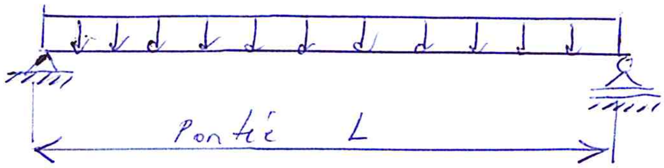
Université de Batna 2

Département de Génie Civil

M1 - C.M. - Construction Mixte

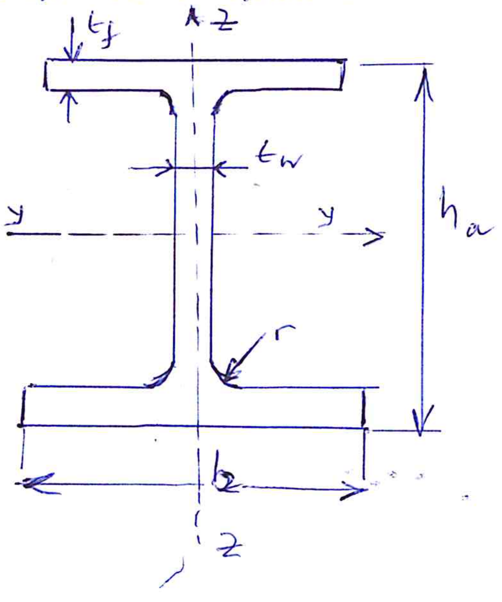
Exemple de Calcul d'une poutre Mixte sur deux appuis.

- Soit la poutre Mixte donnée ci-dessous
  - chargement
    > Poids propre
    > Poids de la dalle en béton
    > Charges d'exploitation.



- Données
- $L = 7.5\,m$
- $h_{dalle} = 12\ cm$
- Largeur de la travée 3 m
- cloisons $= 0,75\ KN/m^2$
- Densité du BA $= 25\ KN/m^3$
- Nuance d'acier S 355.

* Profilé = IPE 270
- Hauteur $h_a = 270\ mm$
- Largeur $b = 135\ mm$
- épaisseur âme $t_w = 6.6\ mm$
- " semelle $t_f = 10.2\ mm$
- Congé de raccordement $r = 15\,mm$

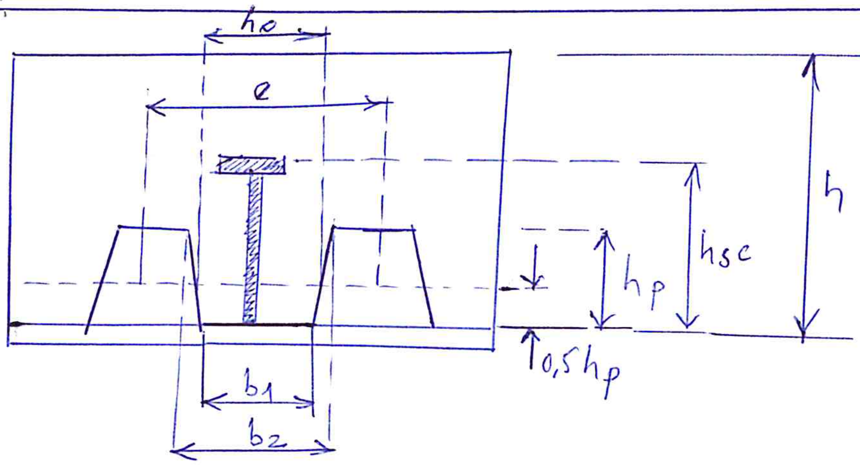


- Masse linéique 31.6 kg/m
- Aire de la section $A_a = 45.95\ cm^2$
- Inertie / à l'axe y-y $I_y = 5790\ cm^4$
- Module élastique / yy. $W_{el,y} = 428.9\,cm^3$
- Module plastique / yy $= W_{pl,y} = 484.0\ cm^3$
- Module Elasticité acier $E = 210\,000\ N/mm^2$

* BAC Acier
- Epaisseur tôle $t = 0.75\ mm$
- Epaisseur dalle $h = 120\ mm$
- Hauteur total BAC $h_p = 58\ mm$

$b_1 = 62\ mm$ b_2 $101\,mm$ $e = 207\,mm$

* Connecteur
- Diamètre $d = 19\ mm$
- hauteur totale nominale $h_{sc} = 100\,mm$
- Résistance ultime en traction $f_u = 450\,N/mm^2$
- Nb. de goujons $= n = \frac{7500}{e} = 36$
- Nb de goujons par nervure $n_r = 1$



- Béton C 25/30
  $f_{ck} = 25\ N/mm^2$
- $E_{cm} = 33\,000\ KN/mm^2$

I- Évaluation des charges

- Poids de la dalle $= g \times l_n \times \left(h_{dalle} - 5\ \frac{b_1 + b_2}{2} \times h_p\right)$

$$= 25 \times 3 \times \left(0{,}12 - 5\ \frac{0{,}101 + 0{,}062}{2} \times 0{,}058\right)$$
$$= 7{,}2\ KN/m$$

- Poids propre de la poutre $= M \times g = (36.1 \times 9.81) \times 10^{-3}$
$$= 0.354\ KN/m$$

* charges permanentes =
$$G = 0{,}354 + 7{,}2 + 0{,}75 \times 3 = 9{,}8\ KN/m$$

* charges variables :
$$Q = 2{,}5 \times 3 = 7{,}50\ KN/m$$

* Combinaison à l'ELU :
$$\gamma_G\, G + \gamma_Q\, Q = 1{,}35 \times 9{,}80 + 1{,}5 \times 7{,}50 = 24{,}48\ KN/m$$

* M_z^{t} max à mi-travée $= M_{y,Ed} = \frac{q l^2}{8}$
$$M_{y,Ed} = 0{,}125 \times 24{,}48 \times 7{,}50^2 = 172{,}13\ KN{.}m$$

* Effort tranchant maximum en appuis $= V_{z,Ed} = \frac{q l}{2}$
$$V_{z,Ed} = 0{,}5 \times 24{,}48 \times 7{,}50 = 91{,}80\ KN.$$

- II - Classification de la section

Déterminons le paramètre $\varepsilon = \sqrt{\dfrac{235}{f_y (N/mm^2)}} = 0.81$

On fait la classification pour la section mixte car c'est le cas le plus favorable.

* Semelle en console : semelle soumise à un effort de compression uniforme.

$$c = (b - t_w - 2r)/2 = (135 - 6,6 - 2 \times 15)/2 = 49.2\,mm$$

$$c/t_f = \frac{49.2}{10,2} = 4,82 \leq 9\varepsilon = 7,29 \checkmark \quad \text{classe I}$$

* Partie interne comprimée

$$c = h - 2t_f - 2r = 270 - 2 \times 10,2 - 2 \times 15 = 219,6\,mm$$

$$c/t_w = \frac{219,6}{6,6} = 33,3 < 72\varepsilon = 58,3 \checkmark \quad \text{classe I}$$

La section transversale est de classe I, la plus élevée. Dans ce cas les vérifications à l'ELU doivent reposer sur la résistance plastique de la section transversale.

III - Calcul de résistance

3.1 * Largeur efficace de la semelle en béton

> A mi-portée ($l/2$), elle est déterminée par :

$$b_{eff,1} = b_0 + \Sigma b_{ei}$$

b_0 = entraxe des connecteurs en saillie, donc

$b_0 = 0$

b_{ei} = valeur de la largeur efficace de la semelle en béton de chaque côté de l'âme.

$b_{ei} = l_e/8$ mais $\leq b_{ei} = 3\,m$

$$b_{eff,1} = 0 + 7.5/8 = 0.9375\,m \quad \text{d'où :}$$

$$b_{eff} = 2 \times b_{eff,1} = 2 \times 0.9375 = 1,875\,m < 3,0\,m$$

> Aux extrémités : elle est donnée par :

$$b_{eff,0} = b_0 + \Sigma \beta_i b_{ei}$$

Avec $\beta_i = \left(0{,}55 + 0{,}025\ l_e / b_{ei}\right)$ mais $\leq 1{,}0$ m

$= 0{,}55 + 0{,}025\ 7{,}5 / 0{,}9375 = 0{,}75$

D'où $b_{eff,0} = 0{,}0 + 0{,}75 \times 7{,}5/8 = 0{,}703$ m

Alors $b_{eff} = 2 \times 0{,}703 = 1{,}406$ m $< 3{,}0$ m

3.2 - Résistance au cisaillement d'un goujon à tête

Elle doit être déterminée :

$$P_{Rd} = K_t \times \text{Min}\left(\frac{0{,}8 f_u \pi d^2}{\gamma_v} ; \frac{0{,}29 \alpha d^2 \sqrt{f_{ck} E_{cm}}}{\gamma_v}\right)$$

$$h_{sc}/d = 100/19 = 5{,}26 > 4 \Rightarrow \alpha = 1$$

- Le coeff de réduction K_t, est déterminé en fonction de la position des nervures. Si celles-ci sont $\perp$ à la poutre d'appui, le coeff K_t pour la résistance au cisaillement est calculé à partir de :

$$K_t = \frac{0{,}7}{\sqrt{n_r}} \frac{b_0}{h_p} \left(\frac{h_{sc}}{h_p} - 1\right) \text{ mais } \leq K_{t\max}.$$

Où $n_r = 1$, $h_p = 58$ mm, $b_0 = 82$ mm, $h_{sc} = 100$ mm

Donc $K_t = \frac{0{,}7}{\sqrt{1}} \frac{82}{58} \left(\frac{100}{58} - 1\right) = 0{,}717 \leq K_{t\max} = 0{,}75$

- Pour les bacs en acier pré-percés on a :

$$P_{Rd} = 0{,}717 \times \text{Min}\left(\frac{0{,}8 \times 450 \times \pi \times 19^2/4}{1{,}25} ; \frac{0{,}29 \times 1 \times 19^2 \sqrt{25 \times 31000}}{1{,}25}\right) 10^{-}$$

$$= 0{,}717 \times \text{Min}\left(81{,}66 \text{ KN} ; 73{,}73 \text{ KN}\right)$$

$$P_{Rd} = 52{,}86 \text{ KN}$$

3.3 - Degré de connexion : Il est défini par :

$$\eta = \frac{N_c}{N_{c,f}}$$

- N_c = Valeur de Calcul de l'effort normal de Compression dans la dalle du béton.

- $N_{c,f}$ = Valeur de Calcul de l'effort normal de Compression dans la dalle de béton avec une Connexion totale.

* Mi-Portée : l'effort normal dans ce cas représente l'intégralité de la Connexion.

Avec A_c : Aire de la section transversale du béton de dalle qu'à mi-portée : $A_c = b_{eff} \times h_c$

Avec $h_c = h - h_p = 120 - 58 = 62$ mm

D'où $A_c = 1875 \times 62 = 116\,300$ mm^2

Donc : $N_{c,f} = 0.85\, A_c \cdot f_{cd} = 0.85\, f_{ck}/\gamma_c \times A_c$

$= 0.85 \times 116\,300 \times 25/1.5 \times 10^{-3}$

$= 1647$ KN

- La résistance des Connecteurs limite l'effort normal à : $N_c = 0.5\, n\, P_{Rd} = 0.5 \times 36 \times 52.86$

$= 952$ KN

D'où : $\eta = \frac{N_c}{N_{c,f}} = \frac{952}{1647} = 0.578$

Comme, on le Constate $\eta < 1 \Rightarrow$ Connexion partielle.

IV - Vérification de la résistance en flexion

Déterminons d'abord le degré minimal de Connexion donné par :

$$\eta_{min} = 1 - \left(\frac{355}{f_y}\right)\left(0.75 - 0.03\, l_e\right) \quad \text{avec } l_e \leq 25$$

où l_e = longueur de la zone de moment positif entre points de moment nul, exprimée en mètres

Dans notre cas $l_e = 7.5\,m$

D'où $\eta_{min} = 1 - \left(\frac{355}{355}\right)(0.75 - 0.03 \times 7.5) = 0{,}475$

Alors $\eta_{min} = 0{,}475 < \eta = 0{,}578$ ✓ OK

4.1 - Moment de résistance plastique à $l/2$

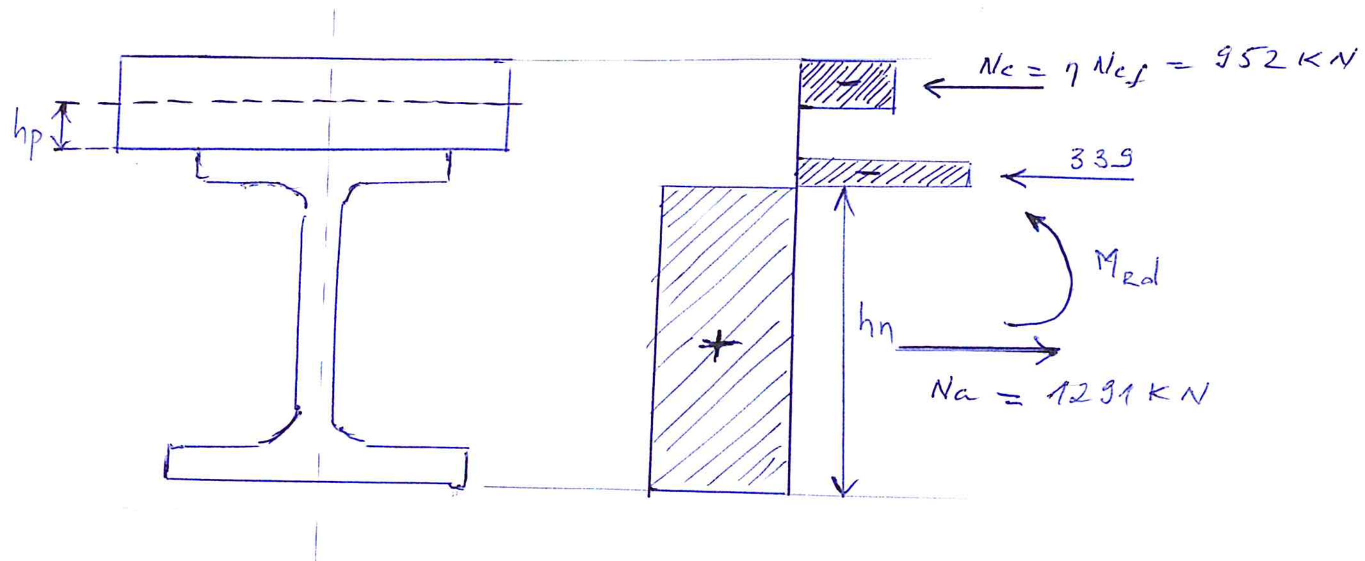
Calcul l'effort normal dans la section en acier :

$$N_{pl,a} = \frac{A_a \cdot f_y}{\gamma_{M_0}} = 4595 \times 355 \times 10^{-3}/1 = 1631\,KN$$

Donc $N_{pl,a} > N_c = \eta\, N_{cf} = 952\,KN$.

Il faut noter qu'avec des connecteurs ductiles et la section de la poutre de classe 1, le moment résistant M_{Rd} de la section transversale de la poutre à mi-travée est calculé à l'aide de la théorie rigide-plastique, sauf qu'une valeur réduite de l'effort de compression N_c dans la semelle en béton est utilisé au lieu de l'effort N_{cf}.

La distribution des contraintes est donnée ci-après.



- La position de l'axe neutre est $h_n = 263\,mm$

Le moment résistant en flexion de la section transversale mixte est :

$$M_{Rd} = 301{,}7\,KN.m$$

$D'où = M_{y,Ed} / M_{Rd} = \frac{172.13}{301.7} = 0.57 < 1$ ok

4.2 - Cisaillement

* Resistance au cisaillement : Elle dépend de l'aire de cisaillement de la poutre en acier :

$$A_{v,z} = A - 2b\,t_f + (t_w + 2r)\,t_f$$

$$= 4595 - 2 \times 135 \times 10.2 + (6.6 + 2 \times 15) \times 10.2$$

$$= 2214 \text{ mm}^2$$

* Resistance plastique au cisaillement.

$$V_{pl,z,Rd} = \frac{A_{v,z}\,(f_y/\sqrt{3})}{\gamma_{M0}} = \frac{2214\,(355/\sqrt{3})}{1.0} \times 10^{-3}$$

$$= 453.8 \text{ kN}$$

$$V_{z,Ed} / V_{pl,z,Rd} = 91.80 / 453.8 = 0.202 < 1 \text{ OK.}$$

* La verification du voilement par cisaillement n'est pas requise si :

$\frac{h_w}{t_w} \leq 72\, \varepsilon / \eta$ - Par securité on prend $\eta = 1.0$

$D'où \frac{h_w}{t_w} = \frac{270 - 2 \times 10.2}{6.6} = 37.8 < 72 \times 0.81/1 = 58.3$ ok

V - Resistance de la dalle en cisaillement

Les contraintes plastiques de cisaillement longitudinales sont données par :

$\nu_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f\, \Delta x}$; $\Delta x = 7.5/2 = 3.75$ m

Δx = 1/2 distance entre pt de m^t max et point de m^t nul.

$$\Delta F_d = \frac{N_c}{2} = \frac{951.56}{2} = 475.8 \text{ kN}$$

$$h_f = h - h_p = 120 - 58 = 62 \text{ mm}$$

$$V_{Ed} = \frac{\Delta F_d}{h_f . \Delta x} = \frac{475.8 \times 10^3}{62 \times 3750} = 2.05\ N/mm^2$$

Pour empêcher l'écrasement des éléments comprimés dans la semelle en béton, il faut que :

$$V_{Ed} < V f_{cd} . \sin\theta_f . \cos\theta_f ,$$

$$\text{avec } V = 0.6\left(1 - f_{ck}/_{250}\right) \text{ et } \theta_f = 45°$$

$$V_{Ed} \leq 0.6\left(1 - \frac{25}{250}\right) \times \frac{25}{1.5} \times 0.5 = 4.5\ N/mm^2 \text{ - OK}$$

- Pour l'armature transversale, on doit vérifier :

$$A_{sf} . f_{yd}/s_f \geq V_{Ed}\ h_f / \cot.\theta_f \quad \text{où } f_{yd} = 500/_{1.15} = 435\ N/mm^2$$

- On suppose que l'espacement des barres est $s_f = 250\ mm$ et aucune contribution de la tôle n'est à prendre en compte.

$$A_{sf} \geq \frac{2.05 \times 62 \times 250}{435 \times 1.0} = 73.05\ mm^2$$

- Prenons des barres d'un $\phi = 10\ mm$ ($78.5\ mm^2$) espacées de $250\ mm$ entre elles sur toute la largeur efficace du béton.

VI - Vérification à l'ELS

$G + Q = 9.80 + 7.50 = 17.30\ kN/m$

Flèche : $$w = \frac{5 (G + Q)\, l^4}{384\, E I_y}$$

I_y = dépend du coeff. d'équivalence acier - béton (n) et qui est fct du type de charge.

$$\text{on a} = n_0 = \frac{E_a}{E_{cm}} = \frac{210\ 000}{33\ 000} = 6.36 \quad \text{sur charge } Q$$

Ainsi $I_y = 25\ 540\ cm^4$ à mi-portée.

$$\text{et } n = \frac{3 E_a}{E_{cm}} = 19.08 \quad \text{pour la charge permanente } (G)$$

Ainsi $I_y = 18\ 900\ cm^4$

$$\text{et } w = \frac{5 \times 7.5^4}{384 \times 210\ 000}\left(\frac{9.80}{18\ 900 \times 10^{-8}} + \frac{7.50}{24\ 540 \times 10^{-8}}\right) = 16\ mm$$

Flèche limite : $(G+Q)$: $L/469$