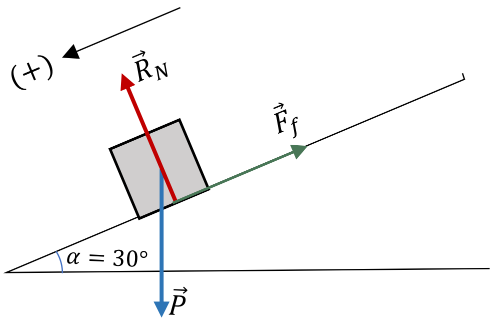
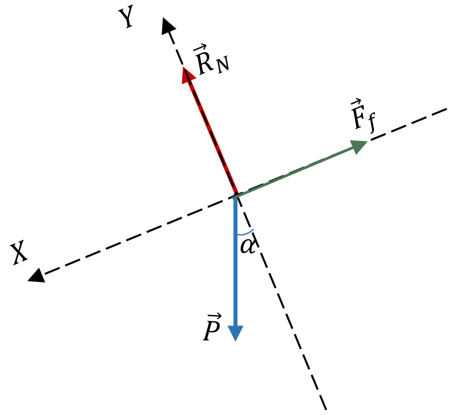
TD 3 P1 (F211) – DYNAMIQUE NEWTONNIENE

EXERCICE 1/

1/ calculer l'accélération du mobile M sur le trajet AB ($\vec{a}$ = ?),

En appliquant le PFD :





$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a} \Longrightarrow \vec{P} + \overrightarrow{F_f} + \overrightarrow{R_N} = m\vec{a}$$

Par projection :

$$\begin{cases} (OX): P\sin\alpha - F_f = ma \longrightarrow (1) \\ (OY): -P\cos\alpha + R_N = 0 \longrightarrow (2) \end{cases} \text{avec } P = mg$$

$$(1) \Rightarrow a = g\sin\alpha - \frac{F_f}{m}$$

On sait que :

$$\mu_c = \frac{F_f}{R_N} \Rightarrow F_f = \mu R_N$$

$$(2) \Longrightarrow R_N = mg\cos\alpha$$

D'où :

$$F_f = \mu_c mg\cos\alpha$$

Alors :

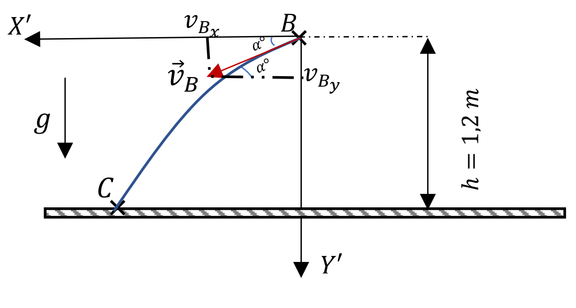
$$a = g\sin\alpha - \mu_c mg\cos\alpha \Rightarrow \boxed{a = g(\sin\alpha - \mu_c m\cos\alpha)}$$

AN : $a = 10(0,5 + 0,2.0,87) \Rightarrow \boxed{a = 3,27\ m/s^2}$ et $\boxed{\vec{a} = 3,27\vec{i}}$

2/ au point B le mobile M tombe, il atteint le sol au point C. La hauteur h du point C est h = 1,2 m.

En utilisant les équations du mouvement du projectile :

a/ donner les coordonnées du point C (x'_C, y'_C) dans le repère(BX', BY')



$$B\begin{cases} x_B = 0 \\ y_B = -1,2 \end{cases} (m)$$

$$\vec{v}_B \begin{cases} v_{B_x} = v_B\cos\alpha = 1,73 \\ v_{B_y} = v_B\sin\alpha = 1 \end{cases} (m/s)$$

Par projection sur le nouveau repère (BX', BY') :

$$(BX'): MRU \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \ m/s^2 \\ v_x = v_{B_x} = cte \\ x = v_{B_x}t + x_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \ m/s^2 \\ v_x = 1{,}73 \ m/s \\ x = 1{,}73t \end{cases}$$

$$(BY'): MRUV \Rightarrow \begin{cases} a_y = g = cte \\ v_y = gt + v_{B_y} \\ y = \dfrac{1}{2}gt^2 + v_{B_y}t + y_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_y = 10 \ m/s^2 \\ v_y = 10t + 1 \\ y = 5t^2 + t - 1{,}2 \end{cases}$$

Donc :

$$\begin{cases} x = 1{,}73t \\ y = 5t^2 + t - 1{,}2 \end{cases}$$

La hauteur maximale est définie par :

$$y = 0 \Rightarrow 5t^2 + t - 1{,}2 = 0$$

C'est une équation du 2ème ordre, alors :

$$\Delta = (1)^2 - 4(5)(-1{,}2) = 25$$

$$\begin{cases} t_1 = \dfrac{-1 - \sqrt{25}}{2(5)} = -0.6s \\ t_2 = \dfrac{-1 + \sqrt{25}}{2(5)} = 0{,}4s \end{cases}$$

D'où $t = 0{,}4s$

En remplaçant dans les équations du mouvement déjà obtenues, on obtient :

$$\begin{cases} x = 1{,}73(0{,}4) = 0{,}69 \ m \\ y = 5(0{,}4)^2 + 0{,}4 - 1{,}2 = 1{,}2m \end{cases}$$

Alors, la position de chute du mobile (point C) est :

$$\boxed{C: \begin{cases} x'_c = 0{,}69 \\ y'_c = 1{,}2 \end{cases} \ (m)}$$

b/ en déduire la vitesse du mobile au point C ($v_C = ?$)

On a trouvé :

$$\begin{cases} v_x = 1{,}73 \\ v_y = 10t + 1 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_C: \begin{cases} v_x = 1{,}73 \\ v_y = 10(0{,}4) + 1 = 5 \end{cases} (m/s)$$

$$v_C = \sqrt{(1{,}73)^2 + (5)^2} \Rightarrow \boxed{v_C = 5{,}29 \ m/s}$$

EXERCICE 2/

$m = 3\ kg \quad ; \quad \overrightarrow{OM} = t(t-3)\vec{\imath} - 2t^2\vec{\jmath} + (2t-1)\vec{k}$

1/ trouver la force $\vec{F}$ agissant sur ce corps.

$$\overrightarrow{OM} = (t^2 - 3t)\vec{\imath} - 2t^2\vec{\jmath} + (2t-1)\vec{k} \ \ (m)$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = (2t-3)\vec{\imath} - 4t\vec{\jmath} + 2\vec{k} \ \ (m/s)$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\vec{\imath} - 4\vec{\jmath} \ \ (m/s^2)$$

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \boxed{\vec{F} = 6\vec{\imath} - 12\vec{\jmath}} \ \ (N)$$

2/ calculer son moment $\vec{M}(\vec{F})$ par rapport à l'origine.

$$\vec{M}(\vec{F}) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{F} = \begin{vmatrix} \overbrace{\vec{\imath}}^{+} & \overbrace{\vec{\jmath}}^{-} & \overbrace{\vec{k}}^{+} \\ t^2 - 3t & -2t^2 & 2t-1 \\ +6 & -12 & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -2t^2 & 2t-1 \\ -12 & 0 \end{vmatrix} \vec{\imath} - \begin{vmatrix} t^2-3t & 2t-1 \\ +6 & 0 \end{vmatrix} \vec{\jmath} + \begin{vmatrix} t^2-3t & -2t^2 \\ +6 & -12 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$\boxed{\vec{M}(\vec{F}) = 12(2t-1)\vec{\imath} + 6(2t-1)\vec{\jmath} + 36t\vec{k}} \ \ (N.m)$$

3/ calculer sa quantité de mouvement

$$\vec{p} = m\vec{v} = 3\left[(2t-3)\vec{\imath} - 4t\vec{\jmath} + 2\vec{k}\ \right]$$

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v} = (6t-9)\vec{\imath} - 12t\vec{\jmath} + 6\vec{k}} \ \ (kg.m/s)$$

4/calculer son moment cinétique par rapport à l'origine

$$\vec{L}_0(\vec{M}_0) = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{p} = \begin{vmatrix} \overbrace{\vec{\imath}}^{+} & \overbrace{\vec{\jmath}}^{-} & \overbrace{\vec{k}}^{+} \\ t^2 - 3t & -2t^2 & 2t-1 \\ 6t-9 & -12t & +6 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -2t^2 & 2t-1 \\ -12t & +6 \end{vmatrix} \vec{\imath} - \begin{vmatrix} t^2-3t & 2t-1 \\ 6t-9 & +6 \end{vmatrix} \vec{\jmath} + \begin{vmatrix} t^2-3t & -2t^2 \\ 6t-9 & -12t \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$\boxed{\vec{M}(\vec{F}) = (12t^2 - 12t)\vec{\imath} - (-6t^2 + 6t - 9)\vec{\jmath} + 24t^2\vec{k}} \ \ (kg.m^2/s)$$