

Devoir d'algèbre 4

Exercice 1

Démontrer que les applications suivantes sont des formes linéaires sur E

1. Si $E = k[X]$: l'espace des polynômes à coefficients dans k , pour tout $x \in k$ l'application

$$\begin{aligned} ev_x : k[X] &\rightarrow k \\ P(X) &\mapsto P(x) \end{aligned}$$

d'évaluation de $P(X)$ en x .

2. Si $E = \mathcal{M}_2(k)$: l'espace des matrices carrés de rang 2, l'application

$$\begin{aligned} tr : \mathcal{M}_n(k) &\rightarrow k \\ A &\mapsto tr(A) \end{aligned}$$

Exercice 2

1. Soit E un espace vectoriel de dimension finie n et soit E^* son espace dual. Montrer que $\dim E = \dim E^*$.
2. Soient ϕ et φ deux formes linéaires sur un espace vectoriel E . Montrer que

$$\exists \alpha \in \mathbb{R}^* \mid \phi = \alpha\varphi \Leftrightarrow \ker(\phi) = \ker(\varphi).$$

Exercice 3

Dans $E = \mathbb{R}^3$ muni de la base canonique $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, e_3\}$, on pose

$$F = \{(x, y, z) \in E \mid x + y - 2z = 0\}$$

1. Justifier que F est un hyperplan.
2. En déduire sa dimension.
3. Donner toutes les équations de F .
4. Donner une base de F .
5. Donner tous ses supplémentaires.

- Les devoirs doivent impérativement être rendus avant le **samedi 5 septembre 2020 à minuit**.
- Tout devoir rendu après le **samedi 5 septembre 2020 à minuit** sera considéré comme non fait.
- Les devoirs doivent envoyer par email aux adresses
 - b.benzeghli@univ-batna2.dz Pour les groupes de Mr Benzeghli et Mr Aksas.
 - s.menkad@univ-batna2.dz Pour les groupes de Mme Menkad.
- Chaque étudiant doit mentionner **clairement** son nom, prénom et groupe.