

République Algérienne Démocratique et Populaire

Université BATNA 2 - Mostefa BENBOULAID

Faculté de Technologie

Département d'Electrotechnique

Master 2:

Réseaux Electriques

**M
O
D
U
L
E**

**Stabilité et Dynamique
des Réseaux Electriques**

**CHAPITRE III
MODELISATION
DU RESEAU ELECTRIQUE
MULTI-MACHINES**

L'enseignant : BOUBIR Messaoud

Cours du 14 février 2021

CHAPITRE III : STABILITE DES RESEAUX MULTIMACHINES

III.1. INTRODUCTION

Les différents alternateurs ne sont pas indépendants entre eux; mais reliés par un réseau d'énergie électrique, ce dernier correspond à un ensemble de lignes triphasées et de transformateurs triphasés. Les bornes extrêmes des lignes et des transformateurs sont connectées par des jeux de barres qui représentent l'accès au réseau triphasé par lesquels il est possible de raccorder des producteurs, des consommateurs etc...

L'étude de la conception et de l'analyse des dynamiques du réseau électrique est vraiment délicate, car les réponses dynamiques du système simulé dépendent fortement du modèle mathématique appliqué au réseau réel. Le problème de la modélisation est d'abord comment représenter le système d'une façon précise par des équations mathématiques et ensuite les simplifier afin de réduire la dimension et le temps de calcul.

III.2. DETERMINATION DU REGIME INITIAL

Une étude de stabilité exige la détermination de l'état initial du réseau auquel sont raccordées les machines, cet état est réalisé à l'aide d'un calcul de répartition de charges (Load Flow). Le calcul est effectué par la méthode itérative utilisant le modèle classique de Ward et Hale à partir des données suivantes :

- Caractéristiques électriques et topologiques des éléments du réseau.
- Consommations actives et réactives.
- Productions actives.
- Tensions aux nœuds auxquels sont raccordés les générateurs.

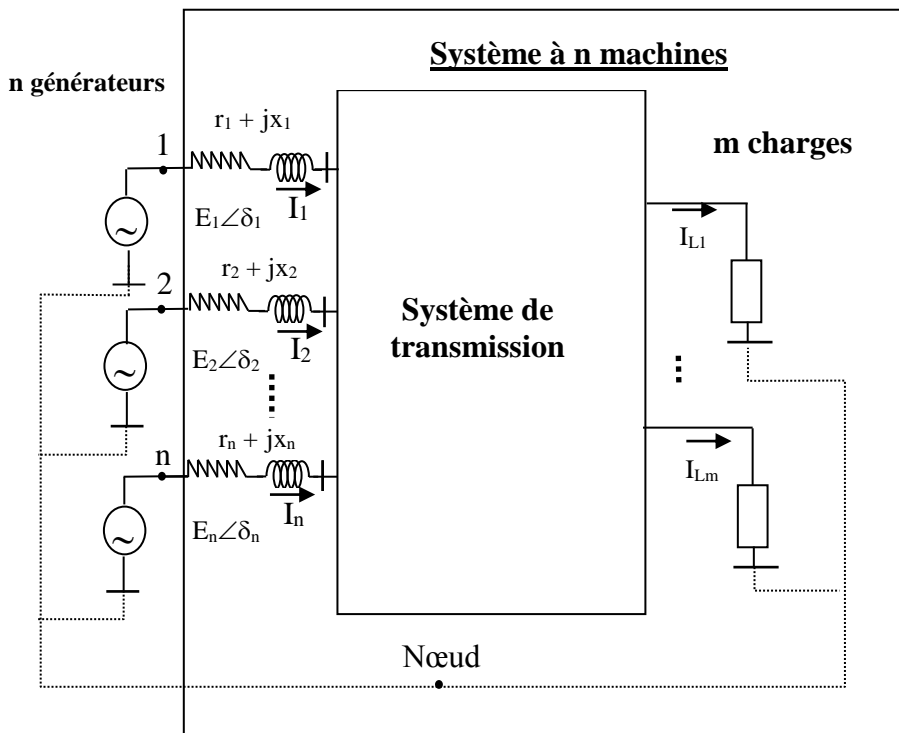
À l'issue de ce calcul de répartition de charges, les grandeurs caractérisant le fonctionnement des machines avant perturbation peuvent alors être déterminées sans difficulté.

III.3. REPRESENTATION MATRICIELLE DU RESEAU

Considérons le réseau multimachines, système à n machines, représenté par la figure (3.1), ce réseau a n alternateurs et m charges. Les lignes, les câbles et les transformateurs sont représentés par un quadripôle en Π symétrique (figure 3.2), identique à celui adopté pour l'étude de la répartition. Les charges sont représentées de façon approchée. Elles sont assimilées à des impédances constantes. Les impédances Z branchées entre les nœuds consommateurs et la terre sont déterminées à partir du calcul de répartition de charges par l'expression suivante:

$$Z = \frac{V^2}{P - jQ} \quad (3.1) \quad \text{Avec: } V: \text{ tension aux bornes de cette impédance.}$$

P: puissance active ; Q: puissance réactive. Z: impédance. j: désigne que l'élément est complexe.



(toutes les variables sont complexes).

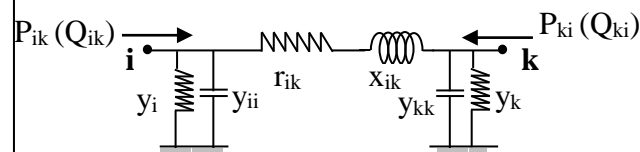


Figure 3.2 : Représentation des lignes et des charges

Figure (3.1): Représentation d'un système multi-machines

III.4. MODELE DETAILLE

Le modèle détaillé, comme il a été défini dans le premier chapitre est utilisé dans notre cas, sauf que les hypothèses suivantes doivent être prises en considération:

- La puissance mécanique de chaque alternateur est considérée constante et ne peut être modifiée instantanément pour égaler la puissance électrique fournie par chaque alternateur, la différence entre ces deux puissances (électrique et mécanique) se manifeste par un couple.
- L'effet des enroulements d'amortissement est négligeable, ce qui élimine le coefficient D_a .
- La régulation de la vitesse ne sera pas considérée.
- Toutes les grandeurs sont complexes (courants, tensions et F.E.M.).
- Chaque alternateur est soumis à un couple d'accélération, sachant que les coefficients H (constantes d'inertie) sont différents pour chaque alternateur. La variation de la position des rotors par rapport au référentiel tournant à la vitesse synchrone est différente pour chaque machine.
- La puissance électrique produite par une machine dépend de l'angle δ (position du rotor par rapport au référentiel tournant), ce qui entraîne la variation de la puissance P_a .

$$P_a = P_m - P_e \tag{3.4}$$

Nous sommes donc amenés à considérer d'une part, un système d'équations algébriques permettant de calculer en fonction des positions angulaires des rotors des n machines, la puissance électrique injectée par chaque alternateur; de calculer les courants et les tensions de chaque alternateur, et d'autre part, de résoudre simultanément un système d'équations différentielles traduisant le comportement mécanique et électrique de l'alternateur ainsi que les équations différentielles du régulateur de tension.

D'après la figure (3.1), on définit par convention

$$\begin{aligned} \bar{V}_i &= V_{qi} + jV_{di} \\ \bar{I}_i &= I_{qi} + jI_{di} \end{aligned} \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{3.5}$$

n : nombre de machines du réseau électrique.

Avec:

$$\begin{aligned} V_{qi} &= v_{qi}/\sqrt{3} & I_{qi} &= i_{qi}/\sqrt{3} \\ V_{di} &= v_{di}/\sqrt{3} & I_{di} &= i_{di}/\sqrt{3} \end{aligned} \tag{3.6}$$

La tension V et le courant I sont complexes.

$$\bar{V} = \begin{bmatrix} V_{q1} + jV_{d1} \\ V_{q2} + jV_{d2} \\ \vdots \\ V_{qn} + jV_{dn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{I} = \begin{bmatrix} I_{q1} + jI_{d1} \\ I_{q2} + jI_{d2} \\ \vdots \\ I_{qn} + jI_{dn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} \quad i=1, 2, \dots, n \tag{3.7}$$

III.5. MATRICE ADMITTANCE DU RESEAU

La matrice admittance du réseau; durant le régime permanent (état initial), est définie par:

$$\bar{I} = \bar{Y}\bar{E} \tag{3.8}$$

Où les éléments de \bar{Y} sont définies comme suit:

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \bar{Y}_{13} & \dots & \bar{Y}_{1n} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \bar{Y}_{23} & \dots & \bar{Y}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \bar{Y}_{n1} & \bar{Y}_{n2} & \bar{Y}_{n3} & \dots & \bar{Y}_{nn} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

$$Y_{ii} = y_{ii} \angle \theta_{ii}$$

$$Y_{ii} = G_{ii} + j.B_{ii} = \sum \text{toutes les admittances reliées au jeu de barres } i$$

$$Y_{ij} = y_{ij} \angle \theta_{ij}$$

$$Y_{ij} = G_{ij} + j.B_{ij} = - \sum \text{toutes les admittances entre les jeux de barres } i \text{ et } j. \tag{3.10}$$

j : designe le nombre complexe ($j^2 = -1$)

$$i = 1, \dots, n \quad j = 1, \dots, n$$

A l'état stable (steady state) les courants et les tensions sont représentés sur un même diagramme de phases.

Nous utiliserons I_i et V_i pour désigner le courant et la tension au nœud i tel que: $\hat{I} = \bar{Y} \cdot \hat{V}$. (3.11)

Y : matrice des admittances du réseau court-circuité (sans charges),

$$\hat{I} = \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{I}_2 \\ \vdots \\ \hat{I}_n \end{bmatrix} \quad \hat{V} = \begin{bmatrix} \hat{V}_1 \\ \hat{V}_2 \\ \vdots \\ \hat{V}_n \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Au régime transitoire la relation entre la tension, le courant, la résistance et l'inductance est donnée par:

$$v_k = \ell_k \cdot \dot{i}_k + r_k \cdot i_k \quad (3.13)$$

k : désigne le nœud en question $k=1,2,\dots,b$

b : nombre de branches.

$$v_{abck} = \ell_k \cdot \dot{i}_{abck} + r_k \cdot i_{abck} \quad (3.14)$$

Si nous faisons appel à la transformation de Park P , on obtient:

$$P \cdot v_{abck} = \ell_k \cdot P \cdot \dot{i}_{abck} + r_k \cdot P \cdot i_{abck} \quad (3.15)$$

D'après l'équation (a.20) et (a.21) de l'annexe A:

$$P \cdot \dot{i}_{abc} = \dot{i}_{0dq} - \omega \begin{pmatrix} 0 \\ -i_q \\ i_d \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

Substituons (3.16) dans (3.15) et utilisant (2.10), on aura:

$$v_{dqk} = \ell_k \left(\dot{i}_{dqk} + \omega \begin{bmatrix} i_{qk} \\ -i_{dk} \end{bmatrix} \right) + r_k \cdot i_{dqk} \quad (3.17)$$

Il est préférable et nécessaire de prendre en considération les hypothèses suivantes:

1. au départ $\omega = \omega_R$
2. le terme $\ell \cdot \dot{i}$ est négligeable devant le terme $\omega \cdot \ell \cdot i$ Donc;

$$v_{dqk} = r_k \cdot i_{dqk} + x_k \begin{bmatrix} i_{qk} \\ -i_{dk} \end{bmatrix} \quad k = 1,2,\dots,b \quad (3.18)$$

Cette équation (3.18) donne la relation entre la tension et le courant dans une branche du réseau au régime transitoire.

Soit θ_i l'angle de rotation (figure 3.4)

$$\theta_i = \omega_R \cdot t + \pi/2 + \delta_i \quad (3.19)$$

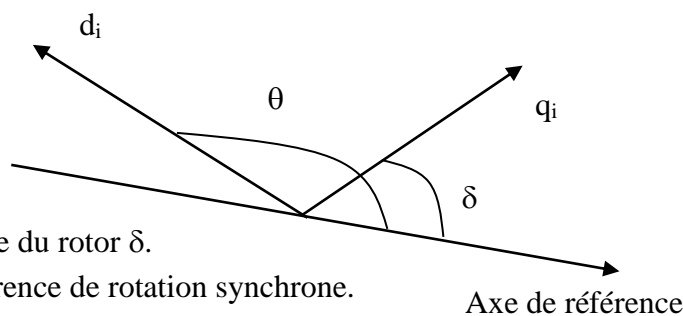


Figure 3.4 : Relation entre l'angle θ et l'angle du rotor δ .

avec: δ_i : angle entre le rotor et l'axe de référence de rotation synchrone.

Dans l'équation (3.11) multiplions les deux termes par $\frac{1}{\sqrt{3}}$ et utilisons l'équation (3.2), on aura:

$$\begin{aligned} V_{qk(i)} &= r_k \cdot I_{qk(i)} - x_k \cdot I_{dk(i)} \\ V_{dk(i)} &= r_k \cdot I_{dk(i)} + x_k \cdot I_{qk(i)} \end{aligned} \quad (3.20)$$

i : désigne le numéro de la machine (alternateur)

$$\begin{aligned} \bar{V}_{k(i)} &= V_{qk(i)} + j \cdot V_{dk(i)} \\ &= (r_k \cdot I_{qk(i)} - x_k \cdot I_{dk(i)}) + j \cdot (r_k \cdot I_{dk(i)} + x_k \cdot I_{qk(i)}) \\ &= (r_k + j \cdot x_k) \cdot (I_{qk(i)} + j \cdot I_{dk(i)}) \\ \bar{V}_{k(i)} &= \bar{Z}_k \cdot \bar{I}_{k(i)} \quad k = 1,2,\dots,b \end{aligned} \quad (3.21)$$

III.6. CONVERSION PAR RAPPORT A UN REPERE DE REFERENCE

Pour généraliser les relations du système, il est désirable de formuler les expressions du réseau par rapport à un repère de référence.(voir figure 3.5)

On a la tension par rapport au repère (d,q): $\bar{V}_i = V_{qi} + j \cdot V_{di}$

Soit le repère de référence (D_{réf},Q_{réf}) tournant à la vitesse de synchronisme, et les composantes de la tension

\bar{V}_i sur ce repère sont: $\hat{V}_i = V_{Qi} + j \cdot V_{Di} = (V_{qi} \cdot \cos \delta_i - V_{di} \cdot \sin \delta_i) + j(V_{qi} \cdot \sin \delta_i + V_{di} \cdot \cos \delta_i)$

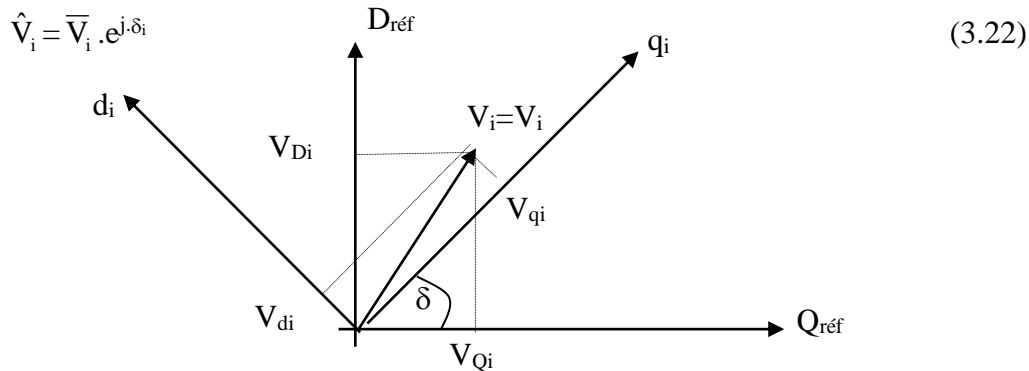


Figure (3.5): Représentation de V_i par rapport aux deux repères.

Maintenant calculons les composantes des tensions de toutes les branches par rapport au nouveau référentiel (D,Q), donc:

$$\hat{V}_k \cdot e^{j \cdot \delta_i} = \bar{Z}_k \cdot \hat{I}_k \cdot e^{-j \cdot \delta_i} \tag{3.23}$$

$$\hat{V}_k = \bar{Z}_k \cdot \hat{I}_k$$

b: nombre de branches

Z_k: calculé par rapport à la vitesse de synchronisme.

Comparons les équations (3.24) et (3.25)

$$\hat{I} = \bar{Y} \cdot \hat{V} \tag{3.24}$$

$$\hat{V}_k = \bar{Z}_k \cdot \hat{I}_k \tag{3.25}$$

Nous remarquons que les deux équations sont similaires pour l'état transitoire ou l'état stationnaire (stable).

$$\hat{V}_b = \bar{Z}_b \cdot \hat{I}_b \tag{3.26}$$

b: indique le nombre de branches

Le courant I_b est donné comme suit:

$$\hat{I}_b = \bar{Y}_b \cdot \hat{V}_b \tag{3.27}$$

Nous introduisons ici la matrice incidence A_i [27]:

$$\hat{I} = (A_i^t \bar{y}_b \cdot A_i) \cdot \hat{V} = \bar{Y} \cdot \hat{V} \tag{3.28}$$

Avec A_i = [a_{pq}]

$$[a_{pq}] = \begin{cases} 1 & \text{si le courant dans le nœud p sort du nœud q} \\ -1 & \text{si le courant dans le nœud p entre dans le nœud q} \\ 0 & \text{si le nœud p n'a aucune connexion avec le nœud q} \end{cases}$$

p = 1,2,...,b

q = 1,2,...,n

Définissons maintenant la transformation T des quantités de d et q de toutes les machines par rapport au système de référence. [8]

avec: T_{ii} = e^{j·δ_i} et T_{ij} = 0 ∀ i, j = 1,.....,n

$$T = \begin{bmatrix} e^{j\delta_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\delta_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{j\delta_n} \end{bmatrix} \quad \hat{V} = \begin{bmatrix} V_{Q1} + jV_{D1} \\ V_{Q1} + jV_{D1} \\ \vdots \\ V_{Qn} + jV_{Dn} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{V} = \begin{bmatrix} V_{q1} + jV_{d1} \\ V_{q2} + jV_{d2} \\ \vdots \\ V_{qn} + jV_{dn} \end{bmatrix} \tag{3.29}$$

Des équations (3.5), (3.19), (3.22) et (3.29)

$$\hat{V} = T \cdot \bar{V} \quad (3.30)$$

Remarquons que la matrice T est orthogonale, c'est à dire que:

$$T^{-1} = T^* \quad (3.31)$$

D'où;

$$\bar{V} = T^* \cdot \hat{V} \quad (3.32)$$

de plus;

$$\hat{I} = T \cdot \bar{I} \Rightarrow \bar{I} = T^* \cdot \hat{I} \quad (3.33)$$

III.7. RELATION ENTRE LES COURANTS ET LES TENSIONS DES MACHINES

Le réseau peut être modélisé par un système d'équations linéaires reliant les courants injectés aux nœuds et les tensions aux bornes [13].

Nous écrivons ces équations sous forme matricielle dans le repère synchrone ($Q_{réf}, D_{réf}$).

$$\hat{I} = \bar{Y} \cdot \hat{V}$$

En utilisant (3.32) et (3.26) nous aurons,

$$T \cdot \bar{I} = \bar{Y} T \bar{V} \quad (3.34)$$

multiplions les deux côtés de cette équation par T^{-1} ;

$$T^{-1} \cdot T \cdot \bar{I} = \bar{I} = (T^{-1} \cdot \bar{Y} \cdot T) \cdot \bar{V} = \bar{M} \cdot \bar{V} \quad (3.35)$$

Avec

$$\bar{M} = T^{-1} \cdot \bar{Y} \cdot T$$

Si la matrice inverse (M^{-1}) existe, alors

$$\bar{V} = (T^{-1} \cdot \bar{Y} \cdot T)^{-1} \cdot \bar{I} = (T^{-1} \cdot \bar{Z} \cdot T) \cdot \bar{I} \quad (3.36)$$

L'équation (3.36) représente la composante de la tension V, d'où elle à 2n éléments ($V_{q1}, V_{d1}, V_{q2}, V_{d2}, \dots, V_{qn}, V_{dn}$) et de même pour le courant, il a 2n éléments ($I_{q1}, I_{d1}, I_{q2}, I_{d2}, \dots, I_{qn}, I_{dn}$).

III.8. DETAIL DE LA MATRICE M

On a la matrice admittance Y qui est donnée comme suit:

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} \cdot e^{j\theta_{11}} & Y_{12} \cdot e^{j\theta_{12}} & \dots & Y_{1n} \cdot e^{j\theta_{1n}} \\ Y_{21} \cdot e^{j\theta_{21}} & Y_{22} \cdot e^{j\theta_{22}} & \dots & Y_{2n} \cdot e^{j\theta_{2n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} \cdot e^{j\theta_{n1}} & Y_{n2} \cdot e^{j\theta_{n2}} & \dots & Y_{nn} \cdot e^{j\theta_{nn}} \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$T = \begin{bmatrix} e^{j\delta_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\delta_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{j\delta_n} \end{bmatrix} \text{ on obtient } T^{-1} = \begin{bmatrix} e^{-j\delta_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{-j\delta_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{-j\delta_n} \end{bmatrix}$$

$$\text{Alors } \bar{Y} \cdot T = \begin{bmatrix} Y_{11} \cdot e^{j(\theta_{11} + \delta_1)} & Y_{12} \cdot e^{j(\theta_{12} + \delta_2)} & \dots & Y_{1n} \cdot e^{j(\theta_{1n} + \delta_n)} \\ Y_{21} \cdot e^{j(\theta_{21} + \delta_1)} & Y_{22} \cdot e^{j(\theta_{22} + \delta_2)} & \dots & Y_{2n} \cdot e^{j(\theta_{2n} + \delta_n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} \cdot e^{j(\theta_{n1} + \delta_1)} & Y_{n2} \cdot e^{j(\theta_{n2} + \delta_2)} & \dots & Y_{nn} \cdot e^{j(\theta_{nn} + \delta_n)} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

Utilisons l'équation de M, nous obtenons

$$\bar{M} = T^{-1} \cdot \bar{Y} \cdot T = \begin{bmatrix} Y_{11} \cdot e^{j\theta_{11}} & Y_{12} \cdot e^{j(\theta_{12} - \delta_{12})} & \dots & Y_{1n} \cdot e^{j(\theta_{1n} - \delta_{1n})} \\ Y_{21} \cdot e^{j(\theta_{21} - \delta_{21})} & Y_{22} \cdot e^{j\theta_{22}} & \dots & Y_{2n} \cdot e^{j(\theta_{2n} - \delta_{2n})} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n1} \cdot e^{j(\theta_{n1} - \delta_{n1})} & Y_{n2} \cdot e^{j(\theta_{n2} - \delta_{n2})} & \dots & Y_{nn} \cdot e^{j\theta_{nn}} \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

$$\text{Avec } \delta_{ij} = \delta_j - \delta_i \quad (3.40)$$

Pour simplifier l'équation (3.39), nous posons

$$Y_{ik} \cdot e^{j(\theta_{ik} - \delta_{ik})} = (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \sin \delta_{ik}) + j(B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} - G_{ik} \cdot \sin \delta_{ik}) \quad (3.41)$$

Maintenant définissons les relations suivantes (fonctions de δ_{ik}):

$$F_{G+B}(\delta_{ik}) = F_{G+B} = (G_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} + B_{ik} \cdot \sin \delta_{ik})$$

$$F_{B-G}(\delta_{ik}) = F_{B-G} = (B_{ik} \cdot \cos \delta_{ik} - G_{ik} \cdot \sin \delta_{ik}) \quad (3.42)$$

Donc la matrice M est donnée par:

$$\bar{M} = H + jS \quad (3.43)$$

D'où H et S sont des matrices réelles et de dimension (nxn) avec

$$\begin{aligned} h_{ii} &= G_{ii} & ; & & h_{ik} &= F_{G+B}(\delta_{ik}) & ; & & S_{ii} &= B_{ii} & ; & & S_{ik} &= F_{B-G} \\ i &= 1, \dots, n & ; & & k &= 1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.44)$$

h_{ii} et S_{ii} représentent respectivement la conductance et la susceptance des éléments de la diagonale h_{ik} et S_{ik} : représentent respectivement la conductance et la susceptance des éléments non diagonaux.

$$\bar{I} = \bar{M} \cdot \bar{V} \quad \bar{I} = (H + jS) \begin{bmatrix} V_{q1} + jV_{d1} \\ \vdots \\ V_{qn} + jV_{dn} \end{bmatrix} = (H \cdot V_q - S \cdot V_d) + j(S \cdot V_q + H \cdot V_d) \quad (3.45)$$

Cette équation définit les équations des composantes du courant de chaque machine. [8] [26].

$$i_{di} = G_{ij} \cdot e'_{di} + B_{ij} \cdot e'_{qi} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n e'_{dj} \cdot F_{G+B}(\delta_{ij}) + e'_{qj} \cdot F_{B-G}(\delta_{ij})$$

$$i_{di} = G_{ii} \cdot e'_{di} + B_{ii} \cdot e'_{qi} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (G_{ij} \cdot \cos \delta_{ij} + B_{ij} \cdot \sin \delta_{ij}) \cdot e'_{dj} + (B_{ij} \cdot \cos \delta_{ij} - G_{ij} \cdot \sin \delta_{ij}) \cdot e'_{qj} \quad (3.46)$$

$$i_{qi} = G_{ij} \cdot e'_{qi} - B_{ij} \cdot e'_{di} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n e'_{qj} \cdot F_{B-G}(\delta_{ij}) - e'_{dj} \cdot F_{G+B}(\delta_{ij})$$

$$i_{qi} = G_{ii} \cdot e'_{qi} - B_{ii} \cdot e'_{di} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (G_{ij} \cdot \cos \delta_{ij} + B_{ij} \cdot \sin \delta_{ij}) \cdot e'_{qj} - (B_{ij} \cdot \cos \delta_{ij} - G_{ij} \cdot \sin \delta_{ij}) \cdot e'_{dj} \quad (3.46)$$

Les composantes directe et quadrature de la tension aux bornes de la machine sont obtenues à partir des équations du chapitre II : $v_{di} = e'_{di} - X'_{qi} \cdot i_{qi}$ et $v_{qi} = e'_{qi} + X'_{di} \cdot i_{di}$ (3.47)

Le module de cette tension est: $v_i = \sqrt{v_{qi}^2 + v_{di}^2}$ (3.48)

III.9. CALCUL DE LA PUISSANCE ELECTRIQUE

L'expression de la puissance électrique de sortie de l'alternateur (i) est donnée par l'expression suivante:

$$P_{ei} = \Re_e(E_i \cdot I_i^*) \quad (3.49)$$

\Re_e : désigne la partie réelle.

E_i : représente la F.E.M. de la machine (dans le cas du régime transitoire on utilise la F.E.M. transitoire).

I_i : représente le courant injecté par la machine dans le réseau.

$$\bar{I} = \bar{Y} \cdot \bar{E} \quad (3.50)$$

On obtient donc : $P_{ei}(t) = E_i^2 \cdot G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i \cdot E_j \cdot y_{ij} \cdot \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$ (3.51)

Avec: $Y_{ij} = G_{ij} + j \cdot B_{ij} = y_{ij} \angle \theta_{ij}$ (3.52)

et j (complexe) \neq j (indice)

$G_{ij} = Y_{ij} \cdot \cos(\theta_{ij})$ (partie réelle de Y_{ij}) ; $B_{ij} = Y_{ij} \cdot \sin(\theta_{ij})$ (partie imaginaire de Y_{ij})

L'équation de mouvement devient: $\frac{d^2 \delta_i}{dt^2} = \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{\pi \cdot f}{H_i} (P_{mi} - P_{ei})$

$$\frac{d^2 \delta_i}{dt^2} = \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{\pi \cdot f}{H_i} \left[P_{mi} - (E_i^2 \cdot G_{ii} + \sum E_i \cdot E_j \cdot y_{ij} \cdot \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)) \right] \quad (3.53)$$

et on a: $\frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - \omega_R$ (3.54)

III.9.1. CALCUL DE LA PUISSANCE MECANIQUE

Notre modèle suppose que la puissance mécanique de chaque alternateur est maintenue constante durant les trois (03) régimes d'étude.

Le calcul de la puissance mécanique, se fait donc durant le régime permanent, c'est-à-dire: à $t=0^-$; ($t=0^-$ veut dire avant la perturbation)

$$P_{mi0}(t) = P_{ei0}(t)$$

$$P_{mi0} = E_{i0}^2 \cdot G_{ii0} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_{i0} \cdot E_{j0} \cdot y_{ij0} \cdot \cos(\theta_{ij0} - \delta_{i0} + \delta_{j0}) \quad (3.55)$$

L'indice 0 désigne l'état stable (initial)

III.10. ETUDE DE LA STABILITE D'UN RESEAU ELECTRIQUE

On considère un réseau multimachines de nombre de jeux de barres N et de nombre de lignes N_L donné par le schéma suivant:

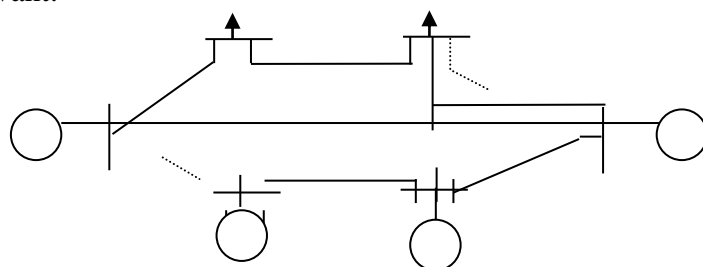


Figure (3.6): Schéma d'un réseau quelconque à charges constantes

La puissance est injectée aux jeux de barres PV_BUS (concernant les générateurs), le jeu de barre PV_0 est choisi comme jeu de barre de référence, et sa tension est prise comme origine des phases des tensions.

Les autres jeux de barres sont de type PQ_BUS (concernant les jeux de barres de charges).

a- Paramètres du réseau

- Paramètres des lignes (résistances, réactances et susceptances).
- Paramètres des générateurs (puissance, tension, réactance et la constante d'inertie).
- Paramètres des charges (puissance, tension du nœud correspondant).
- Les grandeurs sont de nature complexe.

III.11. SIMULATION DU DEFAUT

On parle ici des différents états du réseau et de sa topologie correspondante ; le réseau considéré sera soumis à différentes perturbations modifiant en particulier sa structure topologique.

La perturbation du réseau due à une modification fortuite des paramètres de ce réseau entraîne la rupture de l'équilibre production-consommation.

$$P_{gi} - P_{di} = \sum_{j \in v(i)} V_i \cdot V_j \cdot y_{ij} \cdot \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$Q_{gi} - Q_{di} = \sum_{j \in v(i)} V_i \cdot V_j \cdot y_{ij} \cdot \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$i = 1, \dots, N$$

P_{gi} : puissance active générée au nœud i.

P_{di} : puissance active consommée au nœud i.

Q_{gi} : puissance réactive générée au nœud i.

Q_{di} : puissance réactive consommée au nœud i.

y_{ij} : module de l'élément (i,j) de la matrice d'admittance inter nodale.

θ_{ij} : argument de l'élément (i,j) de la matrice d'admittance inter nodale.

V_i : module de la tension complexe au nœud i.

$v(i)$: ensemble de sommets liés au nœud i .

N : nombre de nœuds du réseau.

La perturbation entraîne un écart entre la puissance électrique fournie par les alternateurs au réseau et la puissance mécanique délivrée par les turbines, ce qui entraîne une variation de l'énergie cinétique et donc une évolution des angles rotoriques.

Les défauts qu'on rencontre couramment sont:

- Les courts-circuits monophasé et polyphasé , généralement suivi d'ouverture de ligne.
- Le déclenchement accidentel d'une machine.
- Le déclenchement accidentel d'un transformateur.
- La coupure d'une interconnexion.
- L'ouverture d'une ligne.
- Les modifications de consommation.

Notons ici que l'étude de la stabilité transitoire n'est abordée que si la stabilité statique du réseau est assurée.

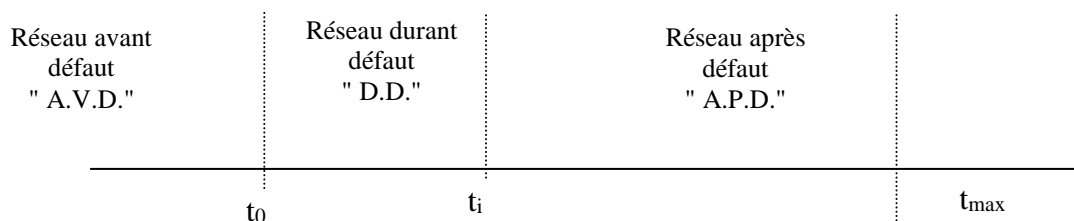
III.12. POSITION DU PROBLEME DE LA STABILITE TRANSITOIRE

L'analyse de la stabilité des réseaux d'énergie électrique consiste à suivre dans le temps l'évolution des variables d'état du système après l'élimination du défaut. [13].

Les différents états pris par le réseau sont donc:

1. L'état du régime permanent avant défaut (A.V.D)
2. La phase correspondante au système perturbé (ou période transitoire), c'est-à-dire durant le défaut (D.D).
3. L'état final qui correspond à la phase suivant l'élimination du défaut (A.P.D), dans cette phase le système peut revenir ou non au régime d'équilibre.

La figure (3.7) illustre les trois états sus-cités:



Figure(3.7) : Les différents états de la simulation

t_0 : temps d'apparition du défaut (localisation du défaut).

t_i : temps d'élimination du défaut (lignes à éliminer).

t_{max} : temps maximal d'analyse.

III.13. CALCULS PRELIMINAIRES

Pour la préparation des données du système pour l'étude de la stabilité; les calculs préliminaires suivants sont nécessaires.

- Toutes les grandeurs sont converties en unités relatives (Per Unit).
- Les charges sont représentées par leurs impédances équivalentes (Constantes durant les régimes d'étude).
- Les F.E.M. initiales des alternateurs sont calculées à partir des tensions aux bornes (répartition de charges initiale).
- La matrice admittance est calculée pour chaque état (avant défaut, durant défaut et après défaut), puis elle est réduite par la méthode de KRON [1][6][8][13] en ne gardant que les jeux de barres de génération, afin de simplifier les calculs et de réduire le temps d'exécution.

III.13.1. CALCUL DES CHARGES

On considère que la puissance apparente de base et de 100MVA, pour le calcul des admittances (impédances) de charges, on suppose qu'elle a une tension au bornes V_L ; une puissance apparente S_L et un courant circulant à travers I_L [8].

L'admittance de la charge est donnée par:

$$\bar{Y}_L = G_L + j.B_L \qquad \bar{I}_L = \bar{Y}_L \cdot \bar{V}_L \qquad (3.56)$$

d'où on détermine le courant I_L .

$$\bar{I}_L = \bar{V}_L \cdot (G_L + jB_L) \qquad (3.57)$$

et

$$\bar{I}_L^* = \bar{V}_L^* \cdot (G_L - jB_L) \qquad \text{On a:} \qquad \bar{S}_L = P_L + j.Q_L = \bar{V}_L \cdot \bar{I}_L^*$$

Alors;

$$\bar{S}_L = P_L + j.Q_L = \bar{V}_L \cdot \bar{I}_L^* = \bar{V}_L \cdot [\bar{V}_L^* (G_L - jB_L)] = V_L^2 (G_L - jB_L).$$

Donc l'admittance équivalente est calculée à partir de la relation:

$$\bar{Y}_L = G_L + j.B_L = \frac{P_L}{V_L^2} - j \frac{Q_L}{V_L^2} \qquad (3.58)$$

III.13.2. CALCUL DES F.E.M. DES GENERATEURS (F.E.M. initiales)

On considère pour le moment, la tension externe de l'alternateur comme référence. le calcul de la force électromotrice initiale se fait après préparation des données des machines et de la répartition de charges initiale.

D'après l'équation

$$P + jQ = V \cdot I^* \qquad (3.59)$$

et l'équation (voir régime permanent dans le deuxième chapitre)

$$E_i - V_q = r_a I_q - x_d \cdot I_d = -x_d \cdot I_d \qquad \text{et} \qquad -V_d = r_a I_d + x_q \cdot I_q = x_q \cdot I_q \qquad (3.60)$$

$$V = V_q + jV_d$$

$$E_i - V_q - jV_d = -x_d \cdot I_d + jx_q I_q$$

$$E_i \angle \delta_i = V_i + j \cdot x_q \cdot I_q - x_d \cdot I_d \qquad (3.61)$$

$$E_q + j \cdot E_d = V_i + j \cdot x_q \cdot I_q - x_d \cdot I_d$$

Les forces électromotrices selon l'axe q et l'axe d sont alors:

$$\begin{cases} E_q = V_q - x_d \cdot I_d \\ E_d = V_d + x_q \cdot I_q \end{cases} \qquad (3.62)$$

On définit le courant comme suit:

$$\bar{I} = I_1 + j \cdot I_2 \qquad (3.63)$$

I: courant sortant de la machine.

D'après (3.59) on a;

$$\bar{I} = \frac{P - jQ}{\bar{V}^*} \qquad ; \qquad \bar{I} = \frac{(P - jQ) \cdot (V_q - jV_d)}{V_q^2 + V_d^2} \qquad ; \qquad \bar{I} = \frac{P \cdot V_q + Q \cdot V_d}{V_q^2 + V_d^2} + j \frac{P \cdot V_d - Q \cdot V_q}{V_q^2 + V_d^2} \qquad (3.64)$$

$$\bar{I} = I_q + j \cdot I_d$$

d'où la F.E.M. est donnée par:

$$E_q + j \cdot E_d = (V_q - x_d \cdot I_d) + j (V_d + x_q \cdot I_q)$$

$$E_0 \angle \delta_0 = (V_q - x_d \frac{P \cdot V_d - Q \cdot V_q}{V_q^2 + V_d^2}) + j (V_d + x_q \frac{P \cdot V_q + Q \cdot V_d}{V_q^2 + V_d^2}) \qquad (3.65)$$

δ_0 : l'angle initial de la force électromotrice E par rapport à la référence. De plus dans notre cas $\delta_0 = (E \wedge V)$.

III.14. REDUCTION DE LA MATRICE ADMITTANCE

Pour chaque état de fonctionnement, on a une matrice admittance correspondante, ce qui nécessite un calcul énorme des admittances selon la topologie du réseau. Afin de simplifier ce calcul (réduire le temps d'exécution), de rendre la matrice plus simple et de résoudre ce problème (spécialement le cas du modèle détaillé, tel que le notre) nous adapterons une méthode dite concept de réduction (méthode de KRON).

Que le défaut soit symétrique ou asymétrique, le comportement du réseau étudié par le système d'équations (3.66), dans lequel la matrice des injecteurs I a tous ses termes nuls à l'exception de ceux qui correspondent aux nœuds de génération.

$$\bar{I} = \bar{Y} \cdot \bar{E} \tag{3.66}$$

I: vecteur colonne à n éléments. Y: matrice carrée (n x n). E: vecteur colonne à n éléments.

Le système (3.66) devient:

$$\bar{I} = \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{nn} & Y_{nr} \\ Y_{nr} & Y_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_n \\ E_r \end{bmatrix} \tag{3.67}$$

Où; Y_{nn} , Y_{nr} , Y_{rn} et Y_{rr} sont les sous matrices de dimensions respectives (n-r)x(n-r); (n-r) x n; r x (n-r) et r x r.

et; n: le nombre de jeux de barres de génération (PV_BUS).

r: le nombre de jeux de barres de charges (PQ_BUS).

E_n : est d'ordre (n x 1).

E_r : est d'ordre (r x 1).

Développons le système (3.67)

$$I_n = Y_{nn} \cdot E_n + Y_{nr} \cdot E_r \tag{3.68}$$

$$0 = Y_{rn} \cdot E_n + Y_{rr} \cdot E_r \tag{3.69}$$

Remplaçons E_r de (3.69) dans (3.68)

$$I_n = (Y_{nn} - Y_{nr} \cdot Y_{rr}^{-1} \cdot Y_{rn}) \cdot E_n \tag{3.70}$$

Enfin on a la matrice admittance réduite Y_{red} qui est donnée par:

$$Y_{red} = Y_{nn} - Y_{nr} \cdot Y_{rr}^{-1} \cdot Y_{rn} \tag{3.71}$$

Y_{rr}^{-1} : désigne la matrice inverse de Y_{rr} .

Remarque:

Cette méthode de réduction, est une procédure analytique qui ne peut être utilisée que si les impédances (charges) sont constantes, si les impédances connectées au jeux de barres ne sont pas constantes, l'élimination des jeux de barres en question n'est pas valide.

La matrice Y sera donc réduite à chaque changement de configuration (topologie) du réseau.

A $t = 0^-$, Y_{red} sera obtenue à partir de la matrice qui représente le réseau avant la perturbation.: Y_{AVD} .

A $t = 0^+$, réseau durant le régime transitoire, une deuxième matrice réduite Y_{red} sera calculée, on prenant en compte les modifications intervenues, Y_{DD} .

A $t \geq t_i$, réseau après élimination du défaut, une troisième matrice réduite Y_{red} prend une autre forme selon la nouvelle topologie du réseau et elle est calculée et notée Y_{APD} .

Donc nous avons à résoudre le système d'équations qui va suivre:

➤ Modèle sans régulation de tension

$$\frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\pi \cdot f}{H} (P_m - P_e - Da(\omega - 2\pi \cdot f_0)) \tag{3.72}$$

$$Da = 0.$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega - 2\pi \cdot f_0 \tag{3.73}$$

$$\frac{dE'_d}{dt} = \dot{E}'_d = \frac{1}{\tau'_{q0}} (E'_d - (x'_q - x_q) \cdot I_q) \tag{3.74}$$

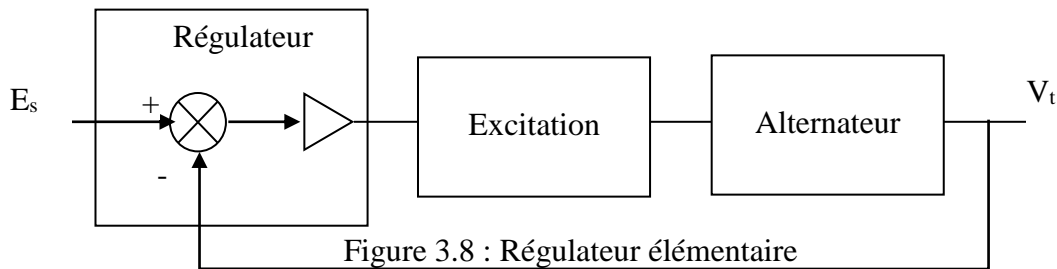
$$\frac{dE'_q}{dt} = \dot{E}'_q = \frac{1}{\tau'_{d0}} (E_{FD} - E'_q + (x_d - x'_d) \cdot I_d) \tag{3.75}$$

D'où à chaque pas d'itération, on doit calculer la puissance électrique et la nouvelle répartition de charges. Ce modèle n'est vraiment appliqué que si on prend en compte en même temps la variation de l'excitatrice et les éléments de régulation de tension A.V.R (Automatic Voltage Regulator).

➤ **Modèle avec régulation de tension**

a- Régulation élémentaire

Le rôle du régulateur de tension est de maintenir la tension stator V_t de l'alternateur égale à une consigne de tension U_s , voir figure (3.8)



b- Continuité des systèmes de régulation

Généralement, il est préférable pour le contrôle des systèmes d'avoir des actions continues et d'avoir une proportionnalité du système, c'est-à-dire le signal de contrôle doit être toujours présent.

III.15. SYSTEMES DE CONTROLE DE L'EXCITATRICE

Dans ce paragraphe, on va exposer une stratégie de commande et de réglage de la tension, de façon à assurer que le réseau est toujours dans un état stable de tension.

Tout d'abord nous présenterons les différents éléments constituant le système de réglage de la tension, puis nous formulons notre modèle mathématique afin de compléter le modèle détaillé choisi.

Plusieurs types de systèmes de réglage sont employés pour le contrôle de l'excitation dans les réseaux électriques. Les composantes de base du système de contrôle sont le régulateur, l'amplificateur; l'excitatrice et le stabilisateur

Donnons une représentation sous forme de synoptique de quelques types de systèmes de contrôle de l'excitation.

Type 1: Système à action continue du régulateur et de l'excitation présenté par le synoptique de la figure (3.9)

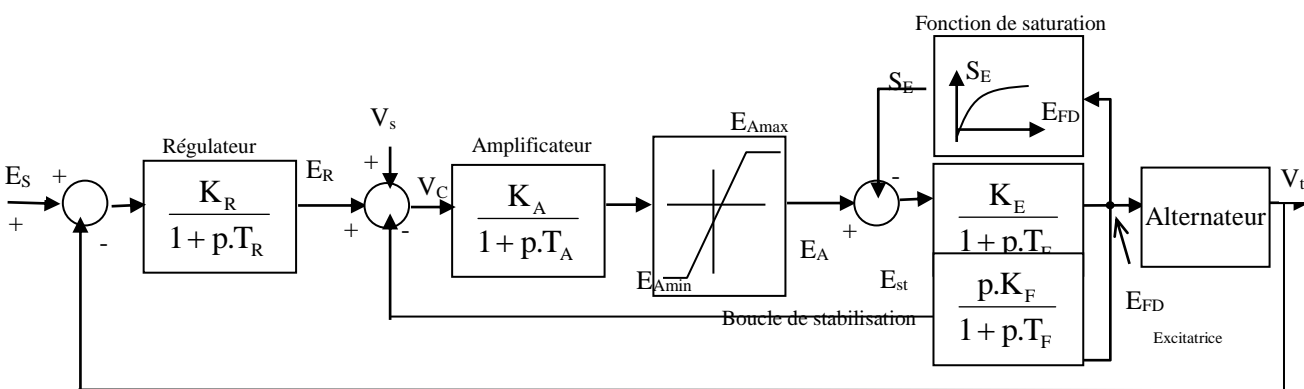


Figure (3.9) : Système à action continue du régulateur et de l'excitation (Type 1)

Type 2: Système à redressement rotatif.

Ce type de système fait apparaître la boucle d'amortissement présentée par la boucle de retour avec deux constantes de temps T_{F1} et T_{F2} . [8], [30]

Type 3: Système à action non continue

Ce type de système n'est pas utilisé [8]

Pour notre modèle, on a choisi le Type 1 (figure (3.9)), dont le régulateur mesure la tension actuelle régulée et détermine la variation de tension. Le signal de déviation (variation) produit par le régulateur est amplifié pour fournir un signal demandé pour le changement de courant d'excitation. [28]. Le bloc amplificateur peut être un amplificateur de rotation, amplificateur magnétique ou un amplificateur électronique. Dans tous les cas nous supposons que la tension de l'amplificateur est linéaire:

$$E_A = \frac{K_A}{1 + T_A \cdot p} V_C \tag{3.76}$$

Avec :

$$V_C = E_R + V_S - E_{st} \tag{3.77}$$

Pour chaque type d'amplificateur, la valeur de saturation de ce dernier doit être spécifiée et $V_{Rmin} \leq E_R \leq V_{Rmax}$ [8]

La boucle de stabilisation modifie la réponse de la F.E.M. d'excitation E_{FD} dans le but d'éliminer les oscillations non désirables et les chutes de la tension régulée.

a- L'excitatrice

L'excitatrice est une source de courant continu; l'ancien système consiste en une génératrice à courant continu au bout de l'alternateur ou indépendante, cette solution nécessite l'utilisation des bagues et de balais avec tous les problèmes inhérents à l'usure et à la commutation [9].

Pour y remédier à ce problème on utilise maintenant des redresseurs statiques afin d'éviter les phénomènes de commutation et de l'usure.

A l'apparition du défaut, la chute de tension aux bornes des alternateurs entraîne une évolution de la tension de l'excitatrice, cette variation pour les machines les plus perturbées est très rapide.

Le problème majeur dans la simulation des machines synchrones est le problème de la saturation. La fonction de saturation S_E est non linéaire et elle est définie par $E_{FD} = f(i_F)$

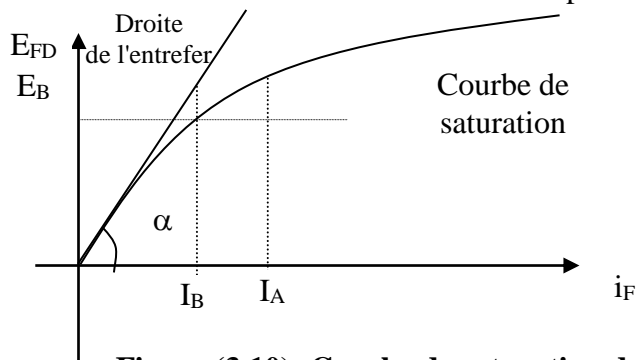


Figure (3.10): Courbe de saturation de l'excitation du type 1.

Cette fonction est notée S_E et elle est de forme exponentielle, figure (3.10) .

$$S_E(E_{FD}) = f(E_{FD})$$

i_F : courant d'excitation

E_{FD} : tension d'excitation

Si la droite de l'entrefer a la pente α , on peut écrire:

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{I_A - I_B}{E_A - E_B} = \frac{I_B}{E_B} \tag{3.78}$$

$$\frac{I_A - I_B}{I_B} = \frac{E_A - E_B}{E_B} = S_E \quad (3.79)$$

$$D'où : I_A = (1 + S_E).I_B \quad \text{et} \quad E_A = (1 + S_E).E_B \quad (3.80)$$

Si la pente est $1/G$, nous pouvons écrire le courant total de saturation par:

$$i_F = G.E_{FD}(1+S_E) = G.E_{FD} + G.E_{FD}.S_E \quad (3.81)$$

Puisque la fonction de saturation est une exponentielle; elle est donnée par :

$$S_E(E_{FD}) = f(E_{FD}) = A_{exp} \cdot e^{B_{exp} \cdot E_{FD}} \quad (3.82)$$

D'où la détermination de A_{exp} et B_{exp} est donnée en annexe C.

Pour des raisons de simplifications faisons linéariser l'équation de S_E par rapport au point initial E_{FD0} .

$$S_{E\Delta} = \left. \frac{\partial S_E}{\partial E_{FD}} \right|_{E_{FD0}} E_{FD\Delta} = S'_E \cdot E_{FD\Delta} \quad (3.83)$$

Avec S'_E la dérivée de l'exponentielle de S_E [8][25][30]

$$S_E(E_{FD}) = f(E_{FD}) = A_{exp} \cdot e^{B_{exp} \cdot E_{FD}} \rightarrow S'_E = A_{exp} \cdot B_{exp} \cdot e^{B_{exp} \cdot E_{FD0}} \quad (3.84)$$

Calcul de la F.E.M. d'excitation initiale E_{FD0} :

Le calcul de la force électromotrice d'excitation E_{FD0} à l'état permanent est donné comme suit:

E_{FD0} = la tension proportionnelle au courant du champ au régime permanent, autrement dit, l'expression mathématique de E_{FD0} pour chaque alternateur est:

$$\begin{aligned} E_{FD0i} &= V_{ti} + j \cdot X_{di} \cdot I_{di} + j \cdot X_{qi} \cdot I_{qi} \\ E_{FD0i} &= V_{qi} + j(V_{di} + X_{di} \cdot I_{di} + X_{qi} \cdot I_{qi}) \end{aligned} \quad (3.85)$$

III.16. MODELE MATHEMATIQUE DU SYSTEME DE CONTROLE DE LA TENSION

Les équations différentielles relatives aux variables d'entrée et de sortie du régulateur, de l'amplificateur, de la boucle de stabilisation et de l'excitatrice respectivement sont (excitation de type 1):

$$E_R = \frac{K_R}{1 + T_R \cdot p} (E_s - V_t) \quad (3.86)$$

$$V_e = E_R - E_{st} + V_s$$

V_s : autres signaux qui sont considérés négligeables.

$$E_A = \frac{K_A}{1 + T_A p} \cdot V_e \quad (3.87)$$

avec $V_{Rmin} \leq E_A \leq V_{Rmax}$ (amplificateur ne dépassant pas les limites de saturation)

$$E_{FD} = \frac{K_E}{1 + T_E p} \cdot (E_A - S_E) \quad (3.88)$$

$$S_E = (A_{exp} \cdot B_{exp} \cdot e^{A_{exp} \cdot B_{exp} \cdot E_{FD0}}) E_{FD} = S'_E \cdot E_{FD}$$

$$E_{st} = \frac{p \cdot K_A}{1 + T_F p} \cdot E_{FD} \quad (3.89)$$

avec $E_{FDmin} \leq E_{FD} \leq E_{FDmax}$

D'où les équations sous formes de dérivées (différentielles):

$$\frac{dE_{Ri}}{dt} = -\frac{1}{T_{Ri}} \cdot E_{Ri} + \frac{1}{T_{Ri}} E_{Si} - \frac{1}{T_{Ri}} V_{ti} \quad (3.90)$$

$$\frac{dE_{Ai}}{dt} = \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} \cdot E_{Ri} - \frac{1}{T_{Ri}} E_{Ai} - \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} E_{sti} \quad (3.91)$$

$$\frac{dE_{FDi}}{dt} = \frac{K_{Ei}}{T_{Ei}} \cdot E_{Ai} - \frac{1 + K_{Ei} \cdot S'_{Ei}}{T_{Ei}} E_{FDi} \quad (3.92)$$

$$\frac{dE_{sti}}{dt} = \frac{K_{Ei} \cdot K_{Fi}}{T_{Ei} \cdot T_{Fi}} \cdot E_{Ai} - \frac{K_{Ei} \cdot K_{Fi}}{T_{Ei} \cdot T_{Fi}} (S'_{Ei} + \frac{1}{K_{Ei}}) E_{FDi} - \frac{1}{T_{Fi}} E_{sti} \quad (3.93)$$

$T_R, T_A, T_E,$ et T_F : sont respec. les const. de temps du régulateur, l'amplificateur, l'excitation et le stabilisateur.

$K_R, K_A, K_E,$ et K_F : sont respectivement les gains du régulateur, l'amplificateur, l'excitation et le stabilisateur.

E_R : tension de sortie du régulateur.

E_A : tension de sortie de l'amplificateur.

E_{FD} : tension de sortie de l'excitatrice.

E_{st} : tension de sortie de la boucle de stabilisation.

$E_s = V_t =$ tension initiale aux bornes de chaque alternateur.

A ces équations différentielles de contrôle et de régulation de la tension (3.90), (3.91), (3.92) et (3.93) s'ajoutent les équations différentielles régissant la machine, et les équation algébriques (3.46), (3.47), (3.48) et (3.51) des courants et des tensions suivant les deux axes (d et q) et le module de cette dernière, et la puissance électrique, ainsi que le module de la F.E.M. pour former un système d'équations globale (modèle détaillé).

Nous sommes en présence d'un système d'équations différentielles non linéaires, de huit (08) inconnues pour chaque générateur, plus les équations algébriques qui se calculent à chaque pas d'itération (sont en nombre de sept (07)). Sous forme de variables d'états on a:

$$\dot{X} = A.X + B.U \quad (3.94)$$

Les équations différentielles:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE_{Ri}}{dt} = -\frac{1}{T_{Ri}} \cdot E_{Ri} + \frac{1}{T_{Ri}} E_{Si} - \frac{1}{T_{Ri}} V_{ti} \\ \frac{dE_{Ai}}{dt} = \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} \cdot E_{Ri} - \frac{1}{T_{Ri}} E_{Ai} - \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} E_{sti} \\ \frac{dE_{FDi}}{dt} = \frac{K_{Ei}}{T_{Ei}} \cdot E_{Ai} - \frac{1 + K_{Ei} \cdot S'_{Ei}}{T_{Ei}} E_{FDi} \\ \frac{dE_{sti}}{dt} = \frac{K_{Ei} \cdot K_{Fi}}{T_{Ei} \cdot T_{Fi}} \cdot E_{Ai} - \frac{K_{Ei} \cdot K_{Fi}}{T_{Ei} \cdot T_{Fi}} (S'_{Ei} + \frac{1}{K_{Ei}}) E_{FDi} - \frac{1}{T_{Fi}} E_{sti} \\ \frac{dE'_{qi}}{dt} = \frac{1}{\tau'_{d0i}} (E_{FDi} - E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) \cdot I_{di}) \\ \frac{dE'_{di}}{dt} = \frac{1}{\tau'_{q0i}} (-E'_{di} - (x_{qi} - x'_{qi}) \cdot I_{qi}) \\ \frac{d\delta_i}{dt} = \omega_i - 2 \cdot \pi \cdot f_0 \\ \frac{d\omega_i}{dt} = \frac{d^2\delta_i}{dt^2} = \frac{\pi \cdot f}{H_i} (P_{mi} - P_{ei}) \end{array} \right.$$

Les équations algébriques:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{ei}(t) = E_i^2 \cdot G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i \cdot E_j \cdot y_{ij} \cdot \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \\ i_{di} = G_{ij} \cdot e'_{di} + B_{ij} \cdot e'_{qi} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n e'_{dj} \cdot F_{G+B}(\delta_{ij}) + e'_{qj} \cdot F_{B-G}(\delta_{ij}) \\ i_{qi} = G_{ij} \cdot e'_{qi} - B_{ij} \cdot e'_{di} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n e'_{qj} \cdot F_{B-G}(\delta_{ij}) - e'_{dj} \cdot F_{G+B}(\delta_{ij}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{di} = e'_{di} - x'_{qi} \cdot i_{qi} \\ v_{qi} = e'_{qi} + x'_{di} \cdot i_{di} \\ v_{ti} = \sqrt{v_{qi}^2 + v_{di}^2} \\ E'_i = \sqrt{E_{qi}^2 + E_{di}^2} \end{array} \right.$$

La matrice A est comme suit:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-1}{T_{Ri}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{Ai}}{T_{Ai}} & \frac{-1}{T_{Ai}} & 0 & \frac{-K_{Ai}}{T_{Ai}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{Ei}}{T_{Ei}} & -\frac{1 + K_{Ei} \cdot S'_{Ei}}{T_{Ei}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{Ei} \cdot K_{Fi}}{T_{Ei} \cdot T_{Fi}} & -\frac{K_{Ei} \cdot K_{Fi}}{T_{Ei} \cdot T_{Fi}} \left(\frac{1}{K_{Ei}} + S'_{Ei} \right) & \frac{-1}{T_{Fi}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{T'_{d0i}} & 0 & -\frac{1}{T'_{d0i}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T'_{q0i}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.95)$$

Le vecteur est donné par:

$$X = [E_{Ri} \ E_{Ai} \ E_{Fdi} \ E_{sti} \ E'_{qi} \ E'_{di} \ \delta_i \ \omega_i]^t \quad (3.96)$$

Et enfin le vecteur B est comme suit:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{Ri}} (E_{si} - V_{ti}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{x_{di} - x'_{di}}{T'_{d0i}} \cdot I_{di} \\ -\frac{x_{qi} - x'_{qi}}{T'_{q0i}} \cdot I_{qi} \\ -2 \cdot \pi \cdot f_0 \\ \frac{\pi \cdot f_0}{H_i} (P_{mi} - P_{ei}) \end{bmatrix} \quad (3.97)$$

Le vecteur U est donné par:

$$U = [1] \quad (3.98)$$

III.17. CONCLUSION

Ce chapitre a présenté la modélisation du réseau électrique pour définir toutes les équations régissant le système électrique (réseau, machines et système d'excitation).

Le modèle défini est un modèle détaillé qui expose une stratégie de réglage de la tension, de traiter et de linéariser la non linéarité du système d'excitation malgré sa complexité et d'appliquer les différentes méthodes de résolution de ce type de problème par l'intégration numérique en se basant sur la résolution du système décrit par les équations d'états $\dot{X} = A \cdot X + B \cdot U$