

Examen Corrigés de Statistique, Inf2

Exercice 1 – Nous sommes dans le cas d'un schéma de Bernoulli (On suppose qu'il n'y a qu'un poulain par portée) :

- Pour chaque poulain il y a deux éventualités contraires : soit il est gris (avec une probabilité $p = 0,25$ soit il est non gris avec une probabilité de $1 - p = 0,75$)

- **Les couleurs des 5 poulains d'une jument sont indépendantes et ont été obtenues dans les mêmes conditions.**

Ces deux conditions nous permettent de dire que, sous l'hypothèse de Mendel, X est de loi binomiale $B(5; 0,25)$. **2pts**

2 – Il s'agit ici d'un test d'ajustement :

Posons l'hypothèse nulle H_0 : Les résultats sont conformes à la théorie. C'est-à-dire : H_0 : La variable aléatoire X suit la loi binomiale $B(5; 0,25)$.

A l'aide de la formule **1pt**

$$P(X = k) = C_5^k (0.25)^k (0.75)^{5-k}, \text{ pour } 0 \leq k \leq 5. \quad \text{3pts}$$

nous allons calculer les probabilités puis les effectifs théoriques correspondant aux diverses valeurs de X :

Nombre de poulains gris sur les 5 produits	0	1	2	3 ou plus	Totaux
Effectifs observés (n_i)	10	18	16	6	50
Probabilités (p_i)	0,2373	0,3955	0,2637	0,1035	1
Effectifs théoriques (np_i)	11,87	19,78	13,18	5,17	50
$n_i - np_i$	1,87	-1,78	2,82	0,83	0

5pts

La taille de l'échantillon est $n = 50$, c'est-à-dire l'effectif total.

Variable de décision :

Tous les effectifs théoriques étant supérieurs à 5, on peut dire que, sous l'hypothèse H_0 , la

variable

$$\chi_{calc}^2 = \sum_{i=1}^5 \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \quad \underline{\hspace{1cm} \mathbf{2pt}}$$

suit approximativement la loi de χ^2 à $4 - 1 = 3$ degrés de liberté (*ddl*) $\underline{\hspace{1cm} \mathbf{1pt}}$

$$\begin{aligned} \chi_{calc}^2 &= \frac{(10 - 11,87)^2}{11,87} + \frac{(18 - 19,78)^2}{19,78} + \frac{(16 - 13,18)^2}{13,18} + \frac{(6 - 5,17)^2}{5,17} \quad \underline{\hspace{1cm} \mathbf{2pts}} \\ &= \frac{(1,87)^2}{11,87} + \frac{(-1,78)^2}{19,78} + \frac{(2,82)^2}{13,18} + \frac{(0,83)^2}{5,17} \text{ soit } \chi_{calc}^2 \approx 1.19 \quad \underline{\hspace{1cm} \mathbf{2pts}} \end{aligned}$$

Décision : $\alpha = 5\%$

Pour 3 *ddl* on lit dans la table : $\chi_{0.95}^2 = 7.81$ $\underline{\hspace{1cm} \mathbf{1pt}}$.

$\chi_{calc}^2 \leq \chi_{0.95}^2$ donc on ne rejette pas H_0 $\underline{\hspace{1cm} \mathbf{1pt}}$

Nous pouvons donc en conclure, au seuil de 5%, que les résultats observés ne contredisent pas la théorie..