Université Batna 2
Département de Mathématiques
2em année SAD

Série de TD $\mathbf{N^0 1}$
Semestre 2 2019 – 2020

Reconnaître et utiliser une loi binomiale

Exercise 1 *La variable* U *est distribuée selon la loi* $\mathcal{N}(0,1)$

1. *Calculer :*

a) $P(U < 0,86)$,

b) $P(U > 1,96)$,

c) $P(U > -1,39)$,

d) $P(-0,63 < U < 0,63)$.

2. *Donner la valeur* u_0 *telle que :*

a) $P(U < u_0) = 0,8944$,

b) $P(-u_0 < U < u_0) = 0,98$

Exercise 2 **3**. *La variable* X *est distribuée selon la loi* $\mathcal{N}(25,7)$.

Calculer : $P(X > 35,5)$, $P(X < 18)$

Exercise 3 *Selon la magazine USA Today, le nombre moyen des jours par an passés sur les routes pour un représentant commercial est égal à* 115. *L'écart type est de* 60 *jours par an. Supposez que ces résultats soient associés à la population des représentants commerciaux et qu'un échantillon de* 50 *représentants soit sélectionné.*

1. *Quelle est la valeur de l'écart type de la moyenne ?*

2. *Quelle est la probabilité que la moyenne d'échantillon soit supérieur à* 115 *jours par an ?*

3. *Quelle est la probabilité que la moyenne d'échantillon s'écarte au plus de* ± 5 *jours de la moyenne de la population?*

4. *Quelle serait la probabilité de la question* 3 *si la taille d'échantillon était* 100?

Exercise 4 *Une roue de type "roulette" est divisée en* 26 *secteurs de même taille.* 6 *secteurs sont blancs et les autres sont rouges. Après avoir fait tourner la roue, le succès est : "elle s'arrête sur un secteur blanc".*

La variable aléatoire X donne, à l'issue de 8 *essais d'affilée, le nombre de succès.*

a. *Justifier que X suit une loi binomiale et donner ses paramètres.*

b. *Calculer l'espérance et l'écart type de X.*

Exercise 5 *Déterminer les probabilités demandées, dans les lois normales données :*

1− *Loi de X : $\mathcal{N}(50, 10)$. Calculer $P(X < 60)$, $P(X < 43)$, $P(45 < X < 55)$.*

2− *Loi de X : $\mathcal{N}(3, 0, 45)$. Calculer $P(X > 4), P(X < 2, 55)$, $P(3, 2 < X < 3, 7)$.*

Exercise 6 *La variable X "masse (kg) d'un nouveau-né" est distribuée selon la loi $\mathcal{N}(3, 1, 0, 5)$.*

1. *Quelle est la probabilité qu'un nouveau-né pèse plus de* 4 *kg ?*

2. *Quelle est la probabilité qu'un nouveau-né pèse moins de* 3 *kg ?*

3. *Quelle est la probabilité qu'un nouveau-né pèse entre* 3 *et* 4 *kg ?*

Exercise 7 *Une société fabrique des gyrophares pour tous types d'engins, en grandes quantités.*

La probabilité qu'un gyrophare soit défectueux est $p = 0, 04$.

Au cours de la production, on prélève un échantillon aléatoire de 600 *gyrophares. X est la variable aléatoire qui donne le nombre de gyrophares défectueux parmi ces* 600.

1. *Montrer que la distribution de la variable X est binomiale et donner ses paramètres.*

2. *Montrer qu'on peut approximer cette loi par une loi normale.*

3. *Déterminer μ et σ, moyenne et écart type de la variable X selon cette loi normale.*

4. *Calculer alors, avec la precision premise par la table, la probabilité d'avoir au moins* 27 *gyrophares défectueux parmi les* 600

Distributions d'échantillonnages

Exercise 8 **1**. *Dans une population normale de moyenne* 120 *et d'écart type* 40*, on prélève des EAS de tailles* $n = 10$ *et* $n = 50$.

a. *Quelle loi suit la distribution d'échantillonnage des moyennes des échantillons de taille* 10? 50?

b. *Quelle est la probabilité pour qu'un échantillon de taille* 10 *ait une moyenne supérieure à* 130?

2. *Dans la population mondiale, on a compté environ* $3,38$ *milliards de femmes contre* $3,12$ *milliards d'hommes.* P *est la v.a. donnant la proportion de femmes dans les échantillons de taille* 100 *personnes.*

a. *Quelle est la loi de probabilité de* P?

b. *Quelle est la probabilité que dans un échantillon de* 100 *personnes il y ait plus d'hommes que de femmes ?*

Exercise 9 *Un candidat a obtenu* 55% *des suffrages exprimés à une élection.*

1) *Quelle est la probabilité d'avoir, dans un échantillon de* 100 *personnes, moins de* 50% *de voix ?*

2) *Même question pour un échantillon de* 2000 *personnes.*

3) *Combien de personnes faut-il interroger pour que la probabilité que moins de* 50% *d'entre elles aient voté pour lui passe en-dessous de* 1%?

Exercise 10 *Dans une chaîne de fabrication d'ampoules électriques, on admet que la durée de vie d'une ampoule est une variable aléatoire normale de moyenne* 900 *heures et d'écart type* 80 *heures.*

-Calculer la probabilité pour que dans un échantillon aléatoire simple de 100 *ampoules la durée de vie moyenne des ampoules dépasse* 910 *heures.*

Exercise 11 *Une population, contenant de nombreux individus, passe un test de Q.I. Les résultats forment une variable aléatoire* X *normale de moyenne* $m = 102$ *et d'écart type* $s = 15$.

1) *Quelle est la probabilité pour qu'un individu pris au hasard ait un QI inférieur à* 100?

2) *On veut analyser les résultats de quelques échantillons de cette population. Pour cela, on formera des groupes de* 20 *individus, choisis par échantillonnage aléatoire simple (EAS), et on calculera le QI moyen de chaque groupe.*

a. *Donner les paramètres de la loi normale selon laquelle se distribuent les QI moyens de tous les échantillons possibles de taille* 20

b. *Quelle est la probabilité pour que notre groupe sélectionné ait un QI moyen inférieur à* 100?

c. *Au lieu de* 20*, combien d'individus faudrait-il choisir au hasard pour avoir moins de* 5% *de risque que le QI moyen de ce nouveau groupe soit en-dessous de* 100?

3) *En regard du résultat de la question* 1

a. *Quelle est la proportion d'individus de la population dont le QI est inférieur à* 100?

b. *Quelle est la probabilité pour que sur un groupe de* 20 *personnes cette proportion dépasse* 50%?