UNIVERSITÉ BATNA 2
FACULTÉ DE TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT S.C.S.T.

Matière : Mathématiques 2
Travaux Dirigés : Série N°1
Année Universitaire : 2019/2020

Matrices et déterminants

Exercice 1 :

Soient les matrices A, B et C définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 1 \\ 1 & 7 & 6 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

1) Calculer les matrices AB, BA, CD, 2A + B, A – 4B.

2) Que remarquez vous concernant AB et BA ?

Exercice 2 :

Soit l'application linéaire $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ définie par :

$$f(x, y, z) = (5x + y + 7z, -10y + 2z, 7x + y - 12z)$$

Donner la matrice associée à f.

Exercice 3 :

Soient les matrices $A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ a & 0 & c \\ b & c & 0 \end{bmatrix}$ et $B = \begin{bmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{bmatrix}$

1) Montrer que le déterminant de A est égal à 2abc et celui de B égal à $(a + b + c)^3$.

2) Déterminer l'inverse de la matrice $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$.

Exercice 4 :

Soit l'application $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ définie par :

$$f(x, y, z) = (x + y, 2x - y + z, x + z)$$

1) Montrer que f est une application linéaire.

2) Écrire la matrice A de f dans la base canonique $\mathcal{B}$ de $\mathbb{R}^3$.

3) Calculer f(1, 2, 3) de deux manières distinctes : en utilisant la définition de f d'une part, et en utilisant la matrice A d'autre part.

4) Soit $v_1 = (2, 1, -1)$; $v_2 = (2, -1, 2)$; $v_3 = (3, 0, 1)$

Montrer que $V = (v_1, v_2, v_3)$ est une base de $\mathbb{R}^3$ et que l'on a :

$$f(v1) = -8v_1 - 10v_2 + 13v_3 \; ; \; f(v_2) = -39v_1 - 46v_2 + 57v_3 \; ; \; f(v_3) = -37v_1 - 44v_2 + 55v_3$$

Écrire la matrice B de f dans V, et $C = \mathrm{Mat}_{\mathcal{B},V}(f)$ la matrice de passage de la base canonique $\mathcal{B}$ à V.

FIN