

TD N° 2

(Algèbre de Boole et fonctions logiques)

Exercice 1 :

Soit la table de vérité de la fonction logique suivante :

- 1- Ecrire la fonction de sortie sous forme :
 - a. 1^{ère} forme canonique : somme des produits,
 - b. 2^{ème} forme canonique : produit de sommes.
2. Simplifier F par méthode algébrique.
3. Tracer le Logigramme et le chronogramme de F.

| A | B | C | F |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Exercice 2 :

Simplifier algébriquement les fonctions suivantes :

- a. $F1 = \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}BCD + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}BCD + \overline{A}BC\overline{D}$
- b. $F2 = \overline{A}BC + \overline{A}BC + \overline{A}BC + \overline{A}BC + \overline{A}BC + \overline{A}BC + \overline{A}BC$
- c. $F3 = \overline{A}BC + \overline{A}BC + \overline{A}BC + \overline{A}BC$
- d. $F4 = ABC + \overline{A}B(\overline{A}C)$
- e. $F5 = A + ABC + \overline{A}BC + \overline{A}B + AD + A\overline{D}$

Exercice 3 :

- 1- Simplifier à l'aide du tableau de Karnaugh l'équation logique suivante :

$$S = \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}BCD + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}BCD + \overline{A}BC\overline{D}$$

- 2- D'après les tableaux de Karnaugh ci-dessous, rechercher les équations logiques réduites.

S1

| | | D | | C | |
|---|----|----|----|----|----|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| A | 00 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 01 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 11 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| | 10 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | B | | | |

S2

| | | D | | C | |
|---|----|----|----|----|----|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| A | 00 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| | 01 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 11 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| | 10 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | | B | | | |

Exercice 4 :

Une citerne est alimentée par deux robinets R1 et R2.

On distingue trois niveaux associés à 3 capteurs : Sécurité (s), Bas (b) et Haut (h).

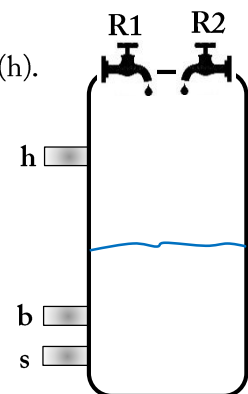
Lorsque le niveau d'eau est détecté par un capteur, son état = 1.

- Si le niveau est au dessous de (s), on ouvre les robinets R1 et R2 ;
- Si le niveau est entre (s) et (b) on ouvre le robinet R1 ;
- Si le niveau est entre (b) et (h) on ouvre le robinet R2 ;
- Si le niveau est détecté par (h) on arrête les deux robinets.

- 1- Déterminer les fonctions logiques d'ouverture des deux robinets R1 et R2

en fonction du niveau détecté par les 3 capteurs (s), (b) et (h).

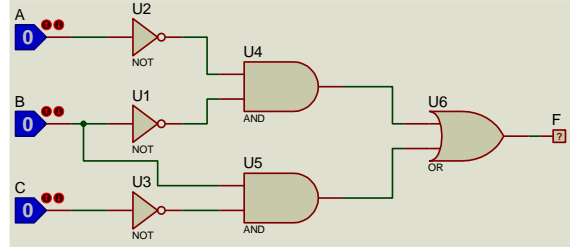
- 2- Simplifier à l'aide du tableau de Karnaugh R1 et R2.



Solutions du TD N° 2

Exercice 1 :

- 1-
 - a. $F = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC$ (mintermes)
 - b. $F = (A + B + C)(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + C)(\overline{A} + \overline{B} + C)$ (maxtermes)
- 2- $F = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC$
 $= \overline{A}B(\overline{C} + C) + B\overline{C}(A + A)$
 $= \overline{A}B + B\overline{C}$
- 3-



Exercice 2 :

$$F1 = \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}BC\overline{D} + \overline{A}BCD + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}BC\overline{D}$$

$$= \overline{A}BD(\overline{C} + C) + B\overline{D}(AC + A\overline{C}) + BC(AD + \overline{A}D) = \overline{A}BD + \overline{B}DA + BCD = \overline{B}D + BCD$$

$$F2 = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC = \overline{A}B(C + \overline{C}) + AB(C + \overline{C}) + \overline{A}B(C + \overline{C}) + \overline{A}BC = \overline{A}B + AB + \overline{A}B + \overline{A}BC$$

$$= \overline{B} + AB + \overline{A}BC$$

$$F3 = \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC = \overline{A}BC + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + \overline{A}BC + \overline{A}BC$$

$$= AB(C + \overline{C}) + AC(B + \overline{B}) + BC(A + \overline{A}) = AB + AC + BC$$

$$F4 = ABC + \overline{A}B(\overline{A}C) = AC + \overline{A}B$$

$$F5 = A + ABC + \overline{A}BC + \overline{A}B + AD + A\overline{D} = A + BC + \overline{A}B$$

Exercice 3 :

1-

| | | | | |
|-------|----|----|----|----|
| | | D | | C |
| AB\CD | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | 0 | | 0 | 1 |
| 01 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 11 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| | A | B | | |

$$S = B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{C} + \overline{B}C\overline{D} = \overline{A}B\overline{C} + \overline{D}(B\oplus C)$$

2. Il suffit de prendre le 0 et chercher \overline{S} ensuite passer par le théorème de De Morgan.

- a) $\overline{S1} = ABCD$
 $S1 = \overline{\overline{S1}} = \overline{ABCD} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + \overline{D}$
- b) $S2 = \overline{A}B\overline{C} + \overline{B}C\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D$

Exercice 4 :

X : état impossible

$$R1 = \overline{s}b\overline{h} + s\overline{b}h$$

$$R2 = \overline{s}b\overline{h} + s\overline{b}h$$

Tableaux de Karnaugh

On peut utiliser les \emptyset (état indéterminé) dans les groupements puisque les combinaisons correspondantes sont impossibles dans la réalité.

On peut donc les considérer comme des 1 ou 0.

| | | | | |
|------|----|-------------|-------------|-------------|
| | | h | | b |
| s\bh | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 1 | \emptyset | \emptyset | \emptyset |
| 1 | 1 | \emptyset | 0 | 0 |

R1 = \overline{b}

| | | | | |
|------|----|-------------|-------------|-------------|
| | | h | | b |
| s\bh | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 0 | 1 | \emptyset | \emptyset | \emptyset |
| 1 | 0 | \emptyset | 0 | 1 |

| s | b | h | R1 | R2 |
|---|---|---|-------------|-------------|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | \emptyset | \emptyset |
| 0 | 1 | 0 | \emptyset | \emptyset |
| 0 | 1 | 1 | \emptyset | \emptyset |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | \emptyset | \emptyset |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |

$$R2 = \overline{s} + b\overline{h}$$