



MATIERE : POMPES ET STATIONS DE POMPAGES
Charge de la matière : BOUGUERNE Ammar

Cours destiné aux étudiants de la 3ème année licence hydraulique
Département de l'Hydraulique
Faculté de technologie
Université Batna 2

Chapitre III. Pompes centrifuges

1. Préambule

Les pompes centrifuges sont les plus répondues dans l'industrie (écoulement radial). Ces machines sont conçues et construites pour rendre le meilleur service à condition que toutes fois de l'utiliser autour de la zone des performances optimales. Une pompe centrifuge plus tous autre machine fonctionne selon ce principe :

Elle est calculée et construite pour fonctionner autour d'un couple de points : Débit-Hauteur pour lequel le rendement est optimal. La faire fonctionner en dehors de ce couple entraine une baisse sensible du rendement au fur et à mesure qu'on s'éloigne. En Algérie, l'alimentation en eau potable et l'irrigation sont assurés en grande partie à partir des eaux souterraines et de surfaces et le recours aux électropompes immergés et horizontaux s'est quasiment généralisé.

1.1. Définition

On appelle pompe (*de l'italien "POMPA"*) tout appareil qui aspire un fluide à basse pression pour le refouler vers une région à plus grande pression (les pompes centrifuges sont des machines faisant partie de la famille des turbopompes).

2. Caractéristiques d'une pompe idéale

Pour l'étude du mouvement liquide de la roue, on suppose que les allures des lignes du courant dans les différents canaux du rotor sont parfaitement identiques. Cette supposition repose sur le fait d'un liquide réel dans les canaux ressemble à l'allure des lignes de courant d'un fluide parfait dans les conduites de forme identiques. Dans le but d'établir l'équation des pompes centrifuges on admettra en plus que :

- La roue possède un nombre un nombre Z infini d'aubes identiques ($Z=\infty$),
- l'épaisseur e des aubes est ($e=0$),
- Le rendement de la pompe $\eta = 1$; ceci nous conduit à dire que la pompe ne produit aucune perte d'énergie et par conséquent toute l'énergie dépensée à faire tourner le rotor est transmise intégralement au liquide.

Résumé : POMPE IDÉALE ($Z=\infty$; $\eta = 1$ et $e=0$)

Soient $L_1=b_1$ et $L_2=b_2$: largeurs des aubes à l'entrée et à la sortie de la roue. L'équation d'EULER vu au chapitre 1, on peut déduire la hauteur

$$H_{th}(Z = \infty) = \frac{U_2 \cdot V_{u2} - U_1 \cdot V_{u1}}{g} = \frac{U_2 \cdot V_2 \cdot \cos\alpha_2 - U_1 \cdot V_1 \cdot \cos\alpha_1}{g} \quad 1.3$$

Éliminer ce terme $\frac{U_1.V_1.Cos\alpha_1}{g}$ par l'explication qu'à l'entrée de la roue en considérant que la direction de l'écoulement est radiale à l'entrée (La vitesse absolue V_1 est perpendiculaire à la vitesse d'entraînement U_1) ou $\alpha_1 = 90^\circ$, alors $U_1.V_1.Cos\alpha_1 = 0$; L'équation 1.3 devient :

$$Hth(Z = \infty) = \frac{U_2.V_2.Cos\alpha_2}{g} \quad 2.3$$

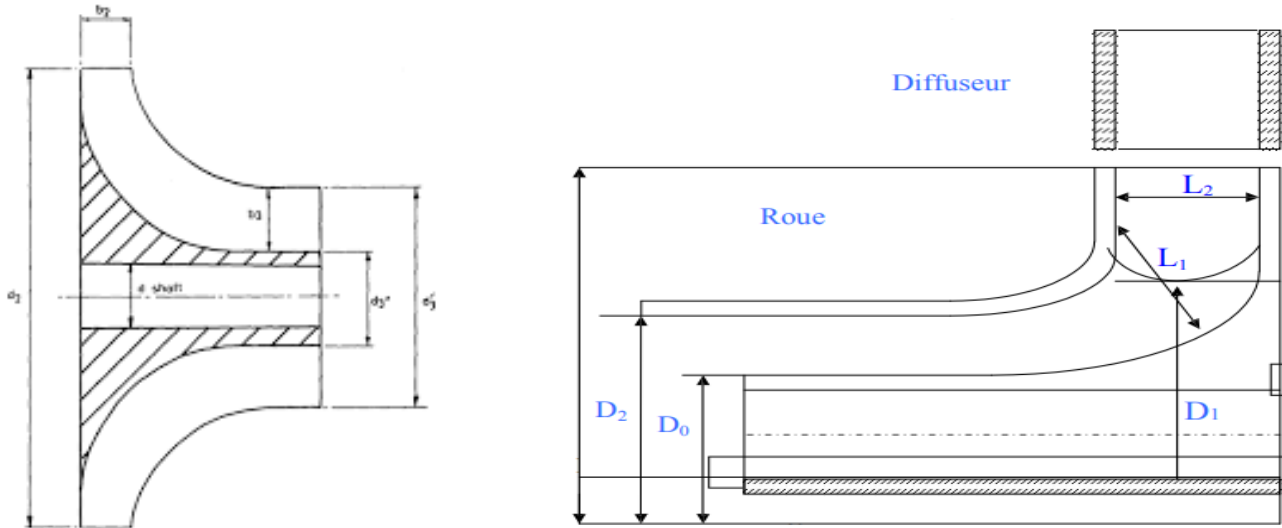
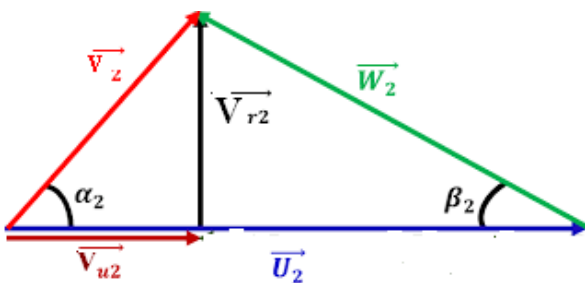


Figure 1.3. Coupe d'une aube de roue de pompe

Puisque l'épaisseur des aubes $e=0$ pour une pompe idéale; la section à la sortie $S_2 = \pi.D_2.L_2$; il n'est pas commode de considérer l'équation générale des turbomachines sous la forme $Hth(z = 0) = \frac{U_2.V_{u2}}{g}$ étant donné que le débit ne figure pas. Selon l'équation de continuité $Q = V.S$ et comme la composante radiale V_{r2} de la vitesse absolue V_2 à la sortie de la roue de diamètre D_2 et de largeur $L_2 = b_2$ alors

Le débit à travers une roue de pompe est :

$$Q = \pi.D_2.L_2V_{r2} \quad 3.3$$



Considérons les triangles des vitesses à la sortie de la roue,

Figure 2.3 : Triangle des vitesses à la sortie de la roue

$$tg\beta_2 = \frac{V_{r2}}{U_2 - V_{u2}} \text{ d'ou } V_{r2} = (U_2 - V_{u2}).tg\beta_2 \quad 4.3$$

De l'équation 2.3 et 5.3 on obtient ;

$$Q = \pi \cdot D_2 \cdot L_2 \cdot [U_2 - V_{u2}] \cdot \text{tg} \beta_2 \quad \text{ou}$$

$$\text{tg} \beta_2 = \frac{V_{r2}}{U_2 - V_{u2}}, \quad V_{r2} = (U_2 - V_{u2}) \cdot \text{tg} \beta_2 \quad 5.3$$

De l'équation 4.3 et 5.3 on aura :

$$Q = \pi \cdot D_2 \cdot L_2 (U_2 - V_{u2}) \cdot \text{tg} \beta_2 \quad 6.3$$

De l'équation 2.3 et 6.3 on aura l'équation 6.3

$$H_{th}(z = \infty) = \frac{U_2}{g} \left[U_2 - \frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot L_2} \right] \cdot \text{cotg}(\beta_2) \quad 7.3$$

L'expression 7.3 est appelée hauteur théorique des turbomachines

Discussion

Pour une pompe donnée de caractéristiques ($V_2, L_2, U_2, V_{u2}, V_{r2}, \alpha_2, \beta_2, W_2, r_2$ de vitesse de rotation $N \dots$ etc.) ; l'équation 2.7 de caractéristique $H_{th}(z=\infty) = f(Q)$ est une droite. Cette équation permet de tracer la caractéristique idéale de la pompe centrifuge c.à.d. la courbe de variation de la hauteur créée par la pompe en fonction de débit pour la vitesse de rotation N constante. La variation d'une telle pompe est une droite dont la pente dépend de la valeur de β_2 .

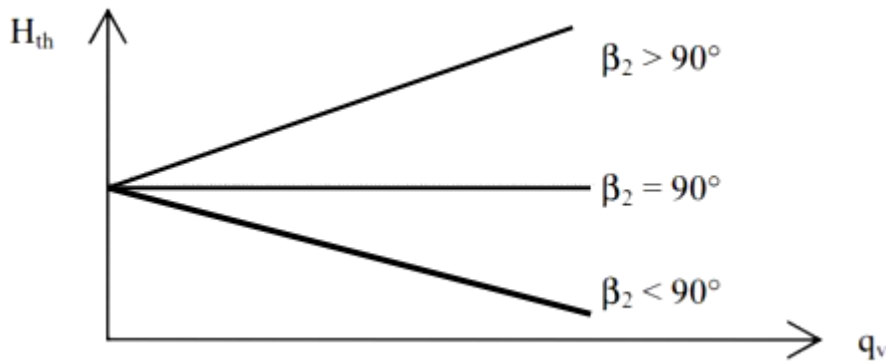


Figure 3.3 : Courbe caractéristique théorique des turbomachines

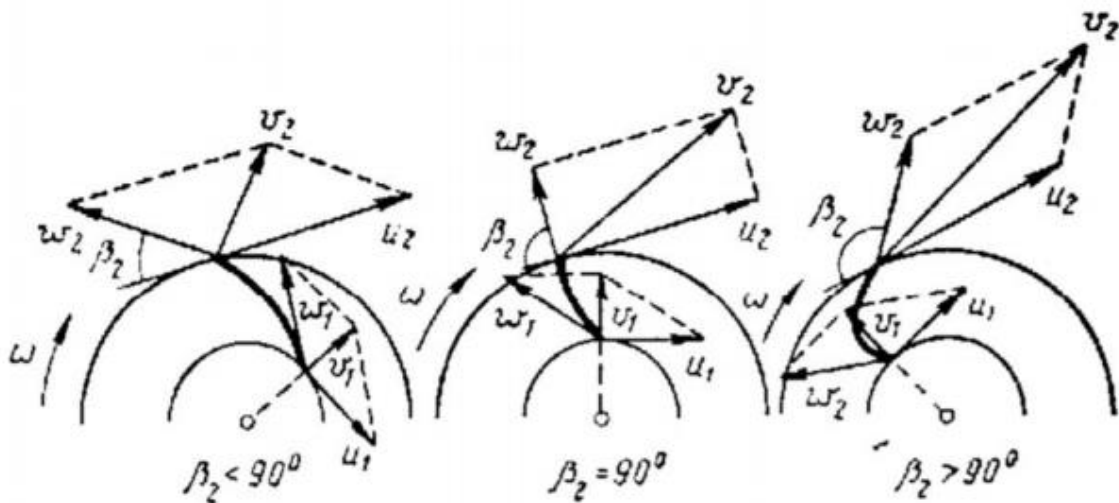


Figure 4.3 : Configuration des aubes selon β_2

Le point M ($Q=0, H_{th}(z=\infty)=\frac{U_2^2}{g}$) est un point à débit nul ; point de barbotage ou démarrage à vanne fermée.

Nous avons trois cas de β_2 :

1. Si $\beta_2=90^\circ$ (**cas des ventilateurs**) :

La $\cotg\beta_2=0$; la hauteur théorique ne dépend plus du débit Q , $H_{th} = \frac{U_2^2}{g}$. La courbe $H(Q)$ est parallèle à l'axe du débit.

2. Si $\beta_2 < 90^\circ$ (**cas des pompes centrifuges**) :

$\cotg\beta_2 > 0$; Dans cette configuration, la hauteur diminue au fur et à mesure que le débit augmente.

3. $\beta_2 > 90^\circ$ (**cas des compresseurs**) :

Pour ce cas $\cotg\beta_2 < 0$, dans ce cas la hauteur est proportionnelle au débit.

Pour les pompes centrifuge ; β_2 varie entre 15° et 30° .

Pour des valeurs constantes des composantes des vitesses ($U_2, W_2, V_2, V_{r2}, V_{u2}, \dots$), les schémas des parallélogrammes des vitesses ; nous montre qu'en ce qui concerne la hauteur ; les meilleures résultats sont obtenues avec des aubes incurvées vers l'avant c.à.d. quant $\beta_2 > 90^\circ$, la hauteur créée par la machine est alors maximale. Cependant la pratique montre que dans le cas le rendement est faible. Généralement on choisit dans la plus part des cas β_2 sensiblement égale à 30° .

2.1. Degré de réaction de la pompe

Pour établir les causes de décroissement du rendement de la pompe au fur et à mesure que β_2 augmente ; il faut tenir compte de H_{th} ainsi que la manière dont varie le rapport de H_p et de H_{th} (H_p/H_{th}) en fonction de β_2 . L'énergie $H_{th} = H_p + H_c = \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$; si on exprime les vitesses V_1 et V_2 en fonction de leurs composantes radiales et axiales :

$V_2^2 - V_1^2 = V_{u2}^2 + V_{r2}^2 - (V_{u1}^2 + V_{r1}^2)$. Si on suppose maintenant que les sections à l'entrée et à la sortie du rotor sont égales, alors :

$Q = \pi \cdot D_1 \cdot L_1 \cdot V_{r1} = \pi \cdot D_2 \cdot L_2 \cdot V_{r2}$ et $V_2^2 - V_1^2 = V_{u2}^2 - V_{u1}^2$. Et si en plus le courant liquide n'est pas en rotation à l'entrée alors : $V_{u1} = 0 \rightarrow V_2^2 - V_1^2 = V_{u2}^2$. Le degré de réaction d'une pompe : c'est le rapport entre la hauteur piézométrique et la hauteur totale théorique

$\frac{H_p}{H_{th}} = \frac{H_{th} - H_c}{H_{th}} = 1 - \frac{H_c}{H_{th}} = 1 - \frac{V_{u2}^2}{2g \cdot H_{th}} = 1 - \frac{(V_{u2}^2 \cdot g)}{(2g \cdot U_2 \cdot V_{u2})}$. A partir des triangles des vitesses

on a : $V_{u2} = U_2 - V_{r2} \cdot \cotg\beta_2$; $\frac{H_p}{H_{th}} = 1 - \frac{U_2 - V_{r2} \cdot \cotg\beta_2}{2U_2} = 1 - \frac{1}{2} - \frac{V_{r2} \cdot \cotg\beta_2}{2U_2}$ d'où

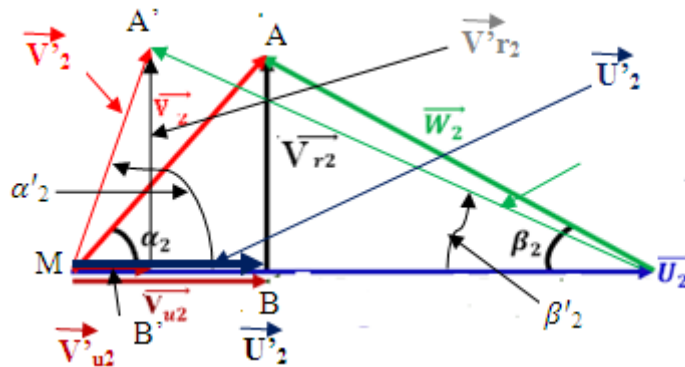
$$\frac{H_p}{H_{th}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{V_{r2} \cdot \cotg\beta_2}{U_2} \right) \quad 7.3$$

Discussion :

- V_{r2} augmente quand $\frac{V_{r2}}{U_2}$ diminue, si β_2 diminue ($\beta_2 < 90^\circ$) ; $\cotg\beta_2$ augmente en même temps que le rapport $\frac{H_p}{H_{th}}$
- $\beta_2 = 90^\circ$, $\cotg\beta_2$ tend vers zéro ($\frac{V_{r2}}{U_2}$) augmente au moment où $\frac{H_p}{H_{th}} = \frac{1}{2}$
- $\beta_2 > 90^\circ$ et que la $\cotg\beta_2 < 0$ alors le rapport $\frac{V_{r2}}{U_2}$ augmente au moment où le rapport $\frac{H_p}{H_{th}} < \frac{1}{2}$

3. Influence des pertes de charge internes sur la caractéristique de la pompe

Pour tracer la courbe théorique au nombre Z fini ; il faut tenir compte de certain coefficient μ



$$\mu = \frac{H_{th}(z_{fini})}{H_{th}(z=\infty)} \text{ d'ou } H_{th}(z_{fini}) = \mu \cdot H_{th}(z = \infty) ;$$

Figure 5.3 : Triangles des vitesses à la sortie de la roue

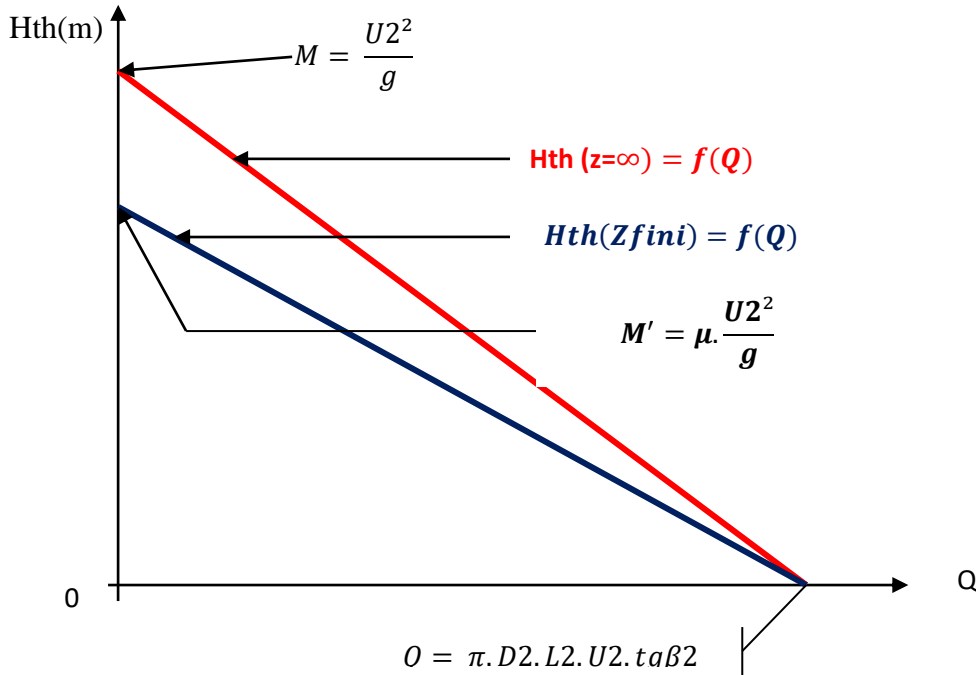


Figure 6.3 : Courbe caractéristique - droite d'Euler - droite théorique

Le coefficient μ est calculé par STODO LA-PFLEIDERE
$$\mu = \frac{1}{1 + \frac{2\psi}{Z[1 - (\frac{r_1}{r_2})^2]}}$$

Ou $\psi = (0.55 \text{ à } 0.65) + 0.6 \cdot \sin\beta_2$.

Si on prend en considération les pertes de charge dans la pompe ; le rendement η_p est alors différent ce qui explique directement l'influence des pertes de charge à l'intérieur de la pompe, ces pertes de charge sont dues au frottement et au choc. La hauteur réelle (H_r) ou la hauteur nette (H_n),

$$H_r = H_n = H_{th}(Z_{fini}) - \Sigma h \quad 8.3$$

H_r ou H_n ; Hauteur réelle ou hauteur nette produite par la pompe

$H_{th}(Z_{f\grave{a}ini})$: Hauteur théorique au nombre d'aubes $Z_{f\grave{a}ini}$

Σh : Somme des pertes de charge due au frottement et au choc

3.1. Pertes de charge due au frottement : Σf

Ces pertes sont occasionnées dans la roue et dans les parties fixes de la pompe, k_f : coefficient de frottement

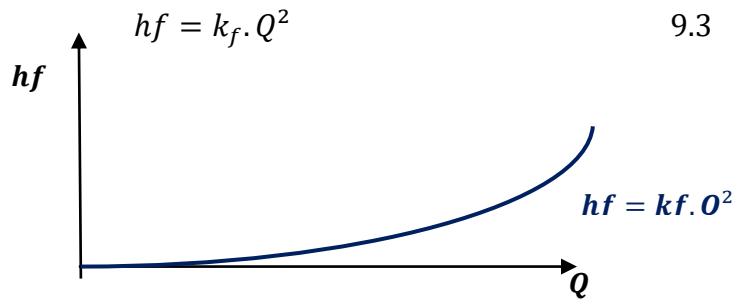


Figure 7.3 : Courbe de variation des pertes de charge due au frottement à l'intérieur de la pompe

3.2. Pertes de charge due au choc : h_c

Se sont des pertes dont eu lieu à l'entrée de la roue (au contacte aubes et le fluide) et à l'entrée du diffuseur. L'expérience a montré que $h_c=0$ pour $Q = Q_0$.

$$h_c = k_c \cdot (Q - Q_0)^2 \quad 10.3$$

k_c : coefficient de frottement

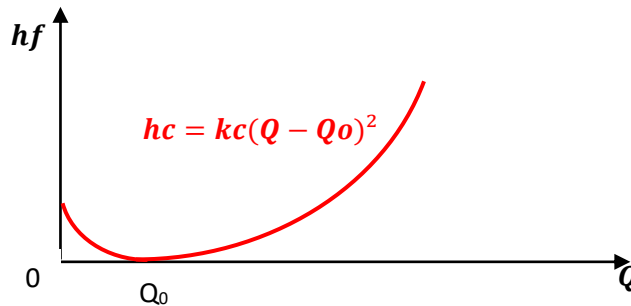


Figure 8.3 : Courbe de variation des pertes de charge due au choc à l'intérieur de la pompe

La hauteur nette ou réelle engendrée est :

$$H_r = H_n = H_{th}(Z_{f\grave{a}ini}) - (k_f Q^2 + k_c (Q - Q_0)^2) \quad 11.3$$

4. Tracé de la caractéristique réelle (nette) de la pompe

Pour tracer la caractéristique réelle ; il suffit de porter les hauteurs en ordonnées et les débits en abscisses suivant le chemin suivant :

- Tracez la courbe théorique $H_{th}(z=\infty) = f(Q)$,
- Tracez la courbe théorique $H_{th}(Z_{f\grave{a}ini}) = f(Q) = \mu \cdot H_{th}(z = \infty)$,

- c. Tracez la courbe des pertes de charge $hc = kc \cdot (Q - Q_0)^2$ puis $hf = kf \cdot Q^2$
- d. Tracez la courbe $\Sigma h = hh + hc$,
- e. Déduire des $H_{th}(Z_{f\grave{a}ini})$ et Σh celle de l'expression $H_n = H_r = H_{th}(Z_{f\grave{a}ini}) - \Sigma h$. La courbe ainsi obtenue est la courbe caractéristique réelle (nette) d'une pompe tournant à N constante.

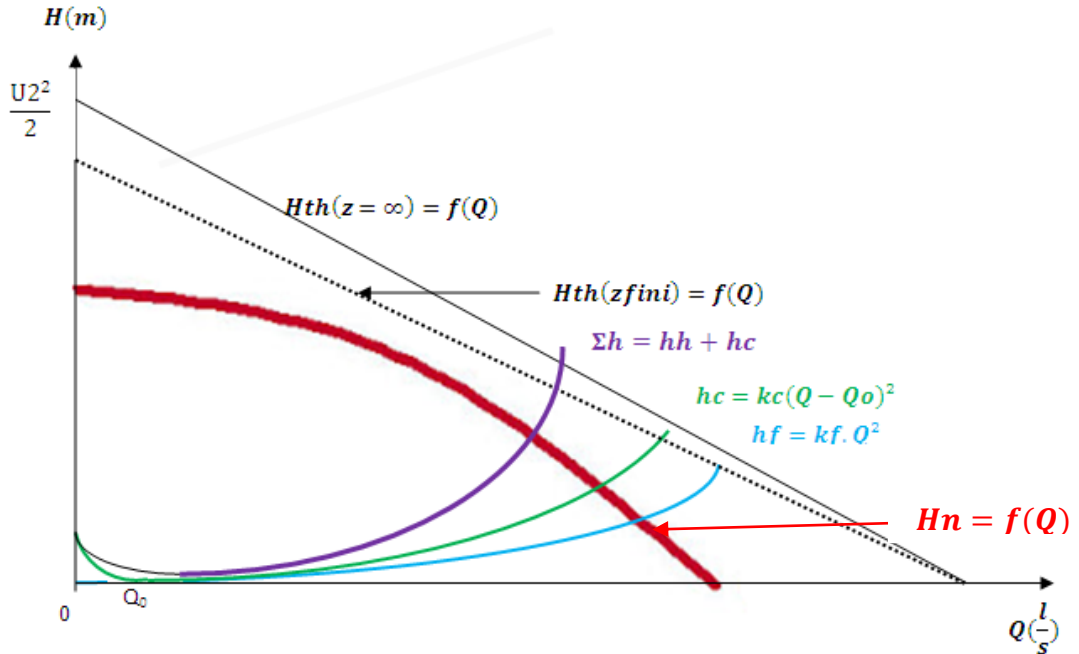
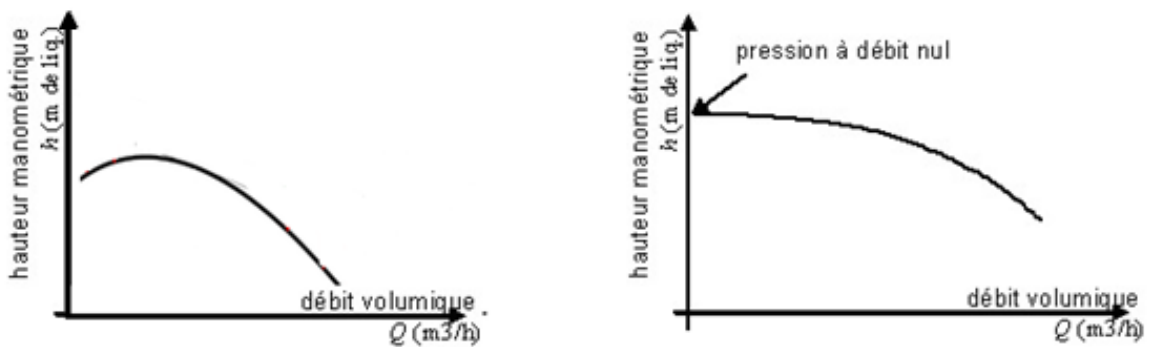


Figure 9.3 : Tracé de la caractéristique réelle de la pompe à partir de la droite d'EULER

La courbe ainsi obtenue est la courbe caractéristique réelle (ou nette) d'une pompe tournant à N constante. On peut avoir des courbes tombantes (Figure 10.3.a) ou des pompes à caractéristiques présentant un maximum (Figure 10.3.b).



a. Courbe étalée

b. Courbe présentant un max

Figure 10.3 : Courbe caractéristique nette étalée (Figure a) et bombée (Figure b) d'une pompe centrifuge

4.1. Caractéristique de la hauteur effective engendrée à N constante

$H_{eff} = f(Q)$ à N constante H_{eff} ou hauteur engendrée d'une pompe centrifuge.
 $H_{eff} = \frac{u_2 v_{u2} - u_1 v_{u1}}{g}$, si à l'entrée de la pompe l'écoulement est radial alors \vec{V}_1 est radiale et $\vec{V}_{u1} = 0$ car $\alpha_1 = 90^\circ$

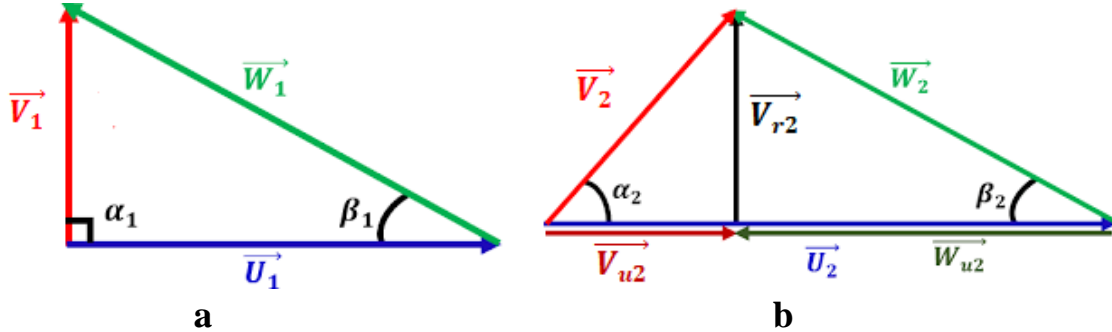


Figure 11.3 : Triangle des vitesses à l'entrée (a) et à la sortie (b) de la roue de pompe

$$\operatorname{tg}\beta_2 = \frac{V_{r2}}{U_2 - V_{u2}} \rightarrow V_{u2} = U_2 - \frac{V_{r2}}{\operatorname{tg}\beta_2} = U_2 - V_{r2} \cdot \operatorname{cotg}\beta_2 = U_2 - \frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot L_2} \cdot \operatorname{cotg}\beta_2$$

$$H_{eff} = \frac{U_2 V_{u2}}{g} = \frac{U_2}{g} \cdot \left(U_2 - \frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot L_2} \cdot \operatorname{cotg}\beta_2 \right); \text{ avec } U_2 = \frac{2 \cdot \pi \cdot N}{60} \cdot r_2$$

$$H_{eff} = \frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} \cdot \frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot L_2} \cdot \operatorname{cotg}\beta_2 = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot r_2^2}{3600 \cdot g} \cdot N^2 - \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot D_2 \cdot L_2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot N \cdot D_2}{60g} \cdot \operatorname{cotg}\beta_2 = \frac{\pi^2 \cdot r_2^2}{900g} \cdot N^2 - \frac{\operatorname{cotg}\beta_2}{g \cdot L_2} \cdot (Q \cdot N) \approx a - b \cdot Q \text{ avec}$$

$\beta_2 < 90^\circ$ et à la vitesse N constante

On propose $\mu_0 = \frac{\pi^2 \cdot r_2^2}{900 \cdot g}$ et $\lambda_0 = -\frac{\operatorname{cotg}\beta_2}{60 \cdot L_2 \cdot g}$ donc H_{eff} s'écrira $H_{eff} = \mu_0 \cdot N^2 + \lambda_0 \cdot (Q \cdot N)$ ou H_{eff} a la forme de $H_{eff} = a + b \cdot Q$ ou H_{eff} est une droite avec la variable débit Q. Les coefficients μ_0 et λ_0 ne dépend que de la pompe et sont indépendants du débit Q et de la vitesse de rotation N.

4.2. Caractéristique de la hauteur nette (hauteur recueillie) à N constante en fonction de μ et λ

En régime optimale

$$; H_n = H_r = H_{eff} - h_f = H_{eff} - (h_d + h_r) \quad 12.3$$

Avec h_d et h_r : sont des pertes de charge due au frottement dans le diffuseur et la roue de pompe. Nous savons que $h_f = (h_d + h_r) = k_f \cdot Q^2$

a. En régime quelconque

Pour un régime quelconque, il va s'ajouter à la perte de charge par frottement les pertes par choc à l'entrée et à la sortie de la roue noté h_c ou :

$$h_c = k_c (Q - Q_0)^2 = k_c \cdot Q_0^2 - 2 \cdot Q_0 \cdot Q + k_c \cdot Q^2 \quad 13.3$$

Donc h_c a la forme d'une équation de la parabole ou

$$h_c = \mu_1 \cdot N^2 + \lambda_1(N \cdot Q) + k_c \cdot Q^2 \quad 14.3$$

La perte de charge totale due au frottement et choc est :

$$\Sigma h = h_f + h_c = k_f \cdot Q^2 + \mu_1 \cdot N^2 + \lambda_1 \cdot (N \cdot Q) + k_c \cdot Q^2 = (k_f + k_c) \cdot Q^2 + \mu_1 \cdot N^2 + \lambda_1 \cdot N \cdot Q$$

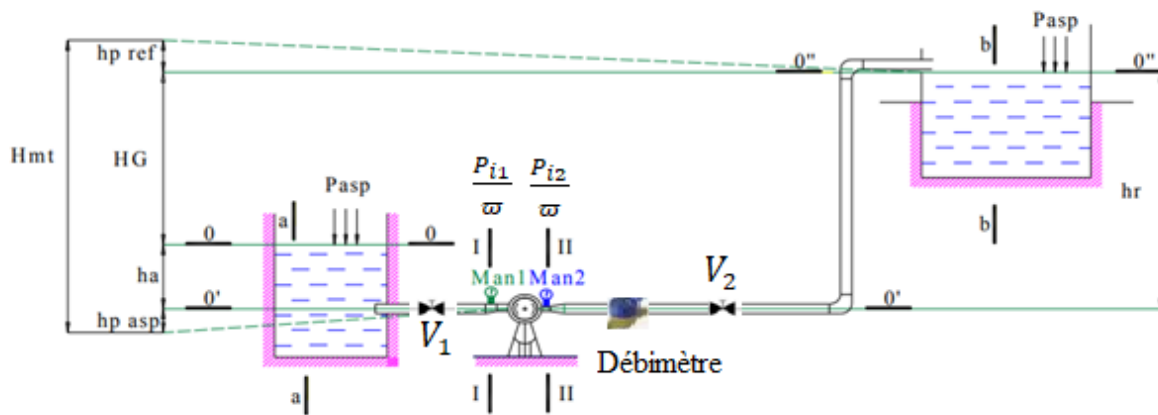
Comme

$$\begin{aligned} H_n = H_r = H_{eff} - \Sigma h &= \{\mu_0 N^2 + \lambda_0 \cdot (N \cdot Q)\} - \{(k_f + k_c)Q^2 - \mu_1 \cdot N^2 - \lambda_1 \cdot N \cdot Q\} \\ &= (\mu_0 - \mu_1)N \cdot Q + (\lambda_0 - \lambda_1)N \cdot Q + k \cdot Q^2 \end{aligned}$$

On pose : $\mu_0 - \mu_1 = \mu$, $\lambda_0 - \lambda_1 = \lambda$ et $k_f + k_c = k$ d'où

$$H_n = H_r = \mu \cdot N^2 + \lambda \cdot N \cdot Q + k \cdot Q^2 \quad 15.3$$

(μ et λ) = $f(L_2, D_2, \beta_2, g)$, un inconvénient se présente pour tracer $H_n = f(Q)$ qui est du à la détermination des coefficients k_f et k_c , c'est la raison pour laquelle on fait recours au procédé expérimental.



Relevés $\frac{P_{i1}}{\omega}$; $\frac{P_{i2}}{\omega}$ et Q_i à N constante puis $H_i = \frac{P_{i2} - P_{i1}}{\omega \cdot \rho \cdot g}$

Figure 12.3 : Schéma de principe expérimentale pour tracer la caractéristique nette de la pompe

5. Tracé de la caractéristique de puissance

La puissance fournie à l'arbre de la pompe à vitesse constante N ; pour un débit Q et une hauteur H_{eff} fournie à la pompe par l'arbre de rotation. Cette puissance appliquée à l'arbre a pour expression :

$$P = \frac{\omega \cdot Q \cdot H_{eff}}{102} \quad 12.3$$

P : en KW, ω : en $\frac{kgf}{m^3}$ et H_{eff} en m

Remplaçons H_{eff} par son expression on aura :

$$P = \frac{\omega \cdot Q \cdot H_{eff}}{102} = \omega \cdot Q \left(\frac{U_2^2}{g} - \frac{U_2}{g} \cdot \frac{Q}{\pi \cdot D_2 \cdot L_2} \cdot \cot g \beta_2 \right)$$

$P = f(Q)$ a la forme d'une parabole pour $\beta_2 < 90^\circ$, $P = f(Q)$ a la forme de l'équation d'une parabole ; dont la concavité tournée vers le bas. $P(Q)$ présente un maximum en dérivant $\frac{\partial P}{\partial Q} = \frac{\partial}{\partial Q} \left\{ \omega \cdot \frac{U_2}{g} \left(U_2 - \frac{2Q}{\pi D_2 L_2} \cdot \cot g \beta_2 \right) \right\}$, d'où

$$\frac{2Q}{\pi \cdot D_2 L_2} \cot g \beta_2 = U_2 \rightarrow Q_{max} = \frac{\pi D_2 L_2 U_2}{2} \operatorname{tg} \beta_2$$

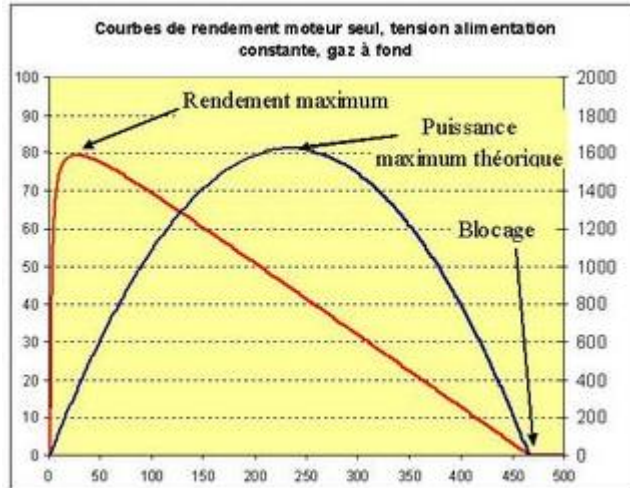


Figure 13.3 : Tracé de la caractéristique théorique de la puissance

Remarque : Théoriquement la caractéristique $P = f(Q)$ dans les différents cas passe par l'origine (0 : 0), au couple de valeur à débit nul ($Q=0$, $H = H_{max}$) et que en pratique la puissance n'est jamais nulle.

6. Caractéristique de rendement d'une pompe

Le rendement d'une pompe est déterminé comme le rapport de ce que la pompe fournit et ce qu'elle reçoit. Le rendement est déterminé aussi comme le rapport des pertes à l'intérieur de la pompe.

6.1. Rendement manométrique ou rendement hydraulique en (%)

Les pertes de charge à l'intérieur de la pompe sont de nature hydrodynamique (pertes par frottement et choc)

$$\eta_h = \frac{H_n}{H_{eff}} = \frac{H_{eff} - \Sigma h}{H_{eff}} = 1 - \frac{\Sigma h}{H_{eff}} = \frac{H_{mt}}{H_{eff}} \quad 13.3$$

6.2. Rendement mécanique (%)

Lors de la rotation de la roue, les frottements au niveau des paliers et les presse-étoupes de la pompe absorbent certaine puissance. Soit P_{ex} appelée pertes mécaniques externes ainsi s'associent aussi aux pertes par frottement P_i . La somme de ces pertes constitue les pertes mécaniques P_m ou $P_m = P_{ex} + P_i$ ou $P_u = P_{abs} - P_m$

$$\eta_m = \frac{P_u}{P_{abs}} \quad 14.3$$

6.3. Rendement volumétrique : (%)

Entre la roue et le diffuseur ; il y'a des fuites ou plus exactement en retour de fluide. Ce retour est du à la différence de pression à l'aspiration et au refoulement. Ces fuites internes à la pompe : une partie du fluide aspiré retourne à la bêche (réservoir) et n'est donc pas refoulé dans le circuit hydraulique.

q : débit de retour entre l'aspiration et le refoulement ou débit de fuite et Q : Débit réel ou débit pompé

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + q} \quad 15.3$$

6.4. Rendement global : (%)

Le rendement global η_v est le produit des rendements η_m et η_v . Dans le cas de la pompe, le rendement global permet de définir directement la puissance réellement nécessaire à l'entraînement de la pompe (puissance absorbée) pour obtenir les valeurs hydrauliques de pression et débit souhaitées (puissance utile).

$$\eta_g = \eta_m \cdot \eta_v \quad 16.3$$