

TD 1 P1 (F211) Rappels Mathématiques

Semaine 1

EXERCICE 1 : \vec{i} , \vec{j} et \vec{k} étant les vecteurs unitaires des axes rectangulaires (Oxyz), on considère les vecteurs :

$$\vec{A} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}; \vec{B} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \text{ et } \vec{C} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k}$$

1. Calculer leur module (norme).
2. Calculer les composantes et les modules des vecteurs :

$$\vec{V} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} \quad \text{et} \quad \vec{W} = \vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$$

3. Calculer le vecteur unitaire \vec{u} porté par le vecteur :

$$\vec{F} = \vec{A} + 2\vec{B}$$

4. Calculer les produits scalaire et vectoriel des vecteurs \vec{A} et \vec{B} .
5. Déduire l'angle (\vec{A}, \vec{B}) .

EXERCICE 2 : Soient les points A(2, 1), B(1, 1) et C(1, 2) dans un repère cartésien.

- 1) Calculer les coordonnées polaires (r, θ) de ces trois points.
- 2) Exprimer les vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{BC} en coordonnées cartésiennes et polaires.

EXERCICE 3 : Représenter puis donner les coordonnées cartésiennes des points polaires suivants : $A(2, \pi/3)$; $B(\sqrt{2}, -\pi/4)$; $C(2, -2\pi/3)$.

TD 2 P1 (F211) (Cinématique du point matériel) Semaine 2

Exercice 1 : Le mouvement d'un mobile M, dans le plan (xOy) qui se trouvait initialement au point (0, 3) est défini par sa vitesse en fonction du temps :

$$\vec{V} = 2t\vec{i} + 2t\vec{j}$$

- 1 Donner le module de la vitesse.
- 2 Déterminer le vecteur accélération \vec{a} , ainsi que son module
- 3 Déterminer le vecteur position.
- 4 Déterminer l'équation de la trajectoire.
- 5 Donner les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération, en déduire le rayon de courbure de courbure pour $t=1s$.

Exercice 2 : Un point mobile se déplace sur une parabole d'équation $y = x^2$ tel que $x = 2t$, déterminer la vitesse et l'accélération de ce point dans le système d'axes (Ox, Oy) ?

Donner l'accélération normale et tangentielle, en déduire le rayon de courbure de la trajectoire en fonction du temps ?

Exercice 3 : Un point mobile M effectue une trajectoire plane donnée par les équations en coordonnées polaires $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$:

$$\begin{cases} r(t) = e^t \\ \theta(t) = t \end{cases} \quad (t \text{ en s, } r \text{ en mètre et } \theta \text{ en rad})$$

1. Exprimer $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ en fonction de la base fixe (\vec{i}, \vec{j}) .
2. Exprimer le vecteur position \overline{OM} en coordonnées polaires.
3. Calculer le vecteur vitesse \vec{V} , quel est son module.
4. Calculer le vecteur accélération \vec{a} , quel est son module.
5. Déduire le vecteur position \overline{OM} en coordonnées cartésiennes.

TD 3 P1 (F211) (DYNAMIQUE NEWTONNIENE) Semaine3

Exercice 1 : Une particule de masse m est soumise à deux forces perpendiculaires, l'une \vec{F}_1 dirigée selon l'axe Ox , l'autre \vec{F}_2 dirigée selon l'axe Oy :

$$\vec{F}_1 = a \sin(\omega t) \vec{i} \quad \vec{F}_2 = b \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \vec{j}$$

Avec a, b, ω et m sont des constantes positives.

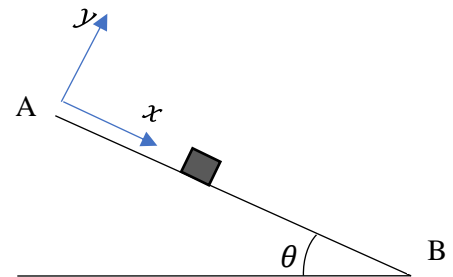
A l'instant $t = 0s$, la particule est au repos à l'origine des coordonnées.

Déterminer la vitesse de la particule à l'instant t en fonction de ω, a, b et m .

On donne : $\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(\omega t)$.

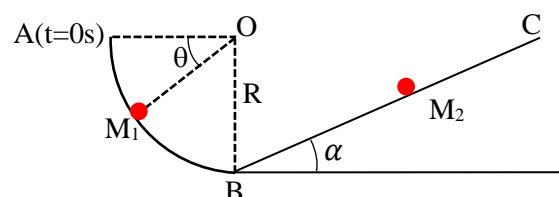
Exercice 2 : On étudie le mouvement d'un corps dont le poids est de 80 N , qui glisse sur un plan rugueux incliné d'un angle θ par rapport à l'horizontale (voir figure). Le coefficient de frottement cinétique est $\mu = 0.4$. Avec : $g = 10\text{ m/s}^2$, $AB = 20\text{ m}$

1. Faire le bilan des forces agissant sur le corps.
2. Quelle doit être l'angle d'inclinaison pour que le corps se déplace de A à B avec une vitesse constante.
3. Prendre l'angle d'inclinaison $\theta = 30^\circ$:
 - a. Calculer la réaction normale au plan \vec{R}_N .
 - b. Calculer la force de frottement \vec{F}_f .
 - c. Déterminer l'accélération du corps.
 - d. Donner le vecteur vitesse en fonction du temps.



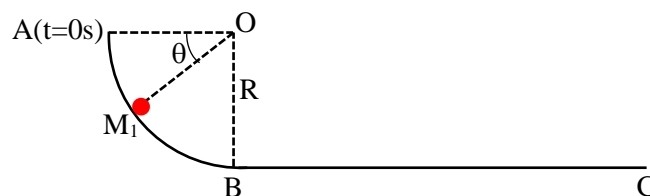
Exercice 1 : Un point matériel part de A avec une vitesse initiale V_0 sur la trajectoire ABC. AB est un quart de cercle de rayon R et BC est un plan formant un angle α avec l'horizontale tel que $BC = l$. Le mouvement s'effectue sans frottement sur la partie AB et avec frottement μ sur la partie BC.

1. Trouver la vitesse au point M_1 .
2. Trouver la vitesse au point M_2 .
3. Déduire la vitesse au point d'arrivée C.



TD 4 P1 (F211) (DYNAMIQUE NEWTONNIENE) Semaine4

Exercice 1 : Un corps de masse m se déplace sur une trajectoire ABC à partir du point A sans vitesse initiale et sans frottement. Le corps atteint un ressort dans le point C. le ressort a une longueur l_0 au repos et de constante élastique k (le ressort est fixé au point E), AB partie circulaire de centre O et de rayon R.



1. En utilisant le principe fondamental de la dynamique, trouver la vitesse du mobile en un point quelconque de AB, en déduire sa vitesse en B.
2. Déduire la vitesse au point C.

Exercice 2 : un objet de masse m supposée ponctuelle est suspendue par un fil de longueur l , dont on néglige la masse, à un point d'attache fixe O. Cet ensemble constitue un pendule. Le pendule est d'un angle θ_0 par rapport à la verticale et lâché sans vitesse initiale.

1. Exprimer dans la base polaire la vitesse de M.
2. Faire le bilan des forces appliquées à l'objet M.
3. Etablir l'équation horaire du mouvement $\theta(t)$ de ce pendule pour des faibles oscillations, en utilisant le principe fondamental de la dynamique.

