MATIERE : POMPES ET STATIONS DE POMPAGES

Charge de la matière : BOUGUERNE Ammar

Cours destiné aux étudiants de la 3ème année licence hydraulique

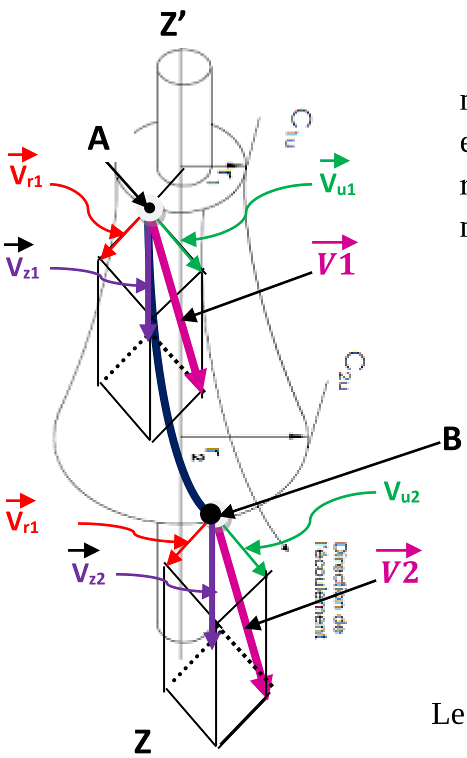
Département de l'Hydraulique

Faculté de technologie

Université Batna 2

Chapitre II. Équation fondamentale des machines hydrauliques. FORMULE D'EULER

I. Utilisation du théorème d'Euler



Soit AB un filet liquide pris-en dans la masse liquide en mouvement permanent traversant une machine (Pompe ou Turbine) en rotation, décrivant une trajectoire situé sur une surface de révolution quelque que d'axe Z'Z qui est l'axe de rotation de la machine.

- A l'entrée de la roue au point A la vitesse V_1 ; à la sortie de la roue au point B la vitesse est V_2. Soit dq ; le débit élémentaire du filet liquide AB évalué dans un mouvement absolu et dt l'intervalle de temps infiniment petit pendant lequel le filet liquide AB viens EN A'B' tel que.
  Le déplacement AA'= V_1dt et BB'= V2.dr
  Soit ds_1 : section du filet liquide en A et ds_2 : section du filet liquide en B

Le mouvement étant permanent on a évidement :

Le volume V_1= Volume V_2= Volume V

$$ds1 * v1 * dt = ds2 * v2 * dt = V = dq.dt \qquad 1.2$$

1.1. Poussée sur l'axe

Appliquons au déplacement du filet liquide AB le théorème de d'EULER en projection sur l'axe Z'Z. Désignons Par V_{Z1} et V_{Z2} les projections des vitesses absolues de V_1 et V_2 sur l'axe de rotation Z'Z. Le théorème des quantités de mouvement s'écrit :

$$\frac{W}{g}.dq(Vz2 - Vz1) = dFz \qquad 2.2$$

Df_Z : représente la projection sur Z'Z agissant sur le filet liquide.

Si tous les filets liquides traversant la machine constituent le débit total Q traversant la turbomachine de révolution autour de Z'Z et si en particulier les filets liquides ont les mêmes vitesses a&absolues V_1 et V_2 à l'entrée et à la sortie ; vitesses ayant les mêmes vitesses de projection V_{Z1} et V_{Z2} alors

$$\frac{W}{g}.dQ(Vz2 - Vz1) = Fz \qquad 3.2$$

F_z : Force résultante des forces extérieures projetées sur l'axe Z'Z, c'est l'effet total de poussées axiales

I.2. Moment par rapport à l'axe de révolution

Appliquons au déplacement liquide élémentaire du filet liquide AB le théorème des moments cinétiques qui s'annonce ainsi « **La dérivée par rapport au temps de la somme des moments des quantités de mouvement de divers points d'un système par rapport à un axe fixe passant par le C.D.G de ce système est égal à la somme des moments par rapport au même axe de Fext sur le système considéré** ». Les moments sont pris par rapport à Z'Z. Le mouvement est étant permanent, les seuls quantités de mouvements à considérer sont celles des positions de AA' et BB' du filet liquide.
La quantité de mouvement de

$$AA' = \frac{W}{g}.dqV1dt \qquad 4.2$$

et la quantité de mouvement de mouvement de

$$BB' = \frac{W}{g}.dqV2dt$$

Si V_{u1} est la projection de V1 sur la tangente à la direction en A et si r1 est le rayon de cette directrice, le moment par rapport à Z'Z de la quantité de mouvement de AA' sera :

$$dM1 = \frac{W}{g}dq.Vu1.r1.dt \qquad 5.2$$

De même pour BB'

$$dM2 = \frac{W}{g}dq.Vu2.r2.dt \qquad 6.2$$

Vu1 et Vu2 sont des composantes giratoires ou circonférentielles des vitesses absolues. La variation du moment cinétique du filet par rapport à Z'Z a donné pour valeur.

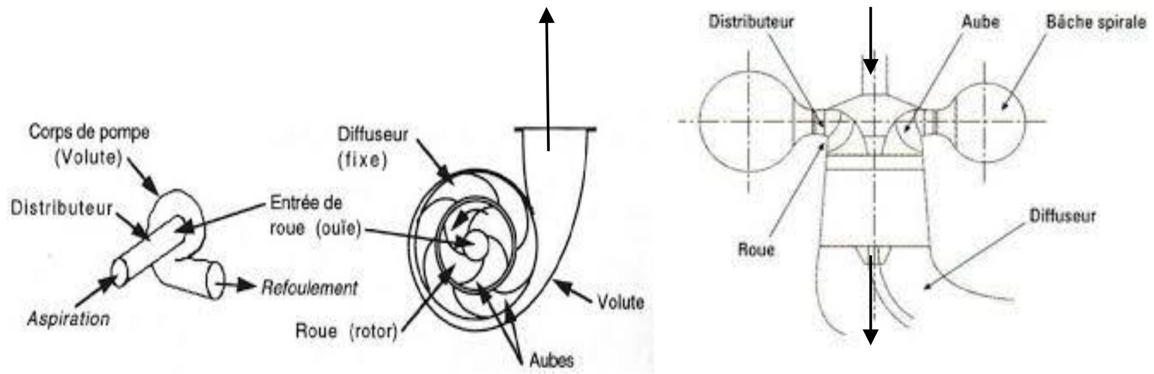
$$dM = dM2 - dm1 = \frac{W}{g}dq.dt(Vu2.r2 - Vu1.r1) \qquad 7.2$$

$$dM/dt = \frac{W}{g}dq(Vu2.r2 - Vu1.r1)$$

Si tous les filets liquides constituent le débit total Q sont de révolution de l'axe Z'Z et si en particulier ont la même vitesse absolue à l'entrée et à la sortie ; le moment s'écrira :

$$\boldsymbol{M = \frac{W}{g}.Q(Vu2.r2 - Vu1.r1)} \qquad \mathbf{8.2}$$

L'équation 7.3 montre que l'application du théorème de des moments cinétiques par rapport à l'axe de révolution Z'Z ; les forces extérieurs agissant sur l'ensemble de la veine liquide traversant la roue.



Pompe Turbine

Figure 2.2. Schéma de principe du sens de l'écoulement interne de la pompe et la Turbine

Ces forces sont :

a. La pesanteur dont l'écoulement par rapport à Z'Z est nulle,
b. Les réactions du stator sont nulles car elles sont supposées normales à l'axe Z'Z,
c. Les forces de pressions à l'entrée et à la sortie sont nulles car leurs moments sont généralement nuls ou proches de Zéro. Le moment M donnée par l'Eq. 7.2 est celui du couple fourni à l'arbre dans le cas d'une pompe centrifuge.

II. Expression du travail effectif par unité de poids de fluide. FORMULE D'EULER

Le théorème des moments cinétiques a fourni le résultat ;

$$\boldsymbol{M = \pm\frac{\varpi}{g}.Q(Vu2.r2 - Vu1.r1)} \qquad \mathbf{9.2}$$

+ : pompe ; - : Turbine

La vitesse d'entrainement U_1 à l'entrée et U_2 à la sortie de la roue de pompe est :

$$U1 = w.r1 \;\; et \;\; U2 = w.r2 \qquad 10.2$$

w : Vitesse angulaire (rd.s^{-1})

La puissance appliquée à l'arbre (puissance recueillie) dans le cas d'une turbine ou puissance fournie dans le cas d'une pompe a pour expression:

$$\boldsymbol{P = \varpi.Q\frac{U2.Vu2 - U1.Vu1}{g}} \qquad \mathbf{11.2}$$

Le terme $\frac{U2.Vu2-U1.Vu1}{g}$ est homogène à une longueur (L^2.T^{-2})/ (L.T^{-2}) est homogène à une longueur (L) (hauteur) : on l'appelle hauteur EFFECTIVE ou,

$$\boldsymbol{Heffective = \pm \frac{U2.Vu2 - U1.Vu1}{g}} \qquad \mathbf{12.2}$$

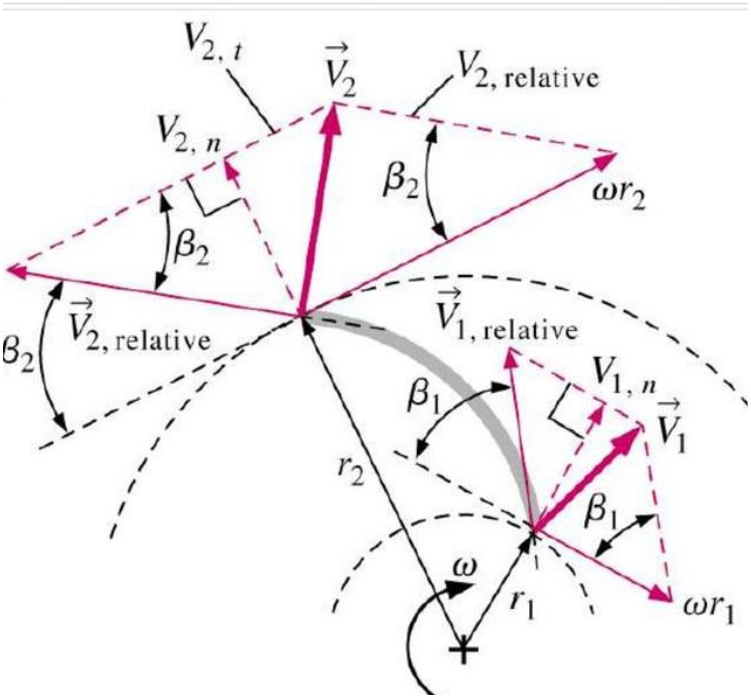
L'Eq.11.2 découverte par EULER, oubliée puis retrouvé et remises-en honneur par AUGUSTE RATEAU, valable quelque soit le régime (optimal ou quelconque) et quelque soit le type de la turbomachine.

II. Écoulement à l'intérieur de la roue de la pompe. Triangle des vitesses

Généralement le liquide arrive à la roue de la pompe parallèlement à son axe de rotation et se dirige vers les canaux formés par les aubes. Après avoir parcouru ces canaux vers le diffuseur, puis la volute et la conduite de refoulement. A l'intérieur de la roue ; le liquide est soumis à deux mouvement :

1. Le mouvement d'entrainement (mouvement de rotation avec le rotor de la pompe),
2. Le mouvement relatif (déplacement du liquide du liquide par rapport à la surface intérieur de la roue).

L'équation d'EULER montre que la hauteur effective d'une turbomachine ne dépend que des vitesses initiales et finales. Pour chaque mouvement il y'a la vitesse qui caractérise l'écoulement à l'intérieur de la roue ; peut être trouvée par addition des vitesses du mouvement de rotation(U) et la vitesse relative W. Toutefois l'éq. d'Euler ne fait intervenir que les vitesses pour y, introduire les pressions considérées, les triangles formés par les vitesses absolues, relative d'entrainement U à l'entrée et à la sortie de la roue



- $V1,n=V_{r1}$: Composante radiale de la vitesse absolue V_1à l'entrée
- V_{U1} : Composante tangentielle de la vitesse absolue V_2 à la sortie de la roue
- $V_{1.r} = W_1$: vitesse relative à l'entrée
- $U_1= wr_1$: Vitesse d'entrainement à l'entrée
- V_2, relative = W_2 : vitesse relative à la sortie
- V_2, $n=V_{r2}$: Composante radiale de la vitesse absolue V_2 à la sortie
- $U_2= wr_2$: Vitesse d'entrainement à la sortie de la roue
- V_1, relative et V_2, relative : sont des vitesses relatives W_1et W_2 à l'entrée et à la sortie de la roue

Figure 3.2. Écoulement interne sur la partie extra dos de l'aube d'une roue de pompe

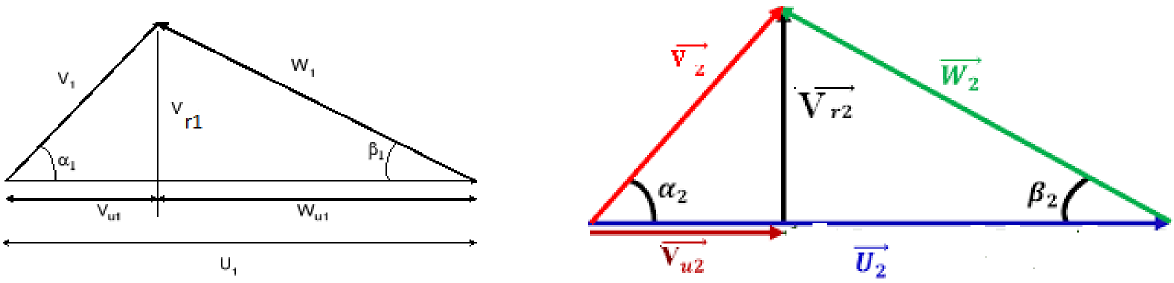


Figure 4.2. Triangle des vitesses

a. A l'entrée de la roue b. A à la sortie de d'une roue de pompe

Géométriquement selon les triangles des vitesses ci-dessus :

À l'entrée $W1^2 = V1^2 + U1^2 - 2U1V1.\mathrm{COS}\,\alpha 1$ *ou* $U1V1.\mathrm{COS}\,\alpha 1 = \frac{V1^2+U1^2-W1^2}{2}$

A la sorte :

$$U2V2.\mathrm{COS}\,\alpha 2 = \frac{V2^2 + U2^2 - W2^2}{2}$$

$$\boldsymbol{Heff} = \pm\left[\frac{V2^2+U2^2-W2^2}{2g} - \frac{V1^2+U1^2-W1^2}{2g}\right] = \pm\left[\frac{V2^2-V1^2}{2g} + \frac{U2^2-U1^2}{2g} - \frac{W2^2-W1^2}{2g}\right] \qquad \mathbf{13.2}$$

Le terme $\frac{V2^2-V1^2}{2g}$: représente un accroissement de l'énergie cinétique entre l'entrée et à la sortie. Le terme $\frac{U2^2-U1^2}{2g} - \frac{W2^2-W1^2}{2g}$ doit représenter l'énergie potentielle et l'énergie de pression.