I. معامل ارتباط بيرسون

معامل ارتباط بيرسون هو الاختبار الذي يقيس الارتباط بين متغيرين مستمرين ويعطي معلومات حول حجم الارتباط واتجاه العلاقة، ويرمز له بالرمز rp.

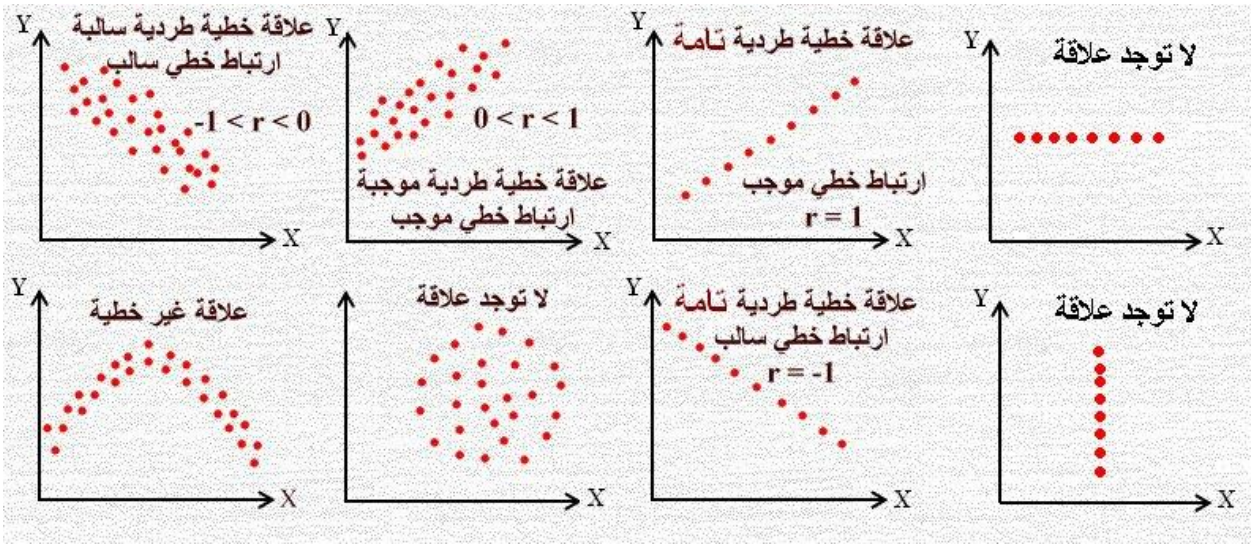
تتراوح قيمته من −1 إلى 1. اذا كانت r تساوي −1 تشير إلى علاقة خطية سالبة (عكسية) تماما، في حين أن r تساوي 0 تشير إلى عدم وجود علاقة خطية بين المتغيرات (منعدمة)، في حال r تساوي 1 تشير إلى وجود علاقة خطية موجبة (طردية) تماما.

يتم استخدام معامل ارتباط بيرسون عادة لقياس ما يلي:

- الارتباط بين أزواج المتغيرات
- الارتباطات داخل مجموعات المتغيرات وفيما بينها

كما تشير العلاقة إلى ما يلي:

1. هناك علاقة خطية ذات دلالة إحصائية بين المتغيرين؛
2. قوة العلاقة الخطية؛
3. اتجاه العلاقة الخطية (زيادة أو تناقص).



II. شروط استخدامه

- أن يكون كل متغير من متغيري الدراسة يتبع التوزيع الطبيعي، توجد عدة اختبارات للتأكد من توزيع المتغيرات ومنها اختبارا (Shapiro–Wilk et Kolmogrov–Smirnov)؛
- أن يكون شكل العلاقة خطية بين المتغيرين، وتختبر العلاقة من خلال رسم الشكل الانتشاري للمتغيرين، يمثل المتغير المستقل للمحور (x) والمتغير المعتمد (التابع) للمحور (y)، وفي حالة عدم القدرة على التمييز بين المتغير المستقل والمتغير التابع يمثل كلا المتغيرين بصورة عشوائية؛
- أن تكون عينة كل متغير مسحوبة بصورة عشوائية؛

يفترض بيرسون أن المتغيرين كميان، وأن العلاقة بينهما خطية (أي تأخذ شكل خط مستقيم).

ويمكن حسابه باستخدام العلاقة التالية :

$$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$

كل ما نحتاجه لحساب معامل الارتباط الخطي لبيرسون من خلال العلاقة السابقة هو حساب :

$\sum xy$, $\sum x^2$, $\sum y^2$ أي مجموع مربعات قيم x ومجموع مربعات قيم y ومجموع حاصل ضربهما بعد معرفة $\sum X$، $\sum Y$ ، n (حيث n هي عدد أزواج القيم).

مثال:

البيانات التالية تمثل أعمار ثمانية من المدربين الرياضيين ودخولهم نظرا لنشاطاتهم الرياضية ، والمطلوب حساب معامل بيرسون للارتباط الخطي بين الأعمار والدخول.

الأعمار x : 25 32 29 43 38 51 47 35

الدخول y : 10 18 15 35 40 62 100 50

الحل :

لحساب معامل بيرسون للارتباط الخطي يجب حساب المجاميع:

$\sum x, \sum y, \sum xy$, $\sum x^2$, $\sum y^2$ لذلك يتم تنظيم حساب هذه المجاميع كما في الجدول التالي:

x	y	xy	x^2	y^2
25	10	250	625	100
32	18	576	1024	324
29	15	435	841	225
43	35	1505	1849	1225
38	40	1520	1444	1600
51	62	3162	2601	3844
47	100	4700	2209	10000
35	50	1750	1225	2500
300	330	13898	11818	19818

n = 8

$$r = \frac{n(\sum xy) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{n\sum x^2 - (\sum x)^2}\ \sqrt{n\sum y^2 - (\sum y)^2}}$$
$$= \frac{8(13898) - (300)(330)}{\sqrt{8(11818) - (300)^2}\ \sqrt{8(19818) - (330)^2}}$$
$$= \frac{111184 - 99000}{\sqrt{94544 - 9000}\ \sqrt{158544 - 108900}}$$
$$= \frac{12184}{\sqrt{4544}\ \sqrt{49644}}$$
$$= \frac{12184}{15019.6}$$
$$r = 0.81$$

أي أن معامل بيرسون للارتباط الخطي بين أعمار المدربين ودخولهم يساوي 0.81 وهو ارتباط طردي (لأن إشارته موجبة) وقوي (لأنه قريب من الواحد الصحيح). بمعنى أخر، إن هناك علاقة طردية قوية بين عمر المدرب ودخله مقدارها 81 %. فمع زيادة عمر المدرب يزيد دخله، والعكس صحيح.

III. معامل ارتباط سبيرمان للرتب

يستخدم في حالة عدم توفر شروط استخدام معامل ارتباط بيرسون، ويحسب كما يلي:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$

- **يعطى لكل تقدير رتبة من الأصغر إلى الأكبر أو العكس، وإذا كانت هناك عدة تقديرات متشابهة نجمع الرتب ونقسمها على عدد التقديرات المتشابهة.**

مثال أوجد معامل ارتباط سبيرمان بين تقديرات 07 طلبة في مادتي الجمباز والجودو:

الطلبة	1	2	3	4	5	6	7
الجمباز	مقبول	جيدجدا	ممتاز	ضعيف	جيد	ضعيف جدا	جيدجدا
الجودو	جيد	جيد	جيدجدا	مقبول	جيد	ضعيف	ممتاز

الحل:

X	y	رتبx	رتبy	الفرق بين الرتبتين d	d^2
مقبول	جيد	5	4	1	1
جيدجدا	جيد	2.5	4	1.5	2.25
ممتاز	جيدجدا	1	2	-1	1
ضعيف	مقبول	6	6	0	0
جيد	جيد	4	4	0	0
ضعيف جدا	ضعيف	7	7	0	0
جيدجدا	ممتاز	2.5	1	1.5	2.25
				$\sum d^2 =$	6.5

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6(6.5)}{7(49-1)} = 1 - \frac{39}{336} = 1 - \ 0.11 = \ 0.89$$

وجود ارتباط طردي قوي بين تقييمات الطلبة في المادتين.