

Examen de rattrapage à distance d'algèbre 4

Exercice 1 6 points

Soit A la matrice donnée par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 0 & 3 \\ 4 & -1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

1. Démontrer que A est inversible.
2. Calculer son inverse A^{-1} .
3. Calculer A^2, A^3 et A^4 .

Exercice 2 6 points

Répond par oui ou non on justifiant la réponse pour chaque proposition :

1. Un espace vectoriel peut avoir une infinité de bases.
2. Un espace vectoriel admet une base unique.
3. Une base pré-dual est unique.

Exercice 3 8 points

Soit E un espace vectoriel sur le corps \mathbb{R} de dimension 4. On pose que $\mathcal{B} = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ est la base canonique de E . Soient $\{f_1^*, f_2^*, f_3^*, f_4^*\}$ les formes linéaires sur E données par :

$$\begin{cases} f_1^* = 19e_1^* - 2e_2^* + 24e_3^* + 54e_4^* \\ f_2^* = 46e_1^* - 2e_2^* + 66e_3^* + 141e_4^* \\ f_3^* = -18e_1^* + e_2^* - 25e_3^* - 55e_4^* \\ f_4^* = 4e_1^* + 6e_3^* + 13e_4^* \end{cases}$$

1. Montrer que $\{f_1^*, f_2^*, f_3^*, f_4^*\}$ est une base de E^* .
2. Déterminer la base $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$ de E dont $\{f_1^*, f_2^*, f_3^*, f_4^*\}$ est la base duale.

A lire attentivement!

- Les réponses doivent impérativement être envoyées avant 13h00 .
- Toute réponse envoyée après 13h00 sera rejetée.
- Les réponses doivent être envoyées par email à l'adresse : b.benzeghli@univ-batna2.dz
- Chaque étudiant doit mentionner **clairement** son nom, prénom et groupe.