

### CHAP 3 : PRESSIONS LATÉRALES DES TERRES

14.1	GENERALITES.....	2
14.2	EQUILIBRES LIMITES DE POUSSEE ET BUTEE.....	3
14.2.1	<i>Etat initial</i> .....	3
14.2.2	<i>Mobilisations des équilibres de poussée et de butée</i> .....	4
14.2.3	<i>Calculs des coefficients de poussée et de butée d'un sol sans cohésion (sol pesant)</i> .....	7
14.2.3.1	Théorie de Coulomb.....	7
14.2.3.2	Méthode de RANKINE.....	9
14.2.3.3	Méthode de BOUSSINESQ.....	16
14.2.4	<i>Calculs des coefficients de poussée et butée d'un sol sans cohésion (milieu non pesant)</i> .....	17
14.2.4.1	Méthode de RANKINE.....	17
14.2.4.2	Equilibre généralisé de Prandtl.....	18
14.2.5	<i>Calculs pratiques des coefficients de poussée et de butée</i> .....	20
14.2.6	<i>Calculs de la poussée et de la butée pour un sol frottant et cohérent</i> .....	24
14.2.7	<i>Choix de l'angle de frottement sol-écran <math>\delta</math></i> .....	25
14.2.8	<i>Calculs de la poussée et de la butée pour un talus de géométrie quelconque</i> .....	26
14.2.8.1	Cas simples.....	26
14.2.8.2	Cas complexes.....	26
14.2.9	<i>Dispositions particulières de surcharges</i> .....	28
14.2.10	<i>Cas d'un multicouche</i> .....	33

## 14.1 GENERALITES

Tous les ouvrages de soutènement qui doivent résister à la pression latérale des terres nécessitent la détermination de la répartition des contraintes auxquelles ils sont soumis ou qu'ils mobilisent.

Ces ouvrages de soutènement concernent les murs (mur-poids, murs cantilevers, murs cellulaires..) et les écrans (parois moulées, parois berlinoises et dérivées, rideaux de palplanches...).

Suivant le problème traité, on fera un calcul à la rupture (sol dans un comportement rigide-plastique) ou un calcul en déplacement (sol dans un comportement élasto-plastique, ou autre...).

Les méthodes de calcul des **murs de soutènement** sont du type calcul à la rupture en adoptant une loi de comportement **rigide-plastique**.

Les méthodes de calcul des **écrans** sont globalement, actuellement, de **trois types** :

\* **sans interaction** avec la structure, le sol est considéré à l'état d'équilibre limite. Ce sont les **méthodes rigides-plastiques**, les plus anciennes, qui s'appliquent assez bien aux calculs des rideaux de palplanches. Elles ont une solution analytique dans les cas simples.

\* **avec interaction** avec la paroi et les tirants ou butons. Le sol est alors modélisé, à l'interface du sol et de l'écran par des ressorts et des patins (**méthodes aux coefficients de réaction**). Cette méthode a été particulièrement développée en France, parallèlement au pressiomètre. Elle est encore beaucoup utilisée pour le calcul des parois, mais nécessite l'emploi d'un logiciel et d'un micro-ordinateur.

La **méthode des éléments finis** permet d'étudier la paroi comme une partie de l'ensemble constitué par le sol, la paroi et les tirants d'ancrage ou les butons. Si le problème est bien résolu mathématiquement, l'état des connaissances est moins avancé concernant les lois de comportement du sol et surtout les éléments d'interface entre les tirants d'ancrage et le sol. Le calcul est généralement effectué en **déformation plane**, ce qui suppose de trouver une équivalence entre les nappes de tirants et des plaques continues. Cette méthode, souvent utilisée dans le cadre de recherches appliquées, est actuellement en cours de développement pour les études courantes grâce au développement de logiciels de calcul destinés aux ingénieurs et à la puissance des micro-ordinateurs.

## 14.2 EQUILIBRES LIMITES DE POUSSEE ET BUTEE

On détermine les actions du sol sur un écran quand le sol est à la rupture. Suivant les déplacements relatifs entre le sol et l'écran, le sol se trouvera en équilibre de **poussée** (état actif) ou de **butée** (état passif).

### 14.2.1 Etat initial

Avant de subir des déplacements le sol se trouve dans un état initial qui dépend de son histoire géologique. On nomme cet état : poussée des **terres au repos** (sans déplacement). Pour le définir, on relie la contrainte **effective** horizontale à la contrainte **effective** verticale par le coefficient des terres au repos  $K_o$  (Fig.14.1).

$$\sigma'_{h_o} = K_o \sigma'_{v_o} \quad (14.1)$$

La valeur de  $K_o$ , *délicate à mesurer*, peut être obtenue à l'appareil triaxial au laboratoire et au pressiomètre ou au dilatomètre (Marchetti) sur le chantier.

La détermination de cette valeur est très importante puisqu'elle conditionne le calcul des écrans, des tunnels.

A défaut de mesure du coefficient  $K_o$  on peut l'estimer.

Si le sol avait un comportement élastique linéaire,  $K_o$  serait égal à  $K_o = \frac{\nu}{1-\nu}$ . Cette valeur théorique s'éloigne trop de la réalité pour être utilisée pratiquement.

Pour les sols pulvérulents et les sols fins **normalement consolidés** on pourra utiliser la formule simplifiée de **JAKY** :  $K_o = 1 - \sin \varphi'$ , si le terre plein est horizontal.

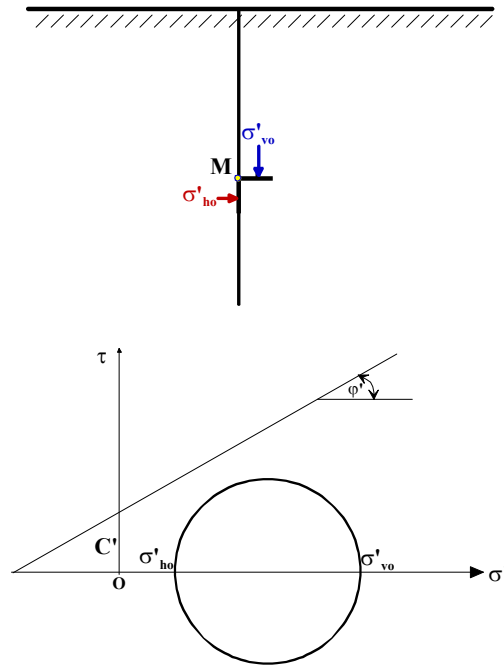
S'il existe un talus de pente  $\beta$ , la valeur de  $K_o$ , avec la même définition sera  $K_{o\beta} = K_o(1 + \sin \beta)$ .

Par rapport aux sols normalement consolidés la valeur de  $K_o$  augmente **pour les sols surconsolidés**, d'autant plus que le coefficient de surconsolidation  $R_{oc}$  est important.

On pourra utiliser la relation suivante

$$K_o = (1 - \sin \varphi') R_{oc}^{1/2} \quad (14.2)$$

pour un sol moyennement surconsolidé avec  $R_{oc} = \sigma'_p / \sigma'_{v_o}$



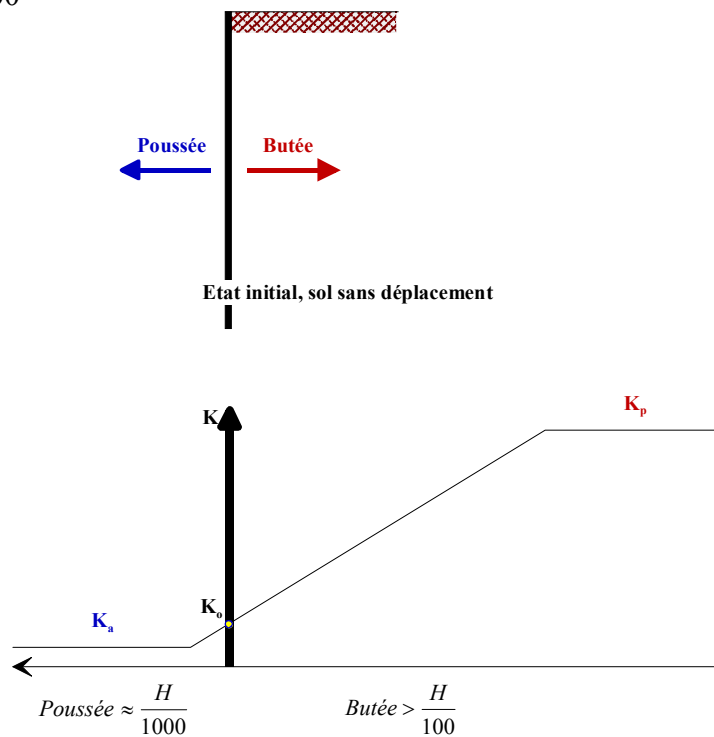
**Fig.14.1 Etat initial du sol au repos (sans talus,  $\beta = 0$ )**

### 14.2.2 Mobilisations des équilibres de poussée et de butée

Pour qu'il y ait équilibre de poussée ou de butée, il faut qu'il y ait **déplacements** (Fig.14.2).

grossièrement de l'ordre de  $\frac{H}{1000}$  pour mobiliser la poussée

et supérieur à  $\frac{H}{100}$  pour mobiliser la butée.

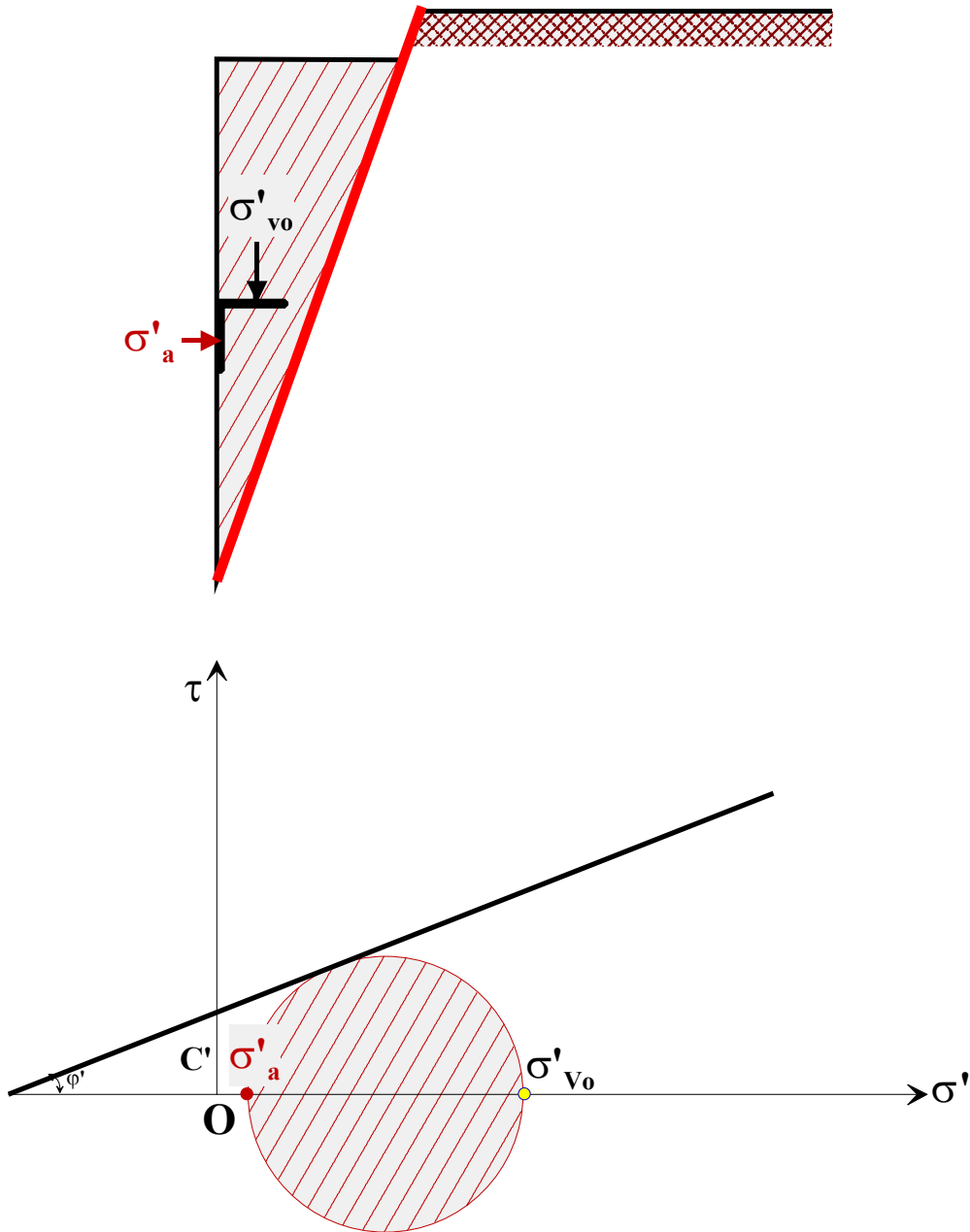


**Fig.14.2 Déplacements nécessaires à la mobilisation des états limites de poussée et butée**

- **Equilibre de poussée**

Le sol pousse *sur* l'écran et le met en **poussée**. Le sol se déplacera jusqu'à ce que la contrainte initiale  $\sigma'_{ho}$  diminue, le sol se décomprime, pour atteindre une valeur limite  $\sigma'_a$  (équilibre **actif** ou inférieur) inférieure à  $\sigma'_{ho}$ . Par rapport à l'état initial, la contrainte  $\sigma'_{vo}$  étant constante, la contrainte horizontale  $\sigma'_{ho}$  diminue jusqu'à ce que le cercle de Mohr devienne tangent à la droite de Mohr-Coulomb pour une valeur de  $\sigma'_h = \sigma'_a$  (Fig.14.3). Le sol est à l'état de poussée ; la contrainte de poussée est liée à la contrainte verticale  $\sigma'_{vo}$ , dans le cas d'un écran vertical sans frottement sol-écran, par le coefficient de poussée  $K_a$  (**a** comme actif).

$$\sigma'_a = K_a \sigma'_{v_o} \quad (14.3)$$

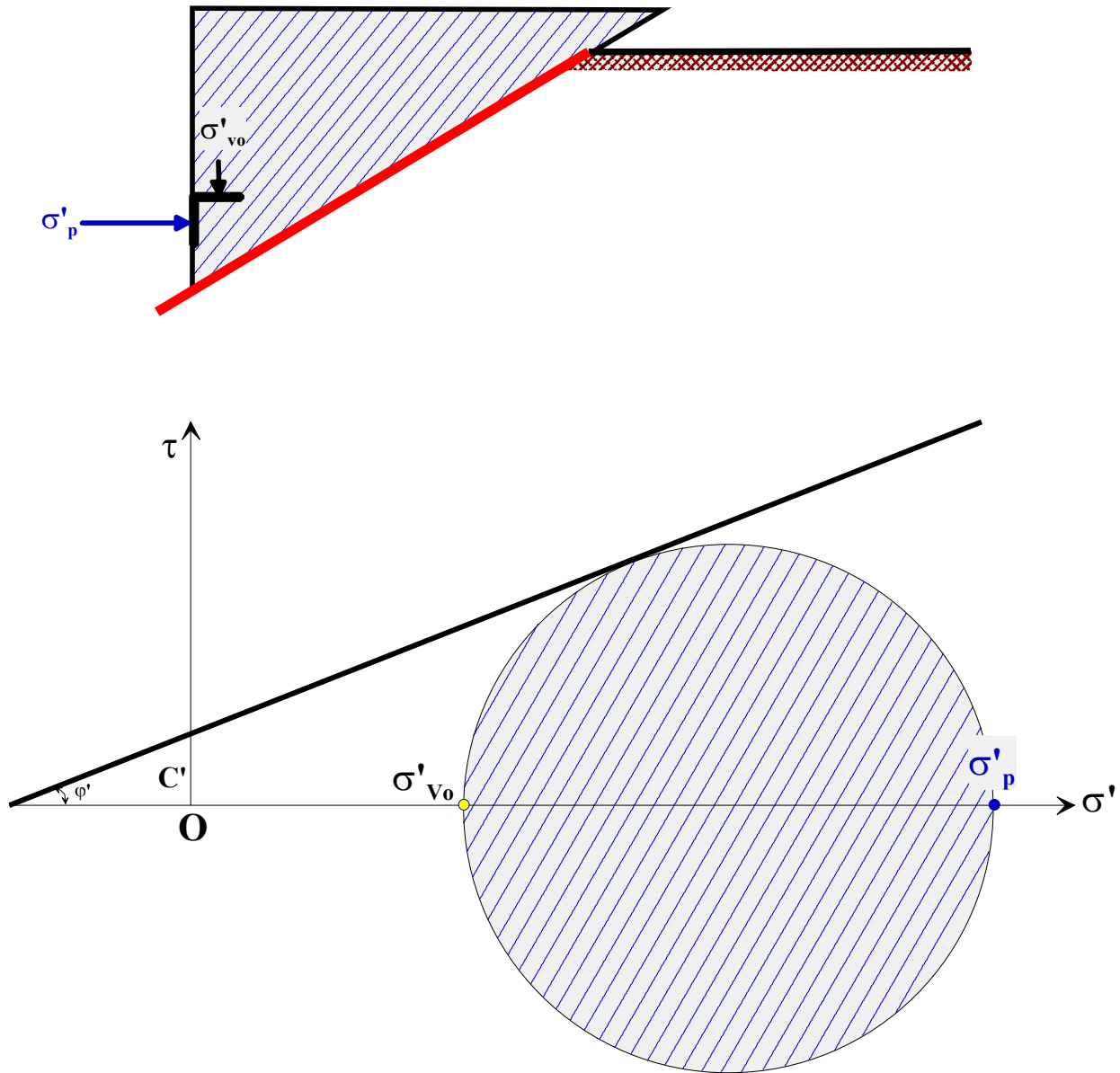


*Fig.14.3 Etat limite de poussée du sol  
(sans talus  $\beta = 0$ , et sans frottement sol-écran  $\delta = 0$ )*

- **Equilibre de butée**

L'écran pousse *sur* le sol et le met en **butée**. Le sol se déplacera jusqu'à ce que la contrainte initiale  $\sigma'_{ho}$  augmente, le sol se comprime, pour atteindre une valeur limite  $\sigma'_p$  (équilibre **passif** ou supérieur) supérieure à  $\sigma'_{ho}$ . Par rapport à l'état initial, la contrainte  $\sigma'_{vo}$  étant constante, la contrainte horizontale  $\sigma'_{ho}$  augmente jusqu'à ce que le cercle de Mohr devienne tangent à la droite de Mohr-Coulomb pour une valeur de  $\sigma'_h = \sigma'_p$  (Fig.14.4). Le sol est à l'état de butée la contrainte de butée est liée à la contrainte verticale  $\sigma'_v$ , dans le cas d'un écran vertical sans frottement sol-écran, par le coefficient de butée  $K_p$  (**p** comme passif).

$$\sigma'_p = K_p \sigma'_{v_0} \quad (14.4)$$



**Fig.14.4 Etat limite de butée du sol**  
(sans talus  $\beta = 0$ , et sans frottement sol-écran  $\delta = 0$ )

### 14.2.3 Calculs des coefficients de poussée et de butée d'un sol sans cohésion (sol pesant)

Plusieurs théories permettent de calculer les coefficients de poussée et de butée d'un sol pulvérulent ( $C = 0$ ). On mentionne les principales par ordre chronologique.

#### 14.2.3.1 Théorie de Coulomb

**Charles Augustin Coulomb** (1736 - 1806) a été d'abord un ingénieur du génie militaire avant de devenir plus tard un physicien encore plus célèbre par ses mémoires sur l'électricité et le magnétisme entre 1785 et 1791.

Son premier ouvrage important fut, en tant que « Lieutenant en Premier du Génie », la construction de 1764 à 1772 à la Martinique du fort Bourbon. A son retour en métropole en 1773 il publie à l'Académie des Sciences un important mémoire de mécanique appliquée intitulé :

***Sur une application des règles de Maximis & Minimis à quelques Problèmes de Statique, relatifs à l'Architecture.*** ( Par M. COULOMB, Ingénieur du Roi).

*Ce mémoire est destiné à déterminer, autant que le mélange du Calcul & de la Physique peuvent le permettre, l'influence du frottement & de la cohésion, dans quelques problèmes de Statique.*

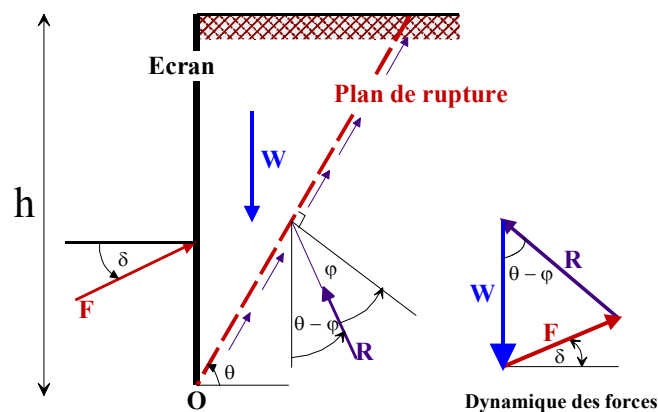
Après avoir expérimenté la résistance des piliers de maçonnerie en pierres, il étudie la pression des terres et des revêtements.

COULOMB suppose que la surface de rupture est plane (*coin de Coulomb*), mais souligne bien

*- la simplicité des résultats que donne cette supposition, la facilité de leur application à la pratique, le désir d'être utile & entendu des Artistes, font les raisons qui nous ont décidé.*

Coulomb calcule la poussée  $A$  par rapport à un plan quelconque et détermine *par les règles de maximis & de minimis* sa valeur maximum.

Soit un écran vertical soutenant un massif de sol sans cohésion avec un terre-plein horizontal (Fig.14.5)



**Fig.14.5** Equilibre du coin de Coulomb

On suppose que la **surface de rupture** potentielle est un **plan (coin de Coulomb)** passant par le pied de l'écran et faisant un angle  $\theta$  avec l'horizontale.

On fait l'hypothèse que la contrainte de cisaillement  $\tau = \sigma' \tan \phi$  est complètement mobilisée le long de ce plan. Le coin de Coulomb se comporte de façon rigide-plastique, ce qui n'est pas le cas généralement surtout si l'écran est de grande hauteur.

La réaction totale du sol  $\vec{R}$  sur lequel glisse le coin de Coulomb est donc inclinée de l'angle  $\phi$  sur la normale au plan de rupture.

Le principe consiste simplement à écrire l'équilibre des forces en présence  $\vec{R}, \vec{W}$  et  $\vec{F}_a$  ;  $\vec{W}$  étant le poids du mur et  $\vec{F}_a$  la poussée du sol incliné de  $\delta$  sur la normale à l'écran (Fig.14.5).

On détermine ainsi  $\bar{F}$  en fonction de l'angle  $\theta$ . La méthode de Coulomb consiste à prendre le maximum de  $F(\theta)$  (Maximis) pour calculer la poussée  $\bar{F}_a$ , ce serait le contraire pour la butée (Minimis).

En application de la méthode de Coulomb, on calcule la poussée en supposant que  $\delta = 0$ .

$$F_a = R \sin(\theta - \varphi)$$

$$W = R \cos(\theta - \varphi)$$

$$F_a = W \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\cos(\theta - \varphi)} = W \operatorname{tg}(\theta - \varphi)$$

$$F_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 \cot g \theta \operatorname{tg}(\theta - \varphi)$$

$$\frac{dF_a}{d\theta} = \frac{1}{2} \gamma h^2 \left[ -\frac{\operatorname{tg}(\theta - \varphi)}{\sin^2 \theta} + \frac{\cot \theta}{\cos^2(\theta - \varphi)} \right]$$

$$\frac{dF_a}{d\theta} = \frac{1}{4} \gamma h^2 \left[ \frac{\sin 2\theta - \sin 2(\theta - \varphi)}{\sin^2 \theta \cos^2(\theta - \varphi)} \right] = 0$$

$\sin 2\theta - \sin (2\theta - \varphi)$  s'annule pour

$$\theta_a = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \quad (14.5)$$

d'où

$$K_a = \cot g \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (14.6)$$

et

$$F_a = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \times \gamma \frac{h^2}{2} \quad (14.7)$$

Poncelet a généralisé la méthode de Coulomb à un écran incliné de  $\lambda$  et à un sol surmonté d'un talus d'angle  $\beta$  (Fig.14.6). Par la même procédure, on détermine le coefficient de poussée  $K_a$ .

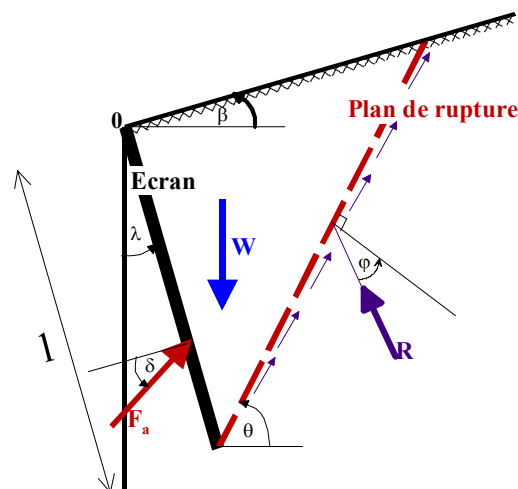


Fig.14.6 Equilibre d'un coin quelconque



avec  $\delta$ ,  $\lambda$  et  $\beta$  positifs dans le sens trigonométrique.

$$k_a = \frac{\cos^2(\varphi - \lambda)}{\cos(\lambda + \delta_a) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta_a) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\lambda + \delta_a) \cos(\beta - \lambda)}} \right]^2} \quad (14.8)$$

$$F_a = \frac{1}{2} k_a \times \gamma \times l^2 \quad (14.9)$$

$$\theta_a = \varphi + \text{arc cot } g \left[ \text{tg}(\varphi - \lambda) + \frac{1}{\cos(\varphi - \lambda)} \sqrt{\frac{\sin(\delta_a + \varphi) \cos(\beta - \lambda)}{\sin(\varphi - \beta) \cos(\delta_a + \lambda)}} \right] \quad (14.10)$$

La méthode de Coulomb, qui suppose des plans de rupture, n'est pas applicable dans le cas de la butée pour laquelle les surfaces de rupture ne peuvent être assimilées à des plans.

La méthode de Coulomb donne des résultats acceptables pour le calcul de la poussée de sols sans cohésion, spécialement si  $\delta$ ,  $\lambda$  et  $\beta$  sont positifs. Par contre elle n'indique pas la répartition des contraintes le long de l'écran.

### 14.2.3.2 Méthode de RANKINE

En plus des hypothèses suivantes :

- sol semi-infini, homogène, isotrope,
- condition de déformation plane,
- courbe intrinsèque de MOHR-COULOMB
- massif à surface libre plane,

**RANKINE** (1857) avait rajouté l'hypothèse que la **présence d'un écran ne modifie pas la répartition des contraintes dans le massif**.

#### • Cas général

Avec cette hypothèse, on peut déterminer la répartition des contraintes de poussée (ou de butée) le long d'un plan OD, dans le cas d'un sol **pesant pulvérulent** ( $\gamma, \varphi$ ) **non surchargé**.

Le calcul de la contrainte  $t$  à une profondeur  $z$  sur le plan OD s'effectue à partir du cercle de MOHR, **le plus petit pour l'équilibre de poussée**, passant par l'extrémité M du vecteur contrainte qui s'exerce sur la facette parallèle à la surface libre et tangent aux droites intrinsèques de COULOMB ( $\tau = \sigma \text{tg}\varphi$ ). L'équilibre de butée s'étudierait à partir du cercle de MOHR, **le plus grand pour l'équilibre de butée**, passant par le même point M et tangent également aux droites intrinsèques de COULOMB (Fig.14.7)

OM est le vecteur contrainte  $\gamma z \cdot \cos\beta$  s'exerçant sur la facette parallèle à la surface libre, à une profondeur  $z$ .

OM' est le vecteur contrainte s'exerçant sur la facette verticale à la même profondeur  $z$ . Ces deux contraintes sont conjuguées.

ON est le vecteur contrainte  $t$  s'exerçant sur la facette inclinée de  $\lambda$  à la même profondeur  $z$ .



$$tg\delta = \frac{\sin\varphi \sin(2\lambda + \alpha - \beta)}{1 - \sin\varphi \cos(2\lambda + \alpha - \beta)}$$

avec  $\alpha$ , angle auxiliaire défini par :

$$\sin\alpha = \frac{\sin\beta}{\sin\varphi}$$

En particulier, si l'écran est vertical, le cercle de Mohr montre directement que  $\delta = \beta$ , le vecteur contrainte de poussée est parallèle à la pente.

- les **lignes de glissement**, enveloppes des facettes de glissement forment un réseau de droites faisant entre elles un angle  $\frac{\pi}{2} - \varphi$

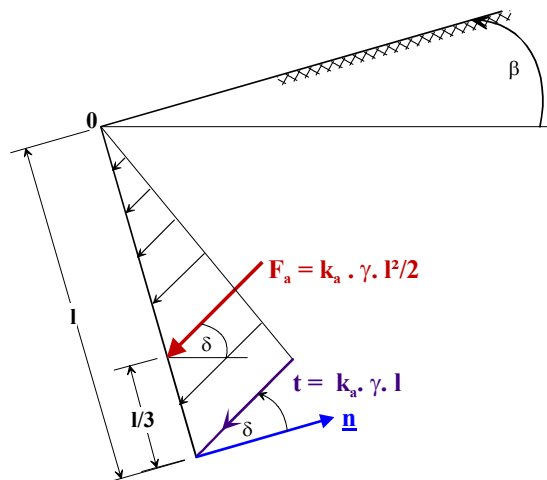
- **la contrainte  $t_a$**  en un point du plan OD (écran) est proportionnelle au **rayon polaire  $l$** . La **distribution** des contraintes est donc **triangulaire**,  $t_a$  fait un angle  $\delta$  avec la normale à l'écran.

$$t_a = \left\{ \frac{\cos(\lambda - \beta) \sin\alpha}{\cos\delta \sin(\alpha + \beta)} [1 - \sin\varphi \cos(2\lambda + \varphi - \beta)] \right\} \gamma \times l \quad (14.11)$$

avec l'inclinaison  $\delta$  par rapport à la normale à l'écran définie plus haut.

$$t_a = K_a \times \gamma \times l \quad (14.12)$$

L'inconvénient de la théorie de RANKINE est que l'angle  $\delta$  de la contrainte de poussée avec la normale à l'écran dépend des conditions géométriques mais n'a **pas la réalité physique** d'un angle de frottement sol-écran.



**Fig.14.8 Diagramme de poussée sur l'écran  $l$**

La répartition des contraintes de poussée sur l'écran est donc linéaire en fonction de  $l$  ; cette répartition triangulaire donne directement la force de poussée.

$$F_a = K_a \times \gamma \times \frac{l^2}{2} \quad (14.13)$$

dont le point d'application est situé au  $l/3$  à partir de la base de l'écran.

- **Cas particulier : écran vertical, surface libre horizontale**

**Ce cas particulier**, mais très fréquent, est beaucoup plus simple à traiter et des calculs rapides permettent de déterminer les coefficients de poussée  $K_a$  et de butée  $K_p$ .

## Hypothèses

$\lambda = \beta = \delta = 0$  ( pas de frottement sol-écran )

$\phi \neq 0$

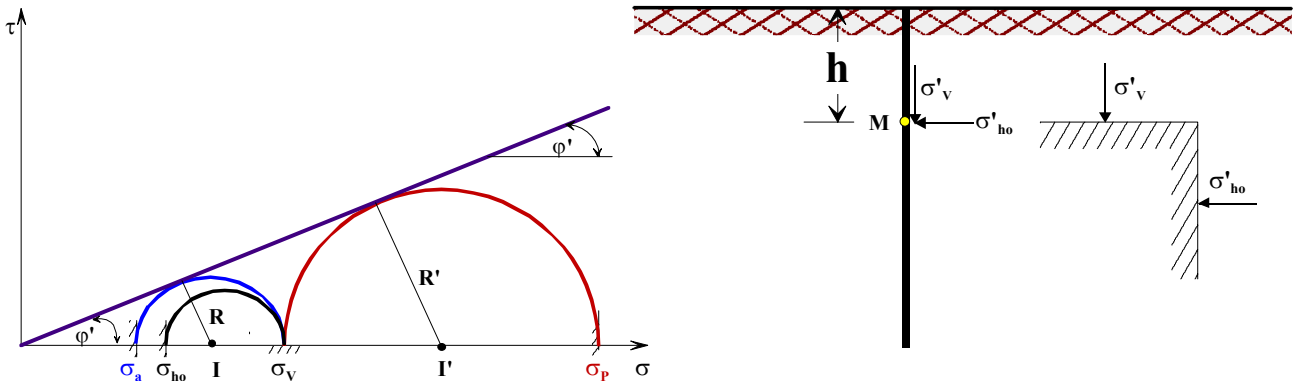
$C = 0$

Au repos, point M ( $\sigma'_v, \sigma'_{ho}$ )

Contrainte verticale  $\sigma'_v = \gamma \cdot h$

Contrainte horizontale  $\sigma'_{ho} = K_O \cdot \gamma \cdot h$

Les deux contraintes étant principales, le tracé du cercle de MOHR est immédiat.



**Fig.14.9 Cercles de Mohr de poussée et butée pour un sol purement frottant**

Dans le cas de la **poussée**, la contrainte  $\sigma'_{ho}$  va diminuer jusqu'à ce que le cercle de MOHR tangente la droite intrinsèque de MOHR-COULOMB : **Equilibre plastique inférieur** (Fig.14.9).

Dans le cas de la **butée**, la contrainte  $\sigma'_{ho}$  va augmenter jusqu'à ce que le cercle de MOHR tangente la droite intrinsèque de MOHR-COULOMB : **Equilibre plastique supérieur** (Fig.14.9).

### Calculs dans les hypothèses indiquées

De simples considérations trigonométriques permettent de calculer

$$K_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_v} \quad \text{et} \quad K_p = \frac{\sigma_p}{\sigma_v} \quad (14.14)$$

1. **Cas du sol seulement frottant** (sable, gravier, argile drainée cisailée dans le domaine normalement consolidé)

$$R = OI \sin \phi$$

$$\frac{\sigma_v - \sigma_a}{2} = \frac{(\sigma_v + \sigma_a) \sin \phi}{2}$$

$$\sigma_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \sigma_v$$

Généralement, on exprime plutôt  $K_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_v}$  en fonction de l'arc moitié  $\phi/2$ .

$$\sigma_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right), \quad \sigma_a \text{ est perpendiculaire à l'écran}$$

$$K_a = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (14.15)$$

De même

$$R' = OI' \sin \varphi$$

$$\frac{\sigma_p - \sigma_v}{2} = \frac{(\sigma_p + \sigma_v) \sin \varphi}{2}$$

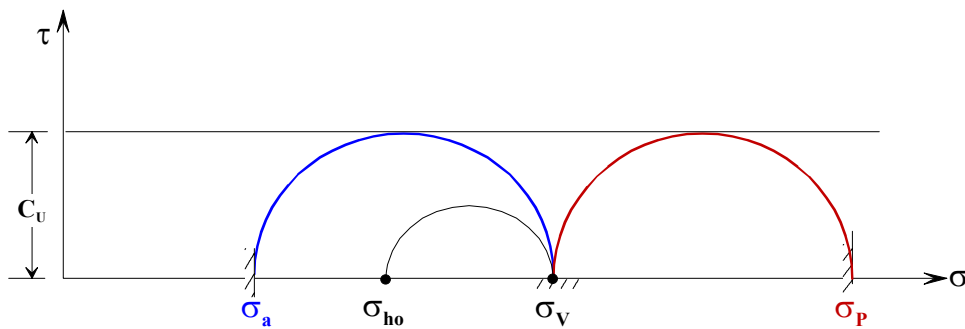
$$\sigma_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_v$$

De même

$$\sigma_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \sigma_v, \quad \sigma_p \text{ est perpendiculaire à l'écran}$$

$$K_p = \frac{1}{K_a} = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (14.16)$$

## 2. Cas du sol purement cohérent (argile ou limon saturés non drainés)

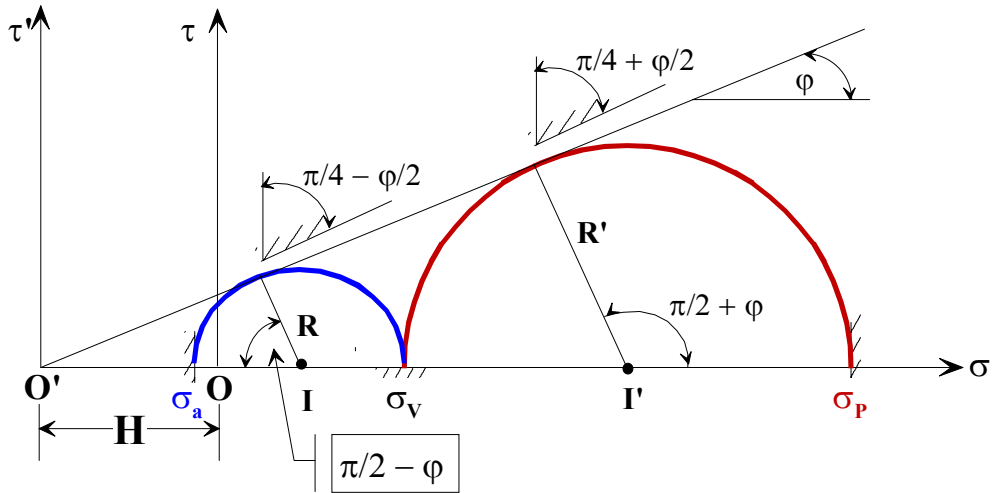


**Fig.14.10 Cercles de Mohr de poussée et butée pour un sol purement cohérent**

Les résultats sont immédiats (Fig.14.10) :

$$\begin{aligned} \sigma_a &= \sigma_v - 2C_u & \sigma_a \text{ peut être négatif} & \quad (14.17) \\ \sigma_p &= \sigma_v + 2C_u \end{aligned}$$

## 3. Cas du sol frottant et cohérent (sols argileux ou limoneux non saturés à court terme, ou sol argileux ou limoneux saturés cisailés dans le domaine surconsolidé)



**Fig.14.11 Cercles de Mohr de poussée et butée pour un sol cohérent et frottant**

On peut réécrire les mêmes relations dans ce cas général (Fig.14.11)

$$R = O'I \sin \varphi$$

On est ramené au cas du sol frottant si on rajoute une contrainte hydrostatique

$$O'O = \frac{C}{\operatorname{tg} \varphi} : \text{théorème des états correspondants de CAQUOT}$$

Directement

$$\frac{\sigma_v - \sigma_a}{2} = \left( \frac{2C}{2\operatorname{tg} \varphi} + \frac{\sigma_v + \sigma_a}{2} \right) \sin \varphi$$

$$\sigma_a = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} \sigma_v - 2C \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad (14.18)$$

ou

$$\sigma_a = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \sigma_v - 2C \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\sigma_a = K_a \sigma_v - 2C \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

Par CAQUOT

$$\frac{\sigma_a + H}{\sigma_v + H} = K_a$$

en posant  $H = \frac{C}{\operatorname{tg} \varphi}$

$$\frac{\sigma_a + H}{\sigma_v + H} = K_a$$

$$\sigma_a = K_a \sigma_v - H(1 - K_a)$$

$$\sigma_a = K_a \sigma_v - \frac{C}{\operatorname{tg}\varphi} \left[ 1 - \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \right]$$

$$\sigma_a = K_a \sigma_v - 2C \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (14.19)$$

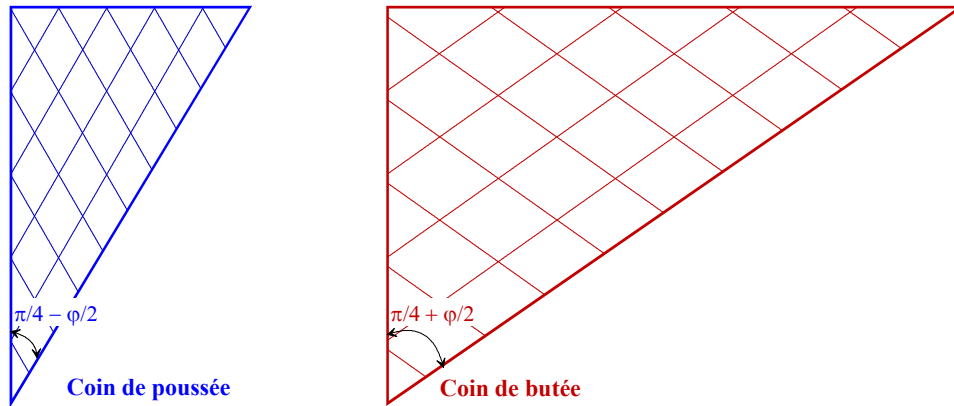
de même

$$\sigma_p = K_p \sigma_v + 2C \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (14.20)$$

En résumé dans **CES HYPOTHESES** ( $\lambda = \beta = \delta = 0$ )!!!!

	<b>POUSSEE</b>	<b>BUTEE</b>
<b>Sol frottant <math>\varphi \neq 0, C = 0</math></b>	$\sigma_a = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \sigma_v$	$\sigma_p = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \sigma_v$
<b>Sol cohérent <math>\varphi_u = 0, C_u \neq 0</math></b>	$\sigma_a = \sigma_v - 2C_u$	$\sigma_p = \sigma_v + 2C_u$
<b>Sol frottant et cohérent <math>\varphi \neq 0, C \neq 0</math></b>	$\sigma_a = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \sigma_v - 2C \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$	$\sigma_p = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \sigma_v + 2C \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$

- Ces différentes formules donnent la répartition des contraintes en fonction de la profondeur.
- Les tracés des cercles de MOHR permettent de connaître l'allure des lignes de glissement et les coins de poussée et de butée.



**Fig.14.12 Schémas des coins de poussée et de butée**

En effet, la facette sur laquelle se produit l'équilibre de poussée fait (Fig.14.12)

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right) = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \quad (\text{propriété du cercle de Mohr) avec la facette verticale.}$$

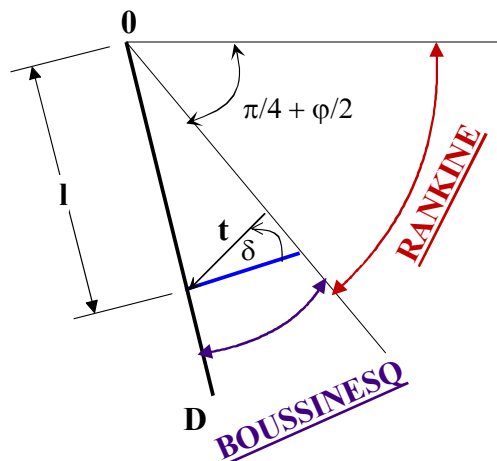
De même, elle fait  $\left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$  pour l'équilibre de butée.

Le coin de butée est beaucoup plus étendu que le coin de poussée.

### 14.2.3.3 Méthode de BOUSSINESQ

**BOUSSINESQ** (1882) a amélioré la théorie de RANKINE en prenant **l'interaction réelle** entre le sol et l'écran, c'est-à-dire en **choisissant** la valeur de l'angle de frottement  $\delta$  sol-écran.

Dans cet équilibre, BOUSSINESQ considère une première zone où on a l'équilibre de RANKINE se raccordant à une seconde zone où il tient compte des conditions aux limites sur l'écran (Fig.14.13).



**Fig.14.13 Equilibres de Boussinesq et de Rankine**

BOUSSINESQ garde les résultats de RANKINE concernant la répartition des contraintes sur l'écran :

- l'obliquité des contraintes est **constante** le long de l'écran OD, elle est choisie et fixée à  $\delta$  ;
- la répartition des contraintes sur l'écran est triangulaire :

$$t_a = K_a \times \gamma \times \ell$$



Si BOUSSINESQ avait bien posé le problème, il n'a été résolu qu'en 1948 par CAQUOT et KERISEL qui en ont donné la démonstration suivante.

On travaillera en coordonnées polaires, pour lesquelles les équations d'équilibre  $\underline{\text{div}} \underline{\tau} + \underline{F} = 0$  s'écrivent :

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau}{r \partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = \gamma \cos \theta$$

$$\frac{\partial \tau_r}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_\theta}{r \partial \theta} + 2 \frac{\tau}{r} = -\gamma \sin \theta$$

$\sigma_r$  : contrainte normale radiale

$\sigma_\theta$  : contrainte normale orthoradiale

$\tau$  : contrainte de cisaillement

En combinant les équations d'équilibre précédentes et les relations données par le cercle de Mohr des contraintes tangentes aux droites de Coulomb on établit le système des 2 équations différentielles suivantes :

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 3\tau = -\gamma r \sin \theta$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial \theta} + 2(\sigma_r - \sigma_\theta) = -\gamma r \cos \theta$$

avec  $\sigma_\theta = k \sigma_r$

Le système des deux équations différentielles a été intégré par Caquot et Kérisel, les calculs étant améliorés par ABSI pour donner des **tables** complètes de **poussée** et **butée** fournissant les coefficients  $K_a$  et  $K_p$ .

Le problème est déterminé par les conditions aux frontières :

- surface libre : contraintes nulles
- sur l'écran : obliquité imposée  $\delta$  de la contrainte.

Entre la surface libre et la première ligne de glissement on a un équilibre de Rankine et entre la première ligne de glissement et l'écran un équilibre de Boussinesq.

Le tracé des lignes de glissement montre que les lignes de glissement diffèrent peu de lignes droites dans le cas d'équilibre de poussée, par contre elles s'en éloignent fortement dans le cas d'équilibre de butée.

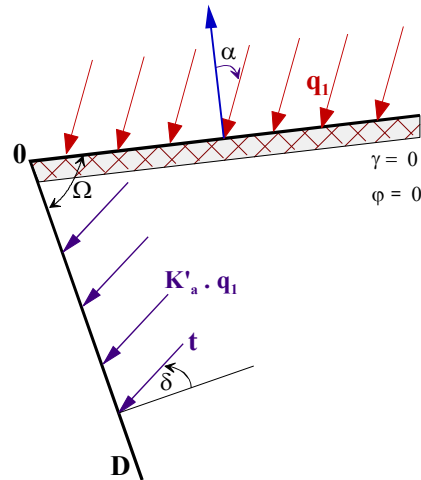
## 14.2.4 Calculs des coefficients de poussée et butée d'un sol sans cohésion (milieu non pesant)

### 14.2.4.1 Méthode de RANKINE

Dans ce cas, la **surcharge**  $q_1$ , **semi-infinie**, inclinée de  $\alpha$  sur la normale à la surface libre est **transmise par le sol** considéré non pesant.

Dans le schéma de RANKINE, on a les mêmes hypothèses que pour le problème du sol pesant.

Etant donné que le sol est non pesant et la surcharge répartie semi-infinie, le tenseur des contraintes est le même en tout point du sol. On aura donc un **cercle de MOHR unique** pour l'ensemble du massif de sol. Il suffit donc de remplacer la direction verticale du poids volumique par la direction de la surcharge  $q_1$  et de traiter le problème comme pour le sol pesant.



**Fig.14.15 Diagramme de répartition des contraintes de poussée le long de l'écran**

On obtient les résultats principaux suivants :

- les lignes de glissement, enveloppes des facettes de glissement forment un réseau de droites faisant entre elles un angle  $\frac{\pi}{2} - \varphi$
- le long du plan OD (écran fictif), la **contrainte t** a une **obliquité**  $\delta$  (de calcul) **constante** et a une **intensité constante**.

#### 14.2.4.2 Equilibre généralisé de Prandtl

Comme dans le cas du sol pesant, on ne peut pas se contenter des hypothèses de RANKINE. **On fixe** la valeur  $\delta$  du frottement sol-écran et en gardant les résultats de RANKINE concernant la répartition des contraintes sur l'écran :

- l'obliquité  $\delta$  des contraintes est **constante** le long d'un rayon polaire ;
- la **répartition** des contraintes est **rectangulaire**

$$t_a = K'_a \times q_1$$

Comme dans le cas du sol pesant, on établit les deux équations de l'équilibre en coordonnées polaires

$$\frac{\partial r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2 \frac{\tau}{r} = 0$$

Sur l'écran on aura :  $\sigma_\theta = K'_a q_1$

$K'_a$  dépend des 4 angles :  $(\beta - \lambda)$ ,  $\varphi$ ,  $\delta$ ,  $\alpha$

On montre que pour satisfaire les équations d'équilibre, il faut juxtaposer des zones en équilibre de **RANKINE** et des zones en équilibre de **PRANDTL**.

- Pour l'équilibre de RANKINE (Fig.14.16), on a le réseau de lignes de glissement faisant entre elles un angle de  $\frac{\pi}{2} - \varphi$

- Pour l'équilibre de PRANDTL (Fig.14.16), les lignes de glissement sont constituées
  - des rayons polaires passant par le sommet,
  - des spirales logarithmiques qui coupent les rayons polaires sous un angle constant  $\frac{\pi}{2} - \varphi$

On démontre pour l'équilibre de poussée que le coefficient de poussée  $K'_a$  est égal à :

$$K'_a = \frac{\cos \delta - \sin \varphi \cos \omega_2}{\cos \alpha + \sin \varphi \cos \omega_1} e^{-2\Psi \operatorname{tg} \varphi} \quad (14.21)$$

avec les notations des angles :

$$\mu = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} - \frac{\alpha + \omega_1}{2}$$

$$\varepsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \frac{\omega_2 - \delta}{2}$$

$$\Psi = \Omega - \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha - \delta + \omega_1 + \omega_2}{2}$$

et

$$\sin \omega_1 = \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi}$$

$$\sin \omega_2 = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}$$

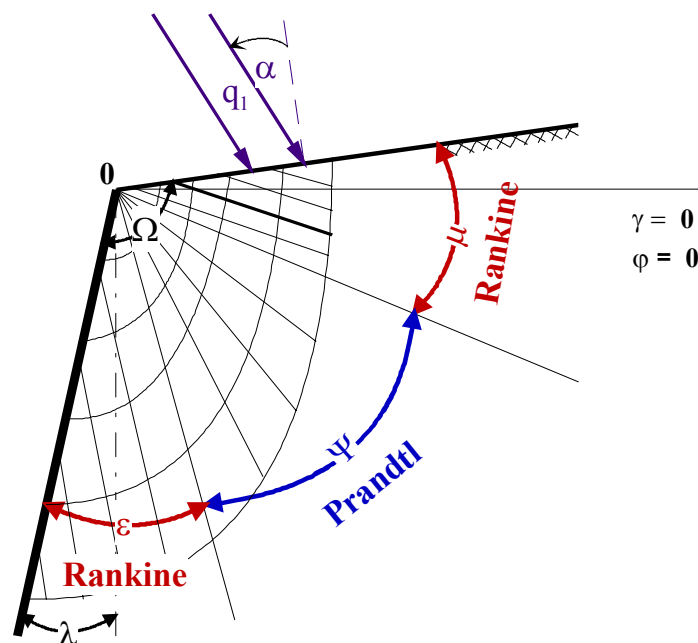


Fig.14.16 Equilibres de Rankine et de Prandtl

Dans le cas particulier, avec une **surface libre horizontale** et un **écran vertical** et  $\delta = 0$ , on obtient :

$$K'_a = \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) \quad (14.22)$$

*Ce n'est que dans ce cas particulier fréquent, que les coefficients de poussée (butée) pour le sol pesant et non pesant sont égaux. Dans le cas général, ils diffèrent plus ou moins.*

### 14.2.5 Calculs pratiques des coefficients de poussée et de butée

Dans le cas général, seules les **tables** de **Caquot, Kérisel et Absi** donnent une valeur correcte des coefficients de poussée et de butée.

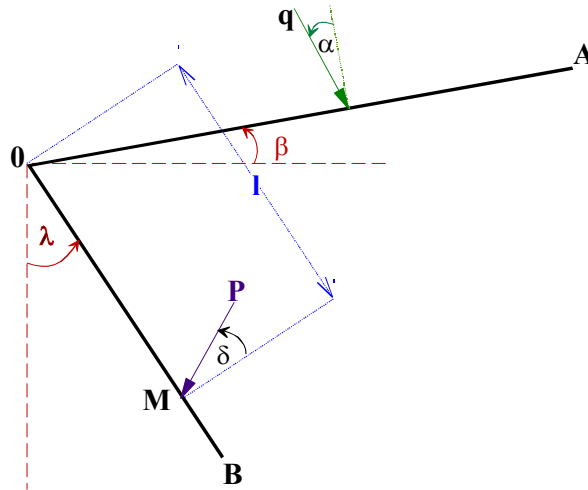
Les **tables** donnent les coefficients de poussée et de butée du **sol lui même (pesant)** et des surcharges semi infinies qui se transmettent à travers le massif de sol (**milieu non pesant**) uniquement pour un **sol frottant** (sans cohésion) :

avec les notations et conventions de signes

$C'$	Cohésion effective
$C_u$	Cohésion non drainée
$K_a$	Coefficient de poussée d'un massif pesant, <b>avec obliquité <math>\delta</math></b>
$K'_a$	Coefficient de poussée due à une surcharge, <b>avec obliquité <math>\delta</math></b>
$K_p$	Coefficient de butée sur un massif pesant, <b>avec obliquité <math>\delta</math></b>
$K'_p$	Coefficient de butée due à une surcharge, <b>avec obliquité <math>\delta</math></b>
$l$	Distance d'un point M de l'écran au sommet O
$p_a$	Contrainte de poussée d'obliquité $\delta$ : $p_a = \gamma \cdot K_a \cdot l = t_a$
$p_p$	Contrainte de butée d'obliquité $\delta$ : $p_p = \gamma \cdot K_p \cdot l = t_p$
$q$	Surcharge uniforme agissant à l'obliquité $\alpha$
$u$	Pression interstitielle
$\alpha$	Obliquité de la surcharge $q$
$\beta$	Inclinaison de la surface libre OA par rapport à l'horizontale
$\delta$	Obliquité de la contrainte de poussée ou de butée par rapport à la normale à l'écran
$\delta'$	Angle de frottement réel
$\gamma$	Poids volumique d'un sol saturé
$\gamma_w$	Poids volumique de l'eau
$\lambda$	Angle de l'écran OB avec la verticale

$$\Omega \quad \text{Angle que fait la surface libre avec l'écran OB} = \frac{\pi}{2} + \beta - \lambda$$

Les orientations positives de  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\delta$  sont celles indiquées sur la figure 14.17.



*Fig.14.17 Conventions de signes pour les tables de poussée - butée*

La **contrainte** de poussée  $p_a$  agissant sur la paroi à une **distance l** du **sommet O** est donnée par :

$$p_a = k_a \times \gamma \times \ell \quad (14.23)$$

La résultante  $F_a$ , pour une tranche d'épaisseur unité, a pour valeur :

$$F_a = \frac{1}{2} K_a \times \ell^2 \quad (14.24)$$

La figure 14.18 donne deux exemples des tables de Caquot-Kérisel-Absi pour un sol pesant

$$\frac{\beta}{\varphi'} = 0.00 \quad \frac{\delta}{\varphi'} = 0.66$$

$\lambda \backslash \varphi$	10	15	20	25	30	35	40	45
40	0,644							
35	0,669	0,616	0,615					
30	0,687	0,619	0,598	0,513	0,473			
25	0,698	0,619	0,567	0,498	0,450	0,410	0,374	
20	0,702	0,614	0,540	0,478	0,425	0,379	0,340	0,305
15	0,700	0,602	0,519	0,454	0,396	0,347	0,304	0,267
10	0,691	0,585	0,499	0,427	0,366	0,314	0,269	0,230
5	0,676	0,563	0,471	0,396	0,333	0,280	0,235	0,196
0	0,656	0,537	0,442	0,364	0,300	0,247	0,202	0,163
-5	0,630	0,506	0,408	0,330	0,266	0,214	0,170	0,134
-10	0,600	0,472	0,373	0,295	0,233	0,182	0,141	0,107
-15	0,565	0,435	0,336	0,260	0,200	0,152	0,114	0,083
-20	0,525	0,396	0,299	0,225	0,168	0,124	0,089	0,062
-25	0,483	0,354	0,260	0,190	0,138	0,098	0,067	0,044
-30	0,437	0,312	0,222	0,157	0,110	0,074	0,048	0,030
-35	0,389	0,268	0,185	0,126	0,084	0,054	0,032	0,017
-40	0,339	0,225	0,149	0,097	0,061	0,036	0,019	0,008
-45	0,288	0,183	0,115	0,070	0,041	0,022	0,009	
-50	0,237	0,142	0,084	0,047	0,024	0,010		
-55	0,186	0,104	0,056	0,028	0,011			
-60	0,138	0,070	0,033	0,012				
-65	0,092	0,040	0,014					
-70	0,052	0,016						
-75	0,020							
-80								

$$\frac{\beta}{\varphi'} = 0.00 \quad \frac{\delta}{\varphi'} = 0.00$$

$\lambda \backslash \varphi$	10	15	20	25	30	35	40	45
40	0,672							
35	0,701	0,645	0,592					
30	0,722	0,656	0,596	0,541	0,491			
25	0,736	0,660	0,592	0,530	0,473	0,422	0,375	
20	0,742	0,658	0,582	0,514	0,452	0,396	0,346	0,300
15	0,742	0,649	0,566	0,492	0,426	0,367	0,315	0,277
10	0,736	0,634	0,545	0,467	0,398	0,336	0,282	0,235
5	0,723	0,613	0,520	0,438	0,366	0,304	0,250	0,202
0	0,704	0,589	0,490	0,406	0,333	0,271	0,217	0,172
-5	0,680	0,558	0,458	0,372	0,299	0,238	0,186	0,143
-10	0,650	0,525	0,422	0,336	0,265	0,206	0,156	0,116
-15	0,616	0,488	0,384	0,300	0,231	0,174	0,128	0,091
-20	0,577	0,448	0,345	0,263	0,197	0,144	0,102	0,070
-25	0,534	0,406	0,305	0,226	0,164	0,116	0,079	0,060
-30	0,488	0,361	0,264	0,190	0,133	0,090	0,058	0,034
-35	0,440	0,316	0,224	0,155	0,104	0,066	0,040	0,021
-40	0,388	0,269	0,184	0,122	0,077	0,046	0,024	0,010
-45	0,335	0,223	0,145	0,091	0,053	0,028	0,012	
-50	0,281	0,178	0,109	0,063	0,033	0,014		
-55	0,226	0,134	0,075	0,038	0,016			
-60	0,172	0,093	0,046	0,018				
-65	0,120	0,056	0,021					
-70	0,072	0,024						
-75	0,030							
-80								

Fig.14.18 Exemple des tables de Caquot-Kérisel-Absi pour un MILIEU PESANT

Les formules donnant les coefficients de poussée ou de butée pour les surcharges transmises par un sol non pesant ont été tabulées par l'HERMINIER et ABSI (Cahiers de la Recherche, n° 16 et 28 - Paris - Eyrolles 1962 et rééditées en 1990) avec les notations des angles définis sur la figure 14.19 :

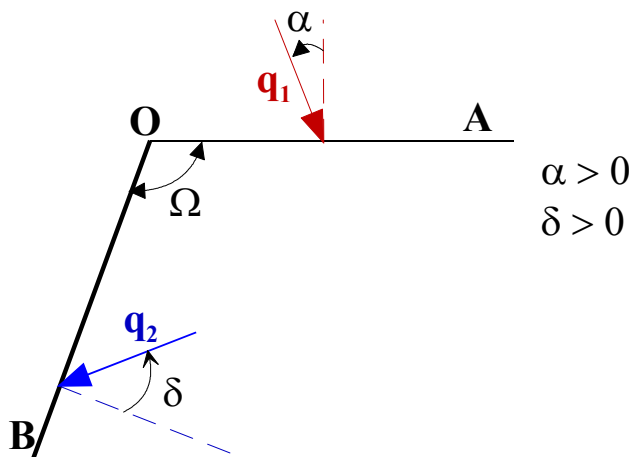


Fig.14.19 Conventions de signe des tables de poussée – butée d'un sol non pesant

### Equilibre de poussée

La surface libre OA du sol est soumise à une surcharge uniformément répartie  $q_1$  d'inclinaison  $\delta$ . La poussée uniformément répartie  $q_2$ , d'inclinaison  $\delta$  imposée par le projeteur, qui en résulte a pour valeur

$$q_2 = K'_a q_1$$

### Equilibre de butée

Le coefficient de butée est l'inverse du coefficient de poussée.

$$K'_p = \frac{1}{K'_a}$$

La figure 14.20 donne un exemple des tables de poussée et butée pour un sol non pesant

$$\varphi' = 30^\circ \quad \Omega = 90$$

$\alpha \backslash \delta$	0	5	10	15	20	25
-20	0,696	0,672	0,658	0,651	0,653	0,663
-10	0,465	0,446	0,434	0,427	0,425	0,429
0	0,333	0,319	0,31	0,305	0,304	0,306
10	0,253	0,243	0,236	0,232	0,231	0,233
20	0,203	0,194	0,189	0,185	0,185	0,186

Fig.14.20 Exemple des tables de poussée de l'Herminier et Absi  
MILIEU NON PESANT  
(Surcharge  $q_1$ )

### 14.2.6 Calculs de la poussée et de la butée pour un sol frottant et cohérent

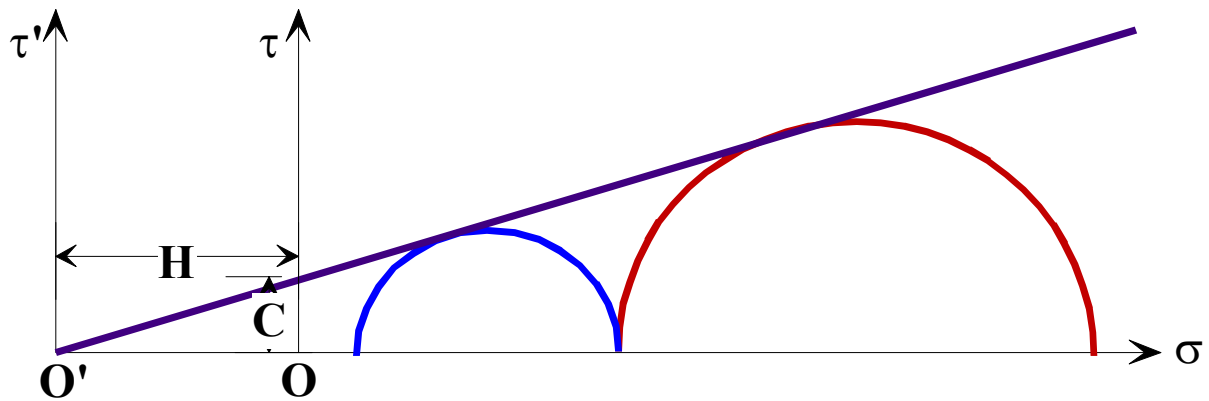


Fig.14.20 Etats correspondant de Caquot

On appliquera le théorème des *états correspondants de CAQUOT* en faisant une translation d'axe  $OO' = H$  pour se ramener au cas d'un *sol frottant auquel on ajoutera tout autour une contrainte hydrostatique H* (Fig.14.20).

$$OO' = H = \frac{C}{\operatorname{tg}\varphi} \quad (14.25)$$

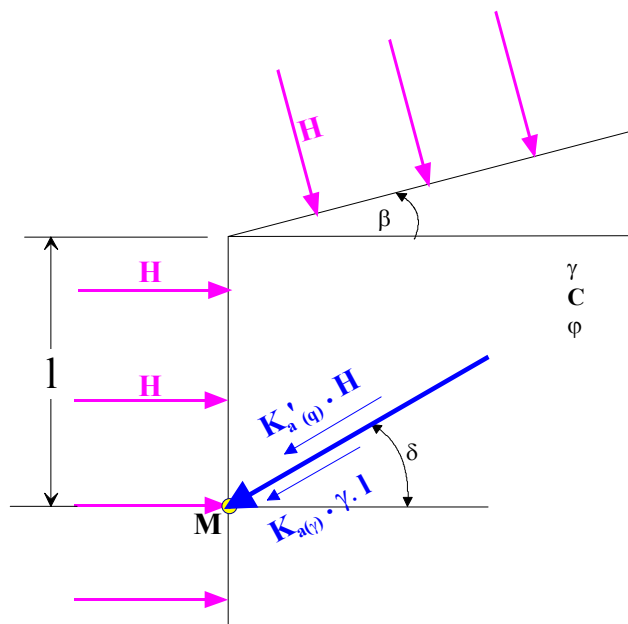
En principe pour le sol frottant on utilisera  $K_a$  (sol pesant) et pour la surcharge H,  $K'_a$  (sol non pesant)

La contrainte élémentaire au point M, se détermine en mettant une pression hydrostatique **H** autour des limites du massif de sol, donc perpendiculaire aux contours. La contrainte de poussée (butée) au point M est la composition **vectorielle** de (Fig.14.21) :

La contrainte de poussée du sol lui-même,  $K_a \cdot \gamma \cdot l$ , inclinée de  $\delta$

La contrainte de poussée de H,  $K'_a \cdot H$ , inclinée de  $\delta$ , qui agit dans le même sens que la contrainte de poussée du sol

La pression **H**, **perpendiculaire à l'écran**, qui agit en sens contraire des 2 précédentes.



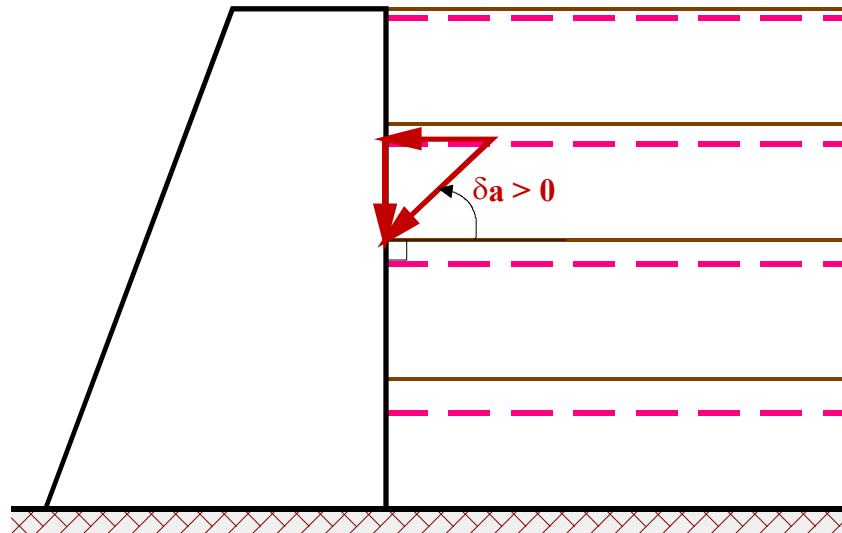


*Fig.14.21 Composition de la contrainte de poussée pour un sol frottant et cohérent*

### 14.2.7 Choix de l'angle de frottement sol-écran $\delta$

L'angle de frottement entre le sol et l'écran dépend pour sa **valeur** de la rugosité de l'écran par rapport aux particules de sol et pour son **signe** du sens du **déplacement relatif** entre le sol et l'écran. En l'absence de déplacement entre le sol et l'écran  $\delta = 0$ .

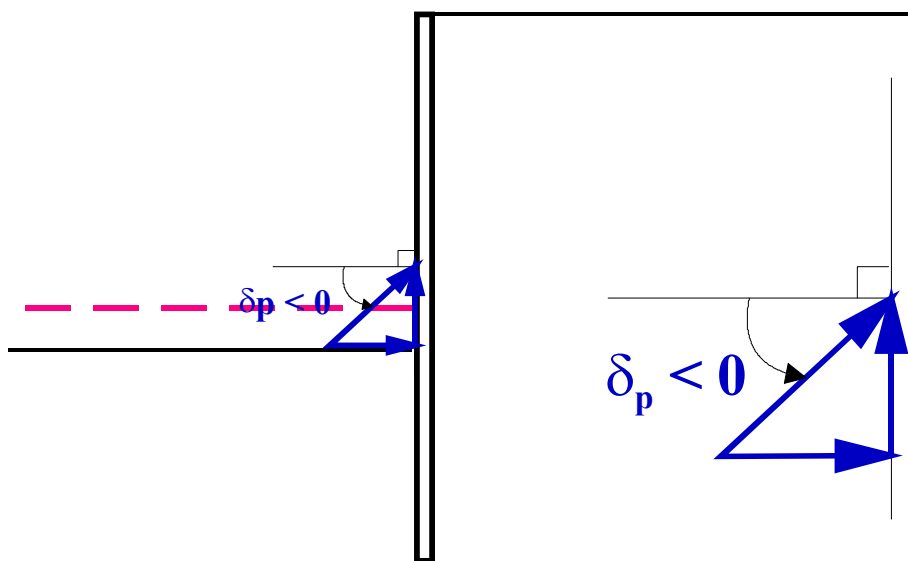
Par exemple quand on remblaie derrière un mur de soutènement correctement fondé, c'est le remblai qui tasse par rapport au mur, l'angle  $\delta_a$ , de poussée, est donc positif, avec le cisaillement  $\tau$  dirigé vers le bas (Fig.14.22).



*Fig.14.22 Angle du frottement de poussée entre le sol et le mur*

$\delta$  est évidemment limité par  $\varphi$ , au maximum il dépassera rarement  $+2/3\varphi$ , la valeur  $\delta=0$  est sécuritaire.

Par contre, quand on déblaie une fouille, devant un écran, le sol excavé décomprime le sol en fond de fouille qui a tendance à se soulever, l'angle de frottement  $\delta_p$ , de butée, est négatif, avec le cisaillement  $\tau$  dirigé vers le haut (Fig.14.23). On prendra généralement comme valeur  $\delta_p = -2/3\varphi$ .



*Fig.14.23 Angle de frottement de butée entre le sol et l'écran*

## 14.2.8 Calculs de la poussée et de la butée pour un talus de géométrie quelconque

### 14.2.8.1 Cas simples

Dans les cas les plus simples, on peut se ramener aux cas précédents en faisant des hypothèses réalistes.

Par exemple, pour un talus limité en tête de l'écran (Fig.14.24) on se ramène pour la partie haute de l'écran à la poussée du terrain avec le talus  $\beta$

A partir du point O, et pour la partie basse à la poussée du terrain avec terre-plein horizontal ( $\beta = 0$ ) à partir du point O' en considérant qu'à partir d'une certaine profondeur, le triangle OAO4 a un effet négligeable.

A partir des coefficients de poussée  $K_{a\beta}$  et  $K_a$ , on détermine le point I séparant les deux zones de poussée en écrivant

$$p_a = p'_a$$

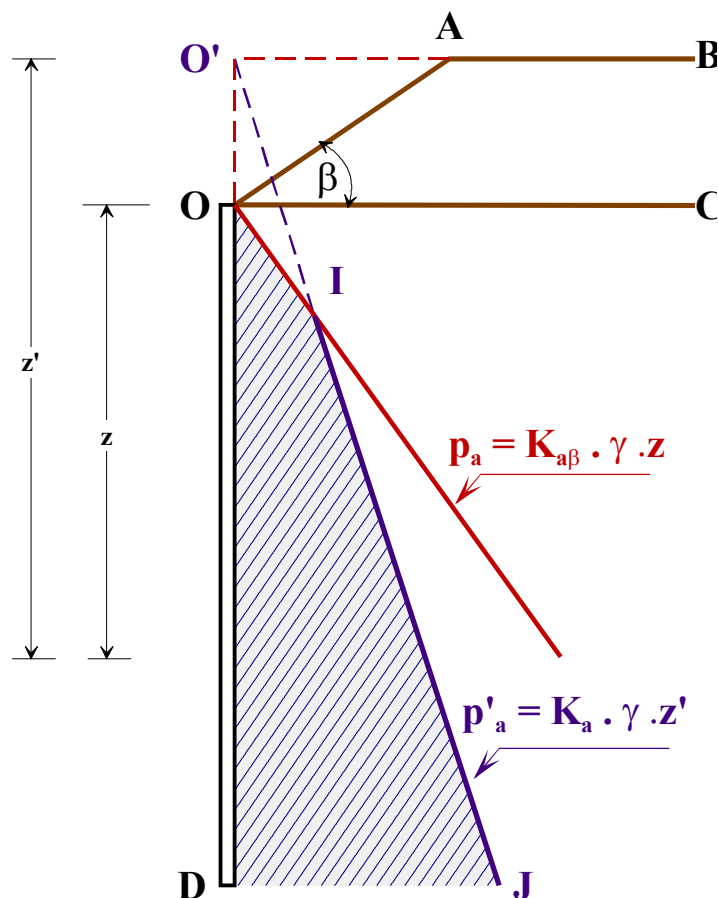
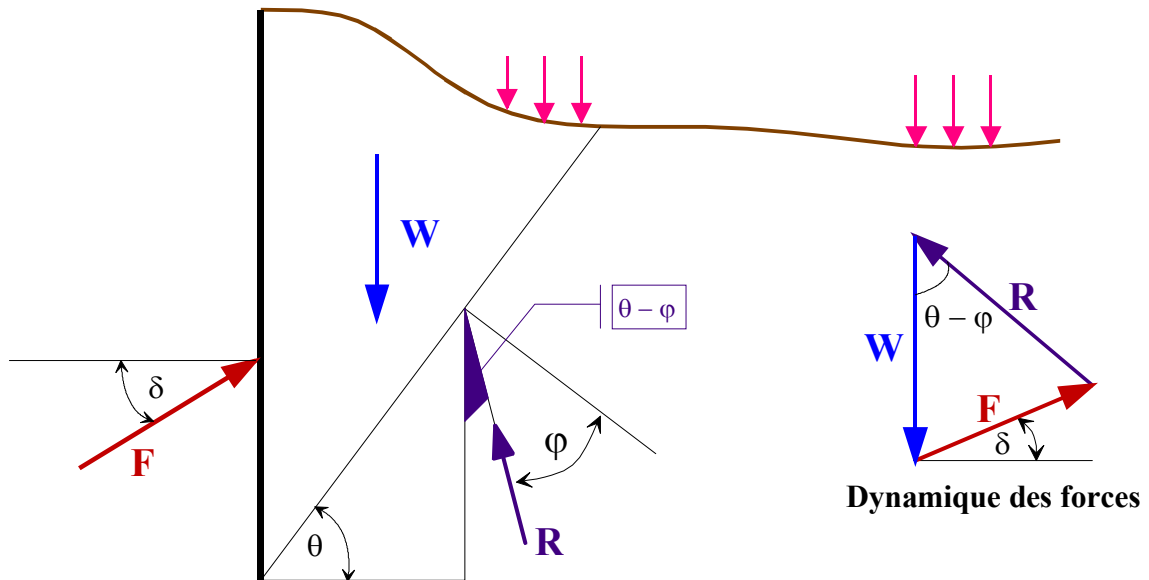


Fig.14.24 Exemple de répartition des contraintes de poussée dues à un talus limité en tête d'écran

### 14.2.8.2 Cas complexes

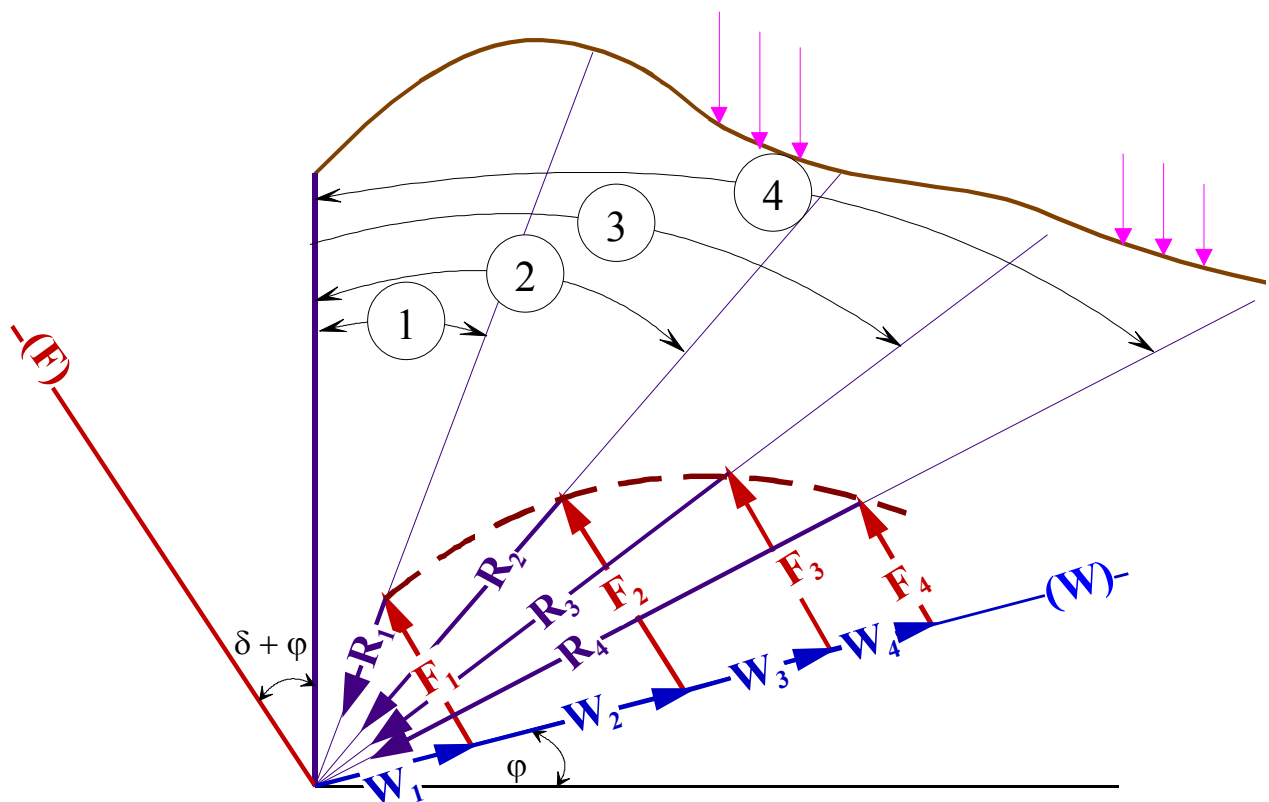
Dans les cas de géométrie complexe du terrain et de surcharges réparties linéairement en certains points de la surface (Fig.14.24) on pourra utiliser, pour le calcul de la poussée, la méthode de **Culmann** qui est une extension de la méthode de Coulomb.



**Fig.14.24 Courbe de Coulomb et dynamique des forces**

On écrit l'équilibre d'un coin de Coulomb par la fermeture du dynamique des forces et on cherche le coin tel que  $F_{\max} = F_a$ .

CULMANN a proposé une méthode permettant de décrire la variation de F sur le même graphique en faisant tourner le dynamique de  $\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$  pour faire coïncider le vecteur  $\vec{R}$  avec le vecteur directeur du plan de coupure  $\theta$  (Fig.14.25)



**Fig.14.25 Construction de Culmann**

- R coïncide avec le plan de coupure,
- W fait un angle de  $+\varphi$  avec l'horizontale et représente le poids total du terrain et les surcharges éventuelles
- F fait un angle  $+(\delta + \varphi)$  avec la verticale,

**Le graphique en pointillé donne l'évolution de F, et permet de déterminer  $F_a = F_{\max}$ .**

Cette méthode ne donne pas directement le point d'application de  $F_a$  qui pourrait être obtenu en découpant le terrain en tranches élémentaires.

### 14.2.9 Dispositions particulières de surcharges

Quand les surcharges ne sont pas uniformément réparties à la surface du sol, on dispose de solutions "approchées" en utilisant les résultats de **l'élasticité linéaire** ou en proposant des schémas de rupture en **plasticité parfaite**. On ne rappellera pas la méthode de Culmann.

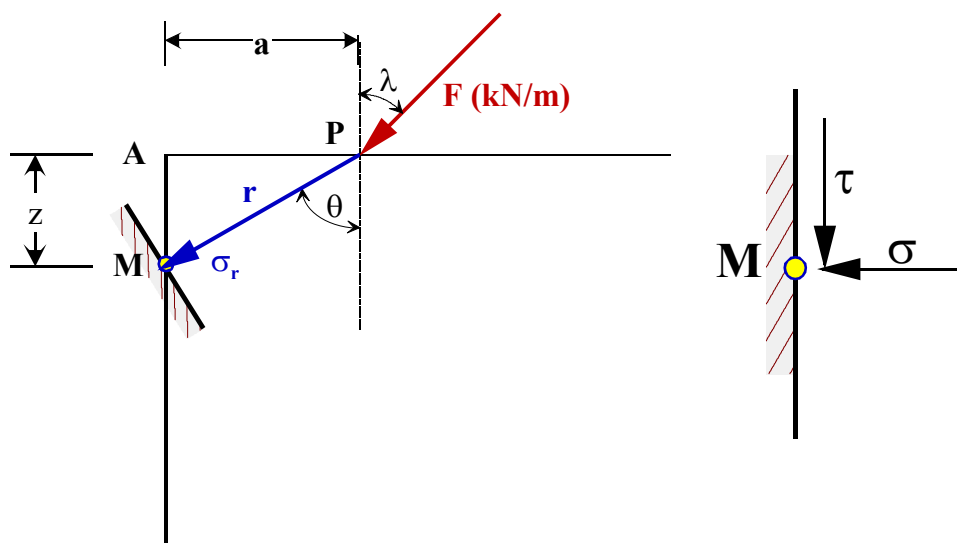
- **Solution en élasticité linéaire**

→ *Surcharge linéaire sur un sol horizontal*

La solution de **FLAMANT**, en coordonnées polaires, donne la contrainte radiale en un point du sol ( $r, \theta$ ) pour une charge inclinée d'un angle  $\lambda$  sur la verticale (Fig.14.26).

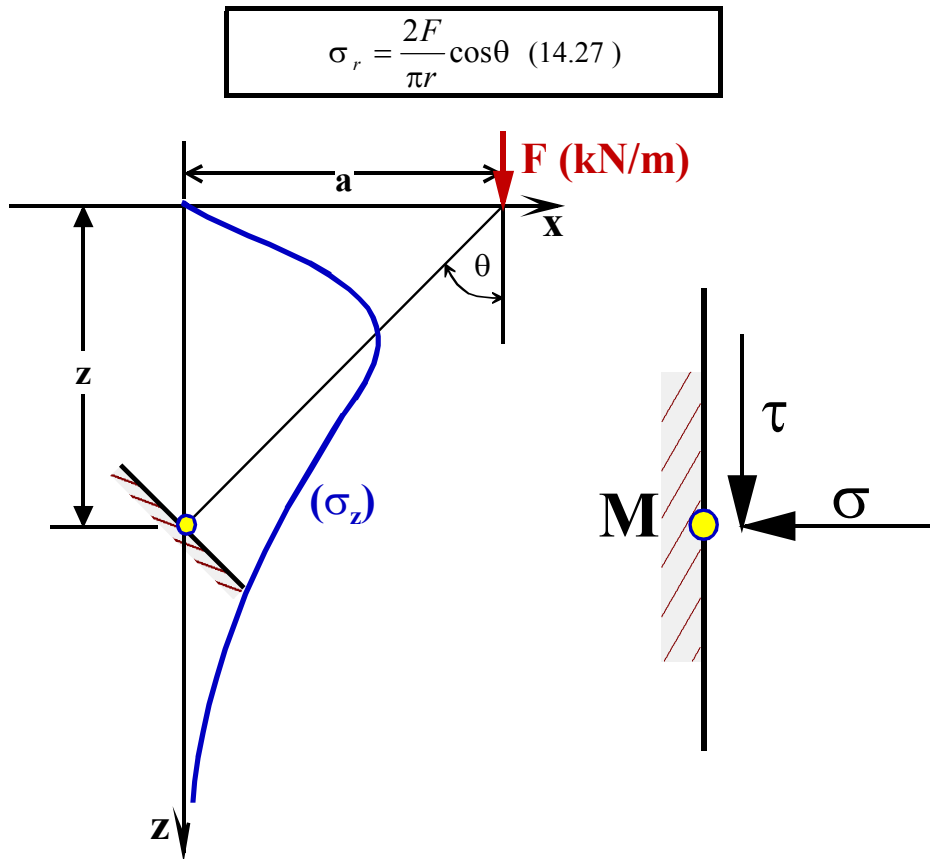
$$\sigma_r = \frac{2F}{\pi r} (\cos \lambda \cos \theta + \sin \lambda \sin \theta) \quad (14.26)$$

$$\sigma_\theta = 0 \quad \text{et} \quad \tau = 0$$



**Fig. 14.26 Action d'une charge linéairement répartie inclinée sur un plan vertical**

Si la charge est verticale  $\lambda = 0$  (Fig.14.27)



**Fig.14.27 Action d'une charge linéaire verticale sur un plan vertical**

A partir du cercle de Mohr, en ce point  $(r, \theta)$ , on détermine sur une facette verticale les contraintes  $(\sigma, \tau)$ .

Pour la charge inclinée

$$\sigma = \frac{2F}{\pi} \frac{[(\cos \lambda) \times z + (\sin \lambda) \times a] \times a^2}{(a^2 + z^2)^2} \quad (14.28)$$

$$\tau = \frac{2F}{\pi} \frac{[(\cos \lambda) \times z + (\sin \lambda) \times a] \times az}{(a^2 + z^2)^2} \quad (14.29)$$

Pour la charge verticale  $\lambda = 0$

$$\sigma = \frac{2F}{\pi} \frac{za^2}{(a^2 + z^2)^2} \quad (14.30)$$

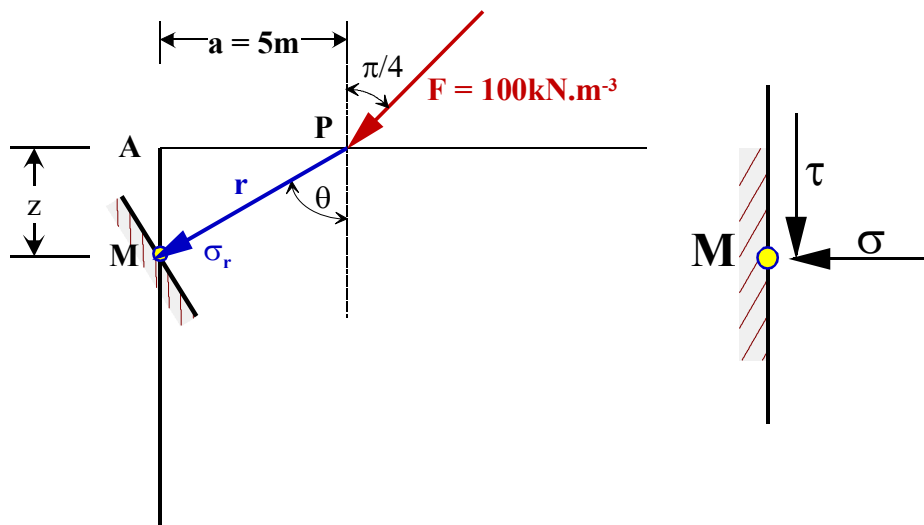
$$\tau = \frac{2F}{\pi} \frac{az^2}{(a^2 + z^2)^2} \quad (14.31)$$

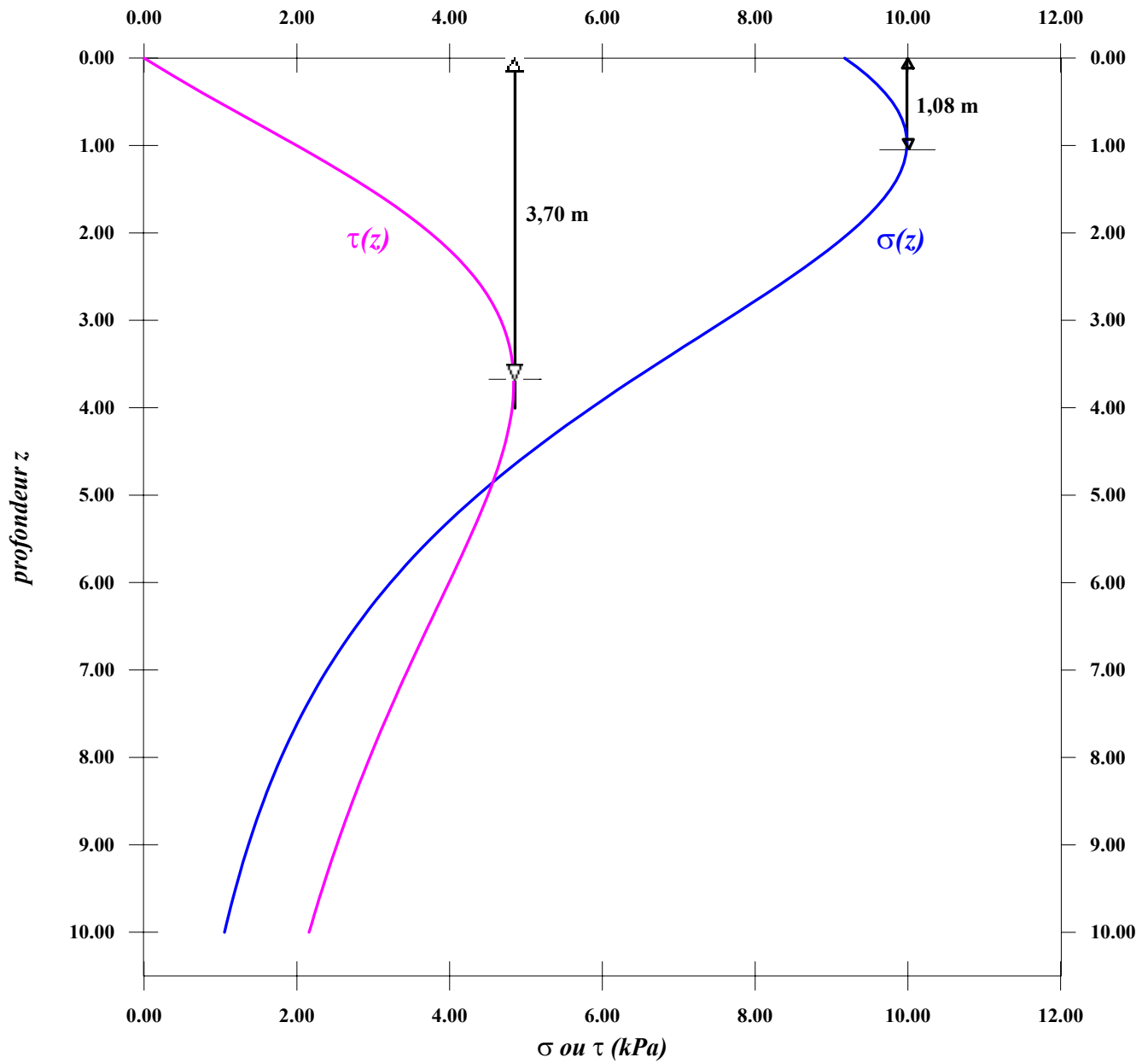
Ces formules donnent la répartition des contraintes sur un plan vertical du sol, elles ne tiennent pas compte de la présence de l'écran et de sa rigidité.

Les écrans ayant toujours une rigidité supérieure à celle du sol, les contraintes seront plus élevées que cette solution théorique. Si l'écran était infiniment rigide, on pourrait considérer une force  $F'$  symétrique de  $F$  par

rapport à l'écran de façon à annuler tout déplacement horizontal de l'écran. Dans ce cas les contraintes seraient doublées, ce qui représente un majorant de l'action de la surcharge sur un écran réel.

La figure 14.28 représente la distribution des contraintes  $\sigma$  et  $\tau$ , dues à une charge inclinée de  $\pi/4$ , sur un plan vertical.

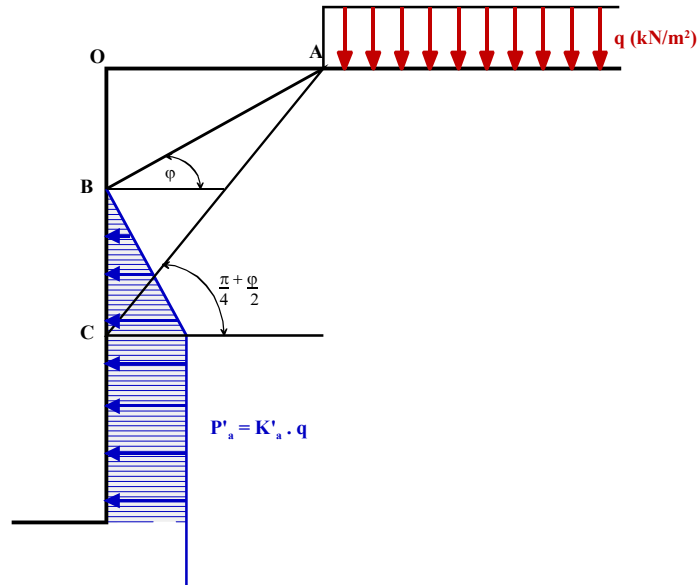




*Fig.14.28 Exemple de distribution des contraintes  $\sigma$  et  $\tau$  sur un plan vertical*

- *Solution en plasticité*

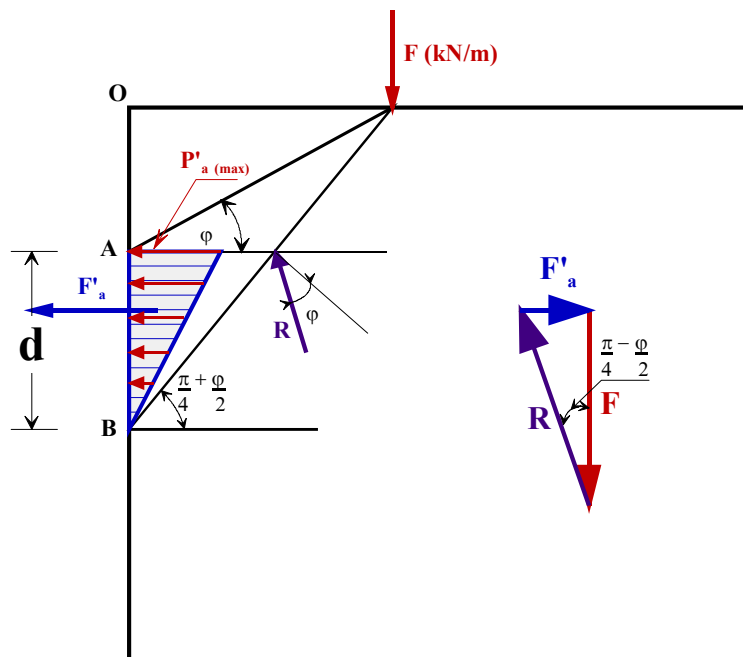
→ *Surcharge semi-infinie limitée sur un plan horizontal (Fig.14.29)*



**Fig.14.29 Contraintes de poussée dues à une surcharge semi-infinie limitée**

On suppose que l'action de la surcharge est nulle au-dessus de l'angle de talus  $\varphi$  et que la distribution de la contrainte de poussée est linéaire entre B (intersection de l'angle de talus avec l'écran) et C (intersection du coin de Coulomb et de l'écran). Au-delà, on retrouve la poussée de la surcharge semi-infinie.

→ Surcharge linéaire (Fig.14.30)



**Fig. 14.30 Contraintes de poussée dues à une surcharge linéaire verticale**

On suppose que la contrainte de poussée  $p'_a$  sur l'écran est maximum en A (intersection de l'angle de talus avec l'écran) et décroît linéairement jusqu'à zéro au point B (intersection du coin de Coulomb et de l'écran).

Si on suppose un angle de frottement nul entre le sol et l'écran  $\delta_a = 0$ , le dynamique des forces donne directement

$$F_a = F \times \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

ou



$$F_a = P_{a_{\max}} \times \frac{d}{2}$$

→ *Surcharges locales (Fig.14.31)*

On considère généralement une répartition uniforme dans les deux directions à 27° (Arctg 1/2) en plan et comme précédemment en coupe (Fig.14.31.a).

Soit  $q$ , la charge uniformément répartie, la charge totale locale est

$$Q = q \times b \times d$$

Comme précédemment, la **force** de poussée est égale à

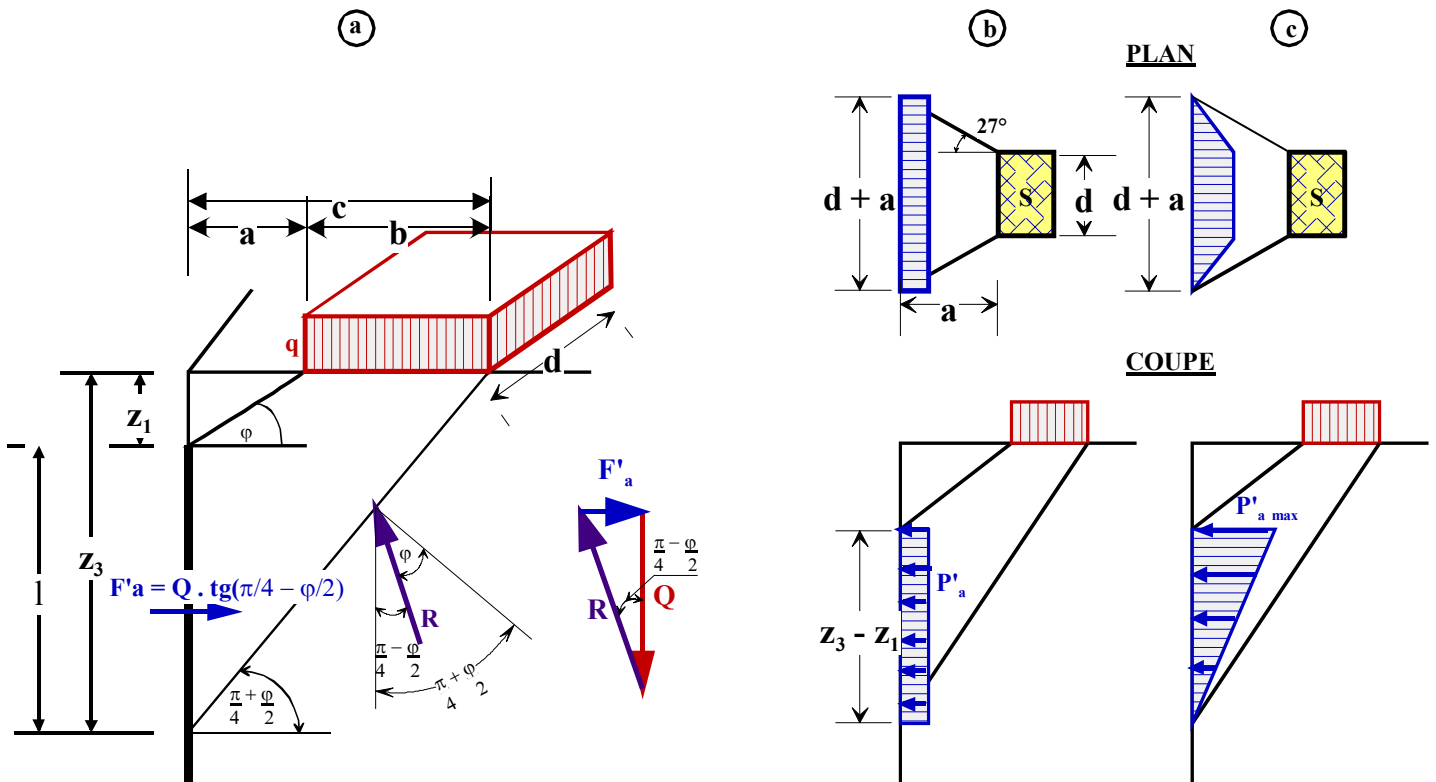
$$F'_a = Q \times \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

La contrainte de poussée  $p'_a$  est répartie uniformément sur le rectangle  $(d + a)(z_3 - z_1)$ , (Fig.14.31b)

$$p'_a = \frac{Q}{(d + a)(z_3 - z_1)}$$

Au lieu d'une répartition uniforme dans les deux sens, Krey a proposé une répartition trapézoïdale en plan et triangulaire en coupe (Fig.14.31.c). Dans ces conditions

$$p'_{a_{\max}} = \frac{4Q}{(2d + a)(z_3 - z_1)}$$

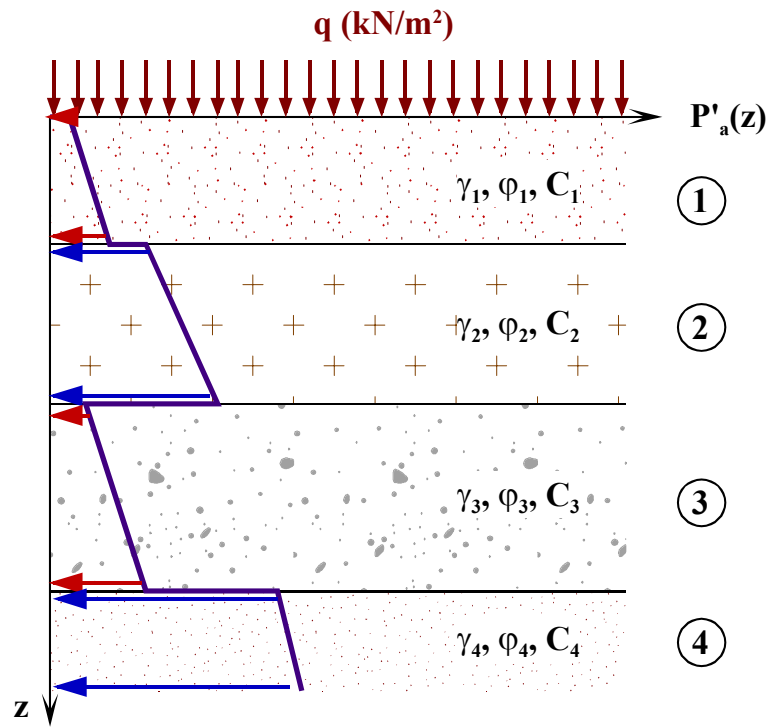


**Fig.14.31 Contraintes de poussée dues à une surcharge locale verticale**

### 14.2.10 Cas d'un multicouche

On se ramènera aux cas précédents en considérant les couches supérieures agissant comme des surcharges (Tables d'Herminier, Kérisel et Absi 1990) pour les couches inférieures.

On veillera à ne pas oublier les discontinuités à chaque interface (Fig.14.32).



*Fig. 14.32 Exemple de répartition de contraintes de poussée d'un multicouche sur un écran vertical*