Chapitre 1 : introduction à la qualité de l'énergie électrique (Q.E.E)

Introduction générale

La qualité de l'énergie électrique est un sujet stratégique pour les entreprises d'Electricité. Certaines de ses caractéristiques dépendent à la fois du producteur/distributeur d'électricité, des fabricants d'équipements et du client.

Tout ceci complique énormément le problème et rend le sujet très complexe. L'objectif de ce cours est qu'à travers les échanges sur ce sujet, on doit comprendre les phénomènes principaux qui dégradent la qualité de l'énergie électrique, leurs origines, les conséquences sur les équipements et les solutions principales.

L'électricité :

- domaine d'utilité publique ;
-la forme de l'énergie est souple et facilement adaptable ;
-convention facile en d'autres formes d'énergies (thermique, mécanique, chimique, …) ;
-pas de stockage possible (la quantité d'énergie accumulée dans le réseau électrique représente quelques secondes de consommation).

Facteurs influençant la Q.E.E

- Conditions climatiques
- Phénomènes transitoires (défauts, manœuvres, …)
- Phénomènes atmosphériques (foudre, …)
- Configuration du réseau (Energies renouvelables)

Contexte

- Nécessité économique d'accroitre la compétitivité pour les entreprises.
- La réduction des coûts liés à la perte de continuité de service.
- La réduction des coûts liés au surdimensionnement des installations et aux factures énergétiques.
- La surcharge de l'installation, d'où un vieillissement prématuré du réseau avec un risque accru de pannes.
- La généralisation d'équipements sensibles aux perturbations de la tension et/ou eux-mêmes générateurs de perturbations.
- Leur multiplicité au sein d'un même procédé exige une alimentation électrique de plus en plus performante en termes de continuité et de qualité.
- Ceci mène à la propagation de l'ouverture du marché de l'électricité ?

Objectifs de la mesure de la Q.E.E

- Applications contractuelle
- Maintenance corrective
- Optimisation du fonctionnement des installations électriques
- Enquêtes statistiques

Définition de la Q.E.E

- Qualité de l'alimentation
- Qualité de la fourniture
- Qualité de l'énergie électrique
- Qualité de l'électricité
- Qualité de la tension

Toute variation dans l'alimentation en puissance électrique ayant pour conséquence le dysfonctionnement ou l'avarie d'équipements des utilisateurs (creux de tension, surtension, transitoire, harmoniques, déséquilibre, …).

La définition ci-dessus, permet de résumer la qualité de l'énergie électrique à partir de la qualité de l'onde porteuse de cette dernière.

L'onde électrique (tension ou courant) est toujours périodique quelque soit les perturbations dues aux phénomènes cités auparavant. Les perturbations sont toujours suivies par des déformations du signal électrique tout en restant périodique. Ce qui permet de les interpréter en utilisant un outil mathématique très puissant. L'outil en question « série de Fourier » permet de décomposer le signal en somme d'harmoniques. La signification physique de cette décomposition permet de trouver des solutions aux perturbations.

Nous allons donc revenir sur la définition de l'énergie électrique afin d'introduire le concept de l'utilisation des séries de Fourier pour résoudre des problèmes liés à la dégradation de la qualité de l'énergie électrique.

L'énergie électrique est la variation du produit tension-courant dans le temps :

$$\boldsymbol{E(t) = \int_0^t u(t).\,i(t).\,dt}$$

- La tension est fournie par le distributeur
- Le courant électrique est absorbé par le consommateur
  Ceci permet déjà de déduire que la qualité de l'énergie dépend à la fois du producteur, du distributeur et du consommateur.

Rappel sur les signaux périodiques

Définition : toute fonction périodique de fréquence f peut se décomposer en une somme de sinusoïdes de fréquence h.f (h est un entier supérieur à 1). On appelle h le rang de l'harmonique. La fréquence de rang 1 est la composante fondamentale. Cette décomposition est dite décomposition en série de Fourier.

$$\boldsymbol{f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}[a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]}$$

La valeur efficace du signal est :

$$V_{eff} = \sqrt{a_0{}^2 + a_1{}^2 + a_2{}^2 + \ldots}$$

a_0, a_n et b_n sont les coefficients de la série de Fourier.

Propriétés des séries de Fourier

1) f(x+T) = f(x) (T > 0)

   Exemple :

- sin(x) : périodique de période 2π
- cos(x) : périodique de période 2π
- tan(x) : périodique de période π

2) Si f(x) est impaire, alors les termes seront nuls.
   f(-x) = -f(x) alors $a_n = 0 \quad \forall n$

3) Si f(x) est paire, alors les termes impairs seront nuls.
   f(-x) = f(x) alors $b_n = 0 \quad \forall n$

4) Soit f une fonction T- périodique

On pose que T=2L L=T/2

La série de Fourier associée à f est :

$$S_f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos(\frac{n\pi x}{L}) + b_n \sin(\frac{n\pi x}{L}))$$

Avec : $a_0 = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x).dx$

$$a_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x).\cos(\frac{n\pi x}{L}).dx \qquad b_n = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(x).\sin(\frac{n\pi x}{L}).dx$$

5) Théorème de Dirichlet

Si f est périodique et vérifie les conditions de Dirichlet sur $[a;b]$;

$$conditions\ de\ Direchlet \begin{cases} f\ est\ continue\ sur\ [a;b] \\ f\ est\ dérivable\ par\ morceaux\ sur\ [a;b] \end{cases}$$

Et

$$\forall\ x_0 \in [a;b] \quad f(x_0{}^+)\ et\ f(x_0{}^-) \quad sont\ finies\ et\ existent$$

$f(x_0{}^+) = \lim_{x \to x_0{}^+} f(x) \quad et \quad f(x_0{}^-) = \lim_{x \to x_0{}^-} f(x)$, Alors la série de Fourier converge vers :

- Si f est continuent en x_0 alors $f(x_0) = S_f(x_0)$
- Si f est discontinue en x_0 (il y a un saut) alors $S_f(x_0) = \frac{f(x_0{}^+) + f(x_0{}^-)}{2}$

Exemple :

On considère le signal défini par f(t) = t + π pour $t \in [-\pi\,,\pi[$ avec f périodique de période 2π. On suppose que f vérifie les conditions de Dirichlet.

Soit $S_f(t)$ le développement en série de Fourier associé à f(t) :

$$S_f(t) = \pi + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin(nt)$$

1) Retrouver la valeur des coefficients de Fourier
2) En appliquant le théorème de Dirichlet, comparer $S_f(0)\ et\ f(0)$ et $S_f(\pi) et\ f(\pi)$

Solution :

1)

a) Calcul de a_0

$$a_0 = \frac{1}{L}\int_{-L}^{L} f(t)dt = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(t+\pi)dt = \frac{1}{\pi}\left[\frac{t^2}{2} + \pi t\right]_{-\pi}^{+\pi} = \pi$$

b) Calcul de a_n

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(t+\pi)\cos(nt)\,dt = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} t\cos(nt)\,dt + \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos(nt)\,dt$$

Le second terme de l'intégrale est nul.

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} t\cos(nt)\,dt$$

On effectue une intégration par parties : $\int u.dv = u.v - \int v.du$

Posons : $u = t \quad du = dt\ ; \quad dv = \cos(nt) \quad v = \frac{1}{n}\sin(nt)$

$$a_n = \frac{1}{\pi}\left[\frac{t}{n}\sin(nt)\right]_{-\pi}^{\pi} - \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\sin(nt)\ dt = 0$$

c) Calcul de b_n

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(t+\pi)\sin(nt)\ dt = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} t\sin(nt)\ dt + \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\pi\sin(nt)\,dt$$

Le second terme de l'intégrale est nul.

$$b_n = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} t\sin(nt)\,dt$$

On effectue une intégration par partie, et on déduit :

$$b_n = \frac{2.(-1)^{n+1}}{n}$$

On retrouve bien que :

$$S_f(t) = \pi + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin(nt)$$

2)

- f(0) est continue en 0, donc f(0) = $S_f(0)$
- En π la fonction est discontinue $S_f(\pi) = \frac{f(\pi^+)+f(\pi^-)}{2} = \frac{0+2\pi}{2} = \pi$

Exercice 1

On se propose de calculer la série de Fourier d'une fonction périodique et d'étudier la convergence.

f 2π- périodique définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & si \quad 0 < x < \pi \\ 0 & si \quad x \in \{-\pi, 0, \pi\} \\ -1 & si \quad -\pi < x < 0 \end{cases}$$

Réponse :

$$a_0 = 0\,, \quad a_n = 0$$

$$b_{n=(2k+1)} = \frac{4}{(2k+1)\pi} \quad k = 0,\infty$$

$$S_f(x) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{4}{(2k+1)\pi}\sin[(2k+1)x]$$

Etude de la convergence

Les conditions de Dirichlet sont satisfaites :

Donc f(x) est convergente en tout point continu ou discontinu

$$\forall\ x \in\ ]-\pi\,,0[\ U\ ]0\,,\pi[$$

- Si $x \neq k\pi$

$$f(x) = S_f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{4}{(2k+1)\pi} \sin[(2k+1)x]$$

- Si $x = k\pi \quad S_f(x) = f(x) = 0$

Exercice 2 :

f- 2π périodique définie par :

$$f(x) = \begin{cases} x & si\ 0 \leq x < \pi \\ \frac{\pi}{2} & si\ \ x = -\pi \\ 0 & si - \pi < x \leq 0 \end{cases}$$

Déterminer la série de Fourier et étudier la convergence

Réponse :

$$a_0 = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad a_{2n} = 0 \quad ; \quad a_{2n+1} = \frac{-2}{\pi(2n+1)^2}$$

$$b_n = (-1)^{n+1}.\frac{1}{n}$$

$$S_f(x) = \frac{\pi}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_{2n+1} \cos(nx) + b_n \sin(nx)]$$

Etude de la convergence

f vérifie les hypothèses du théorème de Dirichlet.

- Si $x \neq \pi + 2k\pi \quad k \in \mathbb{Z} \qquad S_f(x) = f(x)$
- Si $x = \pi + 2k\pi \qquad S_f(\pi + 2k\pi) = \frac{\pi}{2}$

Application : Courant et F.e.m dans une machine BLDCM

Dans une machine à courant continu à aimants permanents à commutation électronique (dite Bruchless DC motor : BLDCM), la forme du courant est rectangulaire et la forme de la f.é.m. est trapézoïdales. Montrer que la décomposition en série de Fourier du courant de la phase est de la forme :

$$i_a(t) = \frac{4I_m}{\pi} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{\cos(nH)\ \sin(n\omega t)}{n}$$

$$i_a(t) = \begin{cases} 0 & si\ 0 \le t < H \\ I_m & si\ H \le t \le 5H \\ 0 & si\ 5H < t < \pi + H \\ -I_m & si\ \pi + H \le t \le 2\pi - H \\ 0 & si\ 2\pi - H < t \le 2\pi \end{cases}$$

Tracer le spectre des harmoniques de courant et donner une interprétation physique.

Une bonne compréhension des séries de Fourier nous permettra de bien comprendre la suite du cours sur la qualité de l'énergie électrique.
Au chapitre 2, on étudiera en détail l'importance de l'énergie réactive dans les réseaux électriques, ainsi que la compensation de cette dernière.

Bibliographie

1- La qualité de l'énergie électrique : Schneïder Electric cahier technique numéro 199.

2-