

Série de TD N° 1 "

Logique Mathématiques - L2 Mathématiques

Exercice 1 Soient P et Q deux propositions logiques :

1. Faire les tableaux de vérité pour

$$\neg P, P \vee Q, P \wedge Q, P \rightarrow Q \text{ et } P \leftrightarrow Q$$

2. Lequel parmi les connecteurs $\vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$ est commutatif?

3. Démontrer les deux lois de Morgan par les tableaux de vérité.

$$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q \text{ et } \neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$$

4. Démontrer que

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q) \leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$$

Exercice 2 Soient P et Q les affirmations suivantes :

— P : Haroune est fort en algèbre.

— Q : Haroune est fort en analyse.

Représentez sous formes symboliques les affirmations suivantes :

1. Haroune est fort en algèbre mais faible en analyse ;
2. Haroune n'est ni fort en algèbre, ni fort en analyse ;
3. Haroune est fort en algèbre s'il est fort en analyse.

Exercice 3 construire les tables de vérité des formules suivantes :

1. $\neg P \rightarrow P \vee Q$;
2. $(\neg P \vee \neg Q)$

Exercice 4 Parmi les assertions suivantes, lesquelles sont vraies, lesquelles sont fausses et pourquoi?

1. Si Napoléon était chinois alors $3 + 5 = 0$.
2. Soit Cléopâtre était chinoise, soit les grenouilles aboient.
3. Soit les roses sont des animaux, soit les chiens ont 4 pattes.
4. Si l'homme est un quadrupède, alors il parle.
5. Les roses ne sont ni des animaux, ni des fleurs.
6. Paris est en France ou Madrid est en chine.
7. La pierre ponce est un homme si et seulement si les femmes sont des sardines.
8. Les poiriers ne donnent pas de melons, et Cléopâtre n'est pas chinoise.

Exercice 5 Soient P, Q et R trois propositions, donner la négation de

$$A_1 \equiv (P \vee \neg Q), \quad A_2 \equiv (P \wedge \neg Q), \quad A_3 \equiv (P \wedge (Q \vee R)), \quad A_4 \equiv (P \vee (Q \wedge R))$$

$$A_5 \equiv (P \rightarrow Q), \quad A_6 \equiv (P \rightarrow \neg Q), \quad A_7 \equiv (\neg(P \vee Q) \rightarrow R), \quad A_8 \equiv ((P \wedge Q) \rightarrow \neg R).$$