de contact / $\vec{P} = m\vec{g}$ $\vec{F}_f = \vec{F}_{surface/corps}$: force de contact $\vec{R}_n = \vec{F}_{surface/corps}$: force de réaction $PFD: \sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P} + \vec{F}_f + \overrightarrow{R_N} = m\vec{a}$

2/ donner la nature et les équations du mouvement pour les deux parties AB et BC.

Partie AB $t \in [0 - 5s]$	Partie BC $t \in [5 - t_C]$
à $t = 0s$: $\begin{cases} x_0 = x_A = 0m \\ v_0 = v_A = 10\,m/s \end{cases}$ on a : $a = 0\ m/s^2 \rightarrow MRU$ $\begin{cases} a = 0\ m/s^2 \\ v = v_0 = cte \\ x = v_0 t + \underbrace{x_0}_{=0} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0\ m/s^2 \\ v = 10\ m/s \\ x = 10t \end{cases}$	D'après le diagramme de l'accélération : $a = -2\,m/s^2 = cte \rightarrow$ MRUV Décéléré $\begin{cases} a = cte \\ v = at + v_B \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_B t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2\ m/s^2 \\ v = -2t + 10 \\ x = -t^2 + 10t \end{cases}$

3/ en déduire les distances AB et BC.

Partie AB $t \in [0 - 5s]$	Partie BC $t \in [5 - t_C]$
$MRU \Rightarrow AB = x(5s)$ $\Rightarrow AB = 10.5$ $\Rightarrow \boxed{AB = 50\ m}$	MRUV $\Rightarrow 2a\underbrace{(x_f - x_i)}_{BC} = v_f^2 - v_i^2$ $\Rightarrow BC = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2a}$ / $v_f = 0\ m/s$ (arrêt) $\Rightarrow BC = \frac{(0)^2 - (10)^2}{2(-2)}$ $\Rightarrow \boxed{BC = 25\ m}$

4/calculer le coefficient de frottement dynamique µ sur la partie BC.

Sur la partie BC : $\vec{P} + \vec{F_f} + \overrightarrow{R_N} = m\vec{a}$

Par projection :

$$\begin{cases} (OX): 0 - F_f + 0 = ma \\ (OY): -P + 0 + R_N = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_f = -ma \\ R_N = P = mg \end{cases}$$

$$\mu = \frac{F_f}{R_N} = \frac{-ma}{mg} = -\frac{a}{g} = -\frac{(-2)}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{\mu = 0{,}2}$$