

# **CHAPITRE I**

## **Transformateurs**

## A) Rappels

Il est indispensable de rappeler, les définitions de quelques grandeurs qui seront très utilisées dans l'étude des circuits magnétiques. Il s'agit des inductances propres, mutuelle, de fuites.

Notons immédiatement qu'elles ne seront constantes que si le circuit magnétique est dépourvu d'hystérésis et de saturation.

### a) Inductance propre

Un bobinage de  $n_1$  spires parcourues par un courant  $i_1$  est monté sur un circuit magnétique de réluctance  $\mathbb{R}$

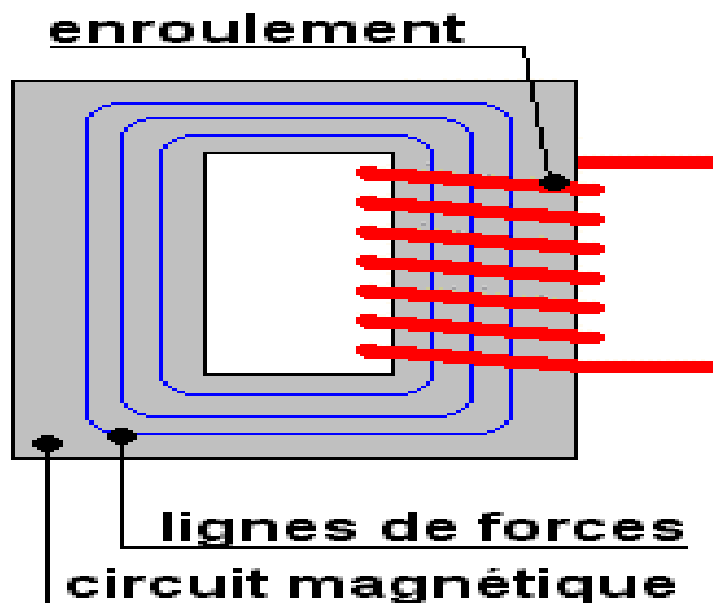


Fig. 1 : Circuit magnétique

$n_1 \cdot i_1 = \mathbb{R} \cdot \phi'_1$  ( $\phi'_1$ : étant le flux propre) ; c'est la relation d'Hopkinson

L'inductance propre du bobinage est :

$$L_1 = \frac{n_1 \cdot \phi'_1}{i_1} = \frac{n_1^2}{\mathbb{R}} \quad \text{en henry}$$

## b) Inductance mutuelle

Considérons un circuit magnétique constitué de deux bobines :

- Bobine 1 de  $n_1$  spires parcourues par un courant  $i_1$ .
- Bobine 2 de  $n_2$  spires en circuit ouvert.

Les  $n_1 i_1$  ampères tours de la bobine 1 crée un flux  $\phi'_1$ . Il se décompose en deux flux :  $\phi_1$  et  $\phi_{f1}$  tels que :

$$\phi'_1 = \phi_1 + \phi_{f1}$$

$\phi_1$  : est le flux dû à la bobine 1 et traversant la bobine 2

Le circuit magnétique est de réluctance  $\mathbb{R}$ .

$\phi_{f1}$  : est le flux de fuite de la bobine 1 par rapport à la bobine 2. Il est canalisé par un circuit magnétique  $\mathbb{R}_{f1}$ . La réluctance globale est  $\mathbb{R}_1$ .

$n_1 i_1 = \mathbb{R}_1 \phi'_1 = \mathbb{R} \phi_1 = \mathbb{R}_{f1} \cdot \phi_{f1}$  (équivalent à la mise en parallèle de 2 circuits magnétiques)

On déduit : 
$$\frac{1}{\mathbb{R}_1} = \frac{1}{\mathbb{R}} + \frac{1}{\mathbb{R}_{f1}}$$

Par définition :

$M = \frac{n_2 \phi}{i_1} = \frac{n_1 n_2}{\mathbb{R}}$  : est la **mutuelle inductance des bobines 1 et 2.**

$L_{1p} = \frac{n_1 \phi_1}{i_1} = \frac{n_1^2}{\mathbb{R}}$  : est l'**inductance principale de la bobine 1.**

$l_1 = \frac{n_1 \phi_{f1}}{i_1} = \frac{n_1^2}{\mathbb{R}_{f1}}$  : est l'**inductance de fuites partielles du bobinage 1.**

## c) Bobine à noyau de fer

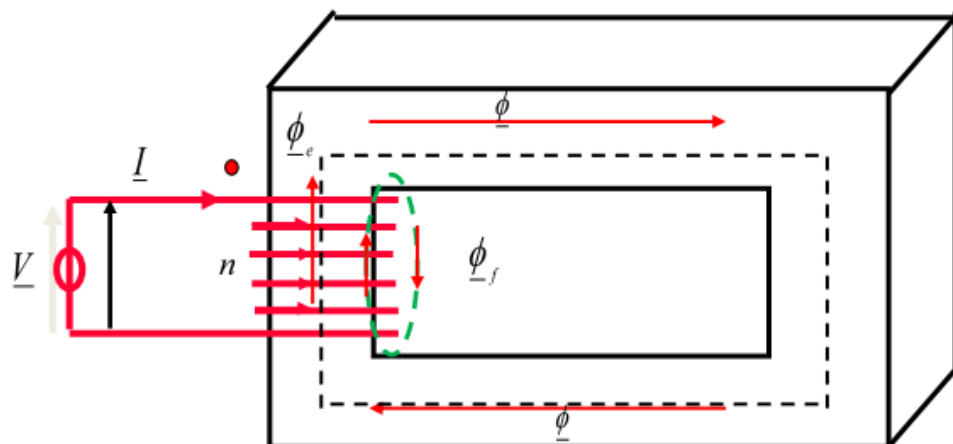


Fig. 2 : Bobine à noyau de fer

Equations des tensions

$$v = e + Ri + l \frac{di}{dt} \quad \text{avec} \quad e = n \frac{d\phi}{dt}$$

$e$ : force contre électromotrice

$R$  : résistance de la bobine

$l = \frac{n^2}{\mathbb{R}_f}$  : l'inductance de fuite

$\phi$  : le flux utile (c'est-à-dire canalisé par la totalité du circuit magnétique)

En écritures complexes, si on suppose toutes les grandeurs sinusoïdales, nous aurons :

$$\bar{V} = \bar{E} + r\bar{I} + j\omega\bar{I}$$

Avec  $\bar{E} = jn\omega\bar{\phi}$        $\omega$  : pulsation

**Remarque** : en pratique et afin de limiter les pertes par courants de Foucault, le circuit magnétique est constitué de tôles possédant un certain pourcentage de silicium (0.8% à 3.5% voir moins). L'augmentation du pourcentage de silicium réduit les pertes mais augmente la fragilité des tôles (risques de cassures lors du découpage).

## B) Le transformateur monophasé

Le transformateur est une machine statique permettant, en alternatif, la modification de certaines grandeurs (tensions, intensités) sans changer leur fréquence.

Il assure la transmission de la puissance avec un excellent rendement.

Il est également utilisable avec des courants ou des tensions variables mais non alternatifs. Cette sorte d'application n'est pas envisagée dans ce chapitre.

Nous étudierons tout d'abord le transformateur monophasé et nous verrons comment en déduire les propriétés des transformateurs triphasés.

### 1) Symboles

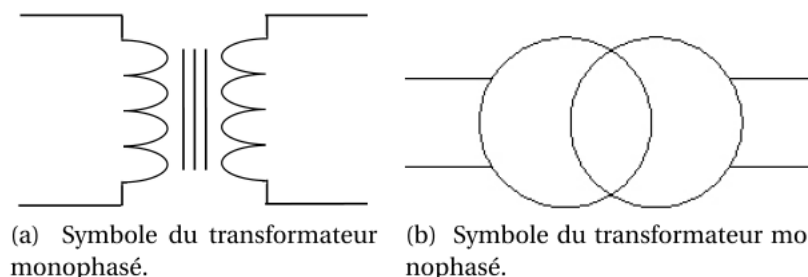


Fig. 3 : Symboles du transformateur monophasé

## 2) Constitution

Le transformateur est un quadripôle constitué de deux enroulements entourant un circuit magnétique fermé.

- **Circuit magnétique fermé**

- De perméabilité magnétique aussi haute que possible afin de faciliter le plus possible le passage des lignes de champ magnétique.
- D'hystérésis aussi faible pour limiter les pertes.
- Feuilleté (tôles de 0.2 à 0.3 mm d'épaisseur) afin de limiter les courants induits (de Foucault).
- De résistances électriques aussi élevées que possible, toujours dans le but d'affaiblir les courants de Foucault, à cette fin on utilise des aciers au silicium (2 à 3 %)

- **Deux enroulements (bobines)**

- Le primaire alimenté par une tension  $V_1$  et comportant  $n_1$  spires. Il absorbe le courant  $I_1$ .
- Le secondaire comporte  $n_2$  spires, il fournit, sous la tension  $V_2$ , un courant  $I_2$  au dipôle récepteur.
- Les deux enroulements sont isolés électriquement mais magnétiquement couplés par le flux  $\phi$ .

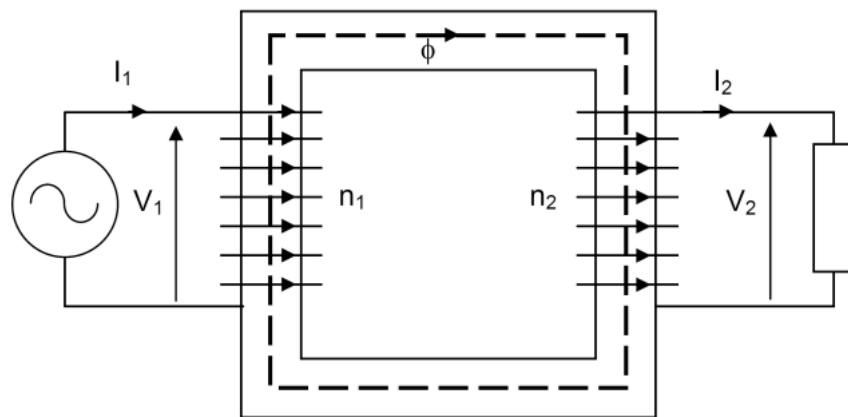


Fig. 3 : Schéma représentant un transformateur monophasé

**Remarque :** pour les transformateurs de fortes puissances, les pertes magnétiques et les pertes par effet Joule élèvent la température du transformateur. Pour éviter une détérioration des isolants, les enroulements sont placés dans une cuve contenant généralement un liquide isolant, la chaleur dégagée au niveau des enroulements est véhiculée par ce liquide vers

un système de refroidissement (dissipateurs thermiques placés à la périphérie de la cuve).

### 3) Principe

Le primaire ( $n_1$  spires, résistances  $R_1$ , tension  $v_1$ ).

Le secondaire ( $n_2$  spires, résistance  $R_2$ , tension  $v_2$ ).

D'après la loi de Faraday, le flux magnétique variable dû au courant du primaire induit une force électromotrice (f.é.m) dans le secondaire.

Le primaire absorbe une puissance  $P_1 = V_1 I_1 \cos \varphi_1$ .

Le secondaire alimente une charge sous une puissance  $P_2 = V_2 I_2 \cos \varphi_2$ .

Dans le cas d'un transformateur parfait, la conservation de la puissance permet d'écrire :  $P_1 = P_2$ .

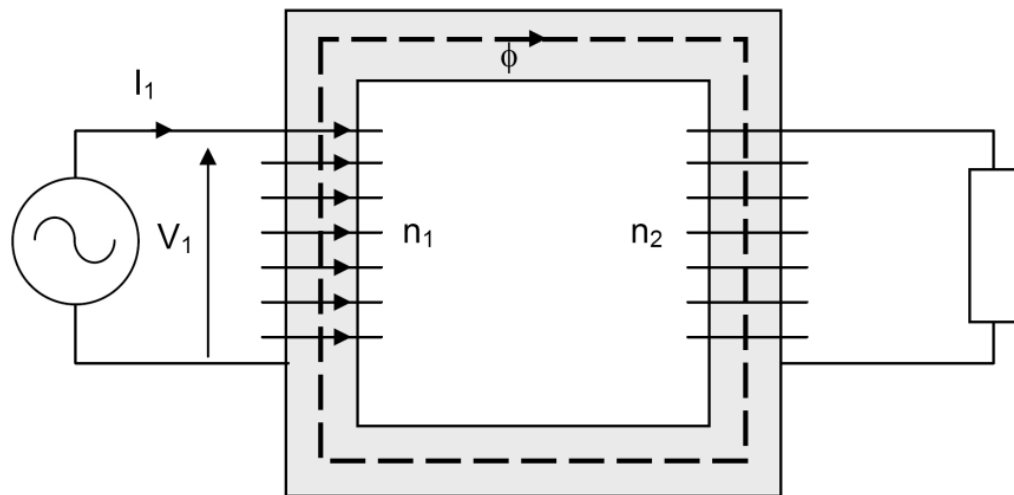


Fig. 4 : Transformateur supposé parfait

Le flux  $\phi$  est le flux commun au 2 enroulements, ce flux circule dans le circuit magnétique.

Les enroulements sont épais, cela entraîne qu'un certain nombre de lignes de champ se referment dans l'air (Fig. 5). Ce phénomène est à l'origine du flux de fuite au primaire et au secondaire  $\phi_{f1}$  et  $\phi_{f2}$  respectivement.

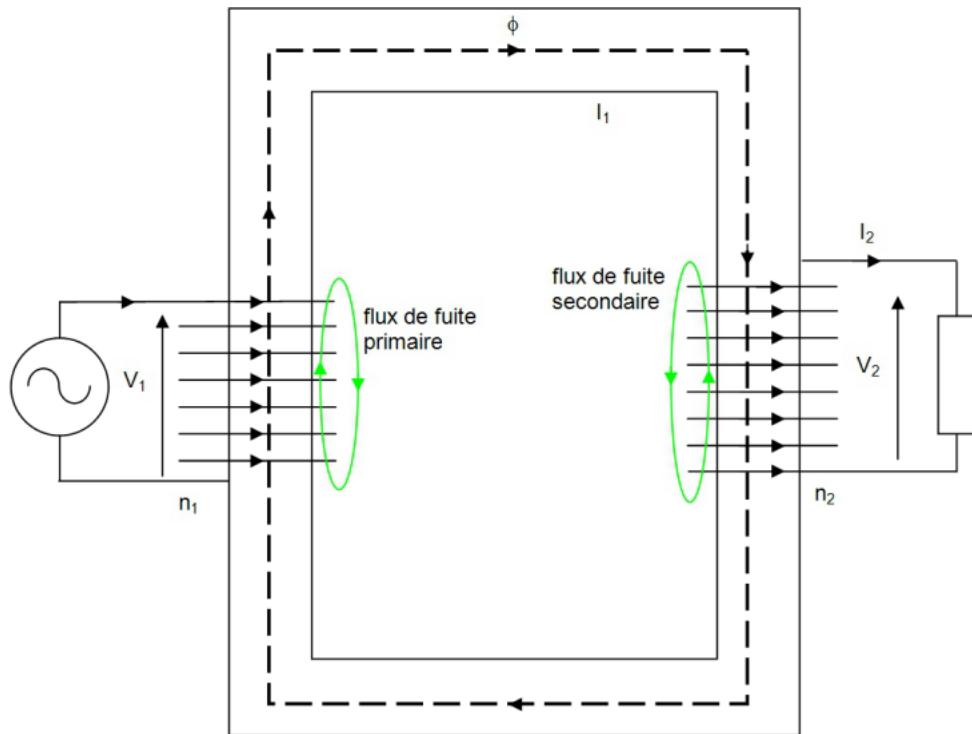


Fig. 5 : Flux de fuite au primaire et au secondaire à un instant donné

Le flux total traversant une spire du primaire est :  $\bar{\phi}_1 = \bar{\phi} + \bar{F}_1$

Le flux total traversant une spire du secondaire est :  $\bar{\phi}_2 = \bar{\phi} - \bar{F}_2$

En régime sinusoïdal (en supposant le circuit magnétique non saturé) :

$$\bar{V}_1 = R_1 \bar{I}_1 + j n_1 \omega \bar{\phi}_1$$

$$\bar{V}_2 = -R_2 \bar{I}_2 + j n_2 \omega \bar{\phi}_2$$

(le signe - provient du sens choisi pour  $I_2$  qui est fourni par le secondaire)

**Rappel :** l'analyse d'un circuit magnétique dans le cadre de l'approximation linéaire d'Hopkinson implique des circuits magnétique parfaits, c'est-à-dire linéaire ( $\mu_r$  constant) et exempts de fuites magnétiques.

$$F.m.m = \mathbb{R} \cdot \phi \quad \mathbb{R} : H^{-1}$$

$$\mathbb{R} = \frac{1}{\mu} \frac{l}{S} \quad l, S: \text{longueur et section du circuit magnétique}$$

Et d'après le théorème d'Ampère :  $\int H \cdot dl = \sum I = n \cdot I = F.m.m$

$$H = \frac{B}{\mu} = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{\phi}{S}$$

$$F.m.m = H \cdot l = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \frac{\phi l}{S} \Rightarrow \mathbb{R} = \frac{l}{\mu S}$$

Le flux commun  $\phi$  est donné par la relation d'Hopkinson (**fuites négligés**)

$$n_1 \bar{I}_1 - n_2 \bar{I}_2 = \mathbb{R} \bar{\phi}$$

$$\begin{aligned} n_1 \bar{\phi}_{f1} &= l_1 \bar{I}_1 & l_1 : \text{inductance de fuite du primaire} \\ n_2 \bar{\phi}_{f2} &= l_2 \bar{I}_2 & l_2 : \text{inductance de fuite du secondaire} \end{aligned}$$

Finalement, on obtient l'ensemble des équations du transformateur :

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = (R_1 + j\omega l_1) \bar{I}_1 + jn_1 \omega \bar{\phi} \\ \bar{V}_2 = -(R_2 + j\omega l_2) \bar{I}_2 + jn_2 \omega \bar{\phi} \\ n_1 \bar{I}_1 - n_2 \bar{I}_2 = \mathbb{R} \bar{\phi} \end{cases}$$

Il reste à introduire les pertes du circuit magnétique.

#### 4) Transformateur idéal (parfait)

- $l_1 = l_2 = 0$  (pas de fuites magnétiques)
- $R_1 = R_2 = 0$  (pas de pertes Joule)
- $\mathbb{R} = 0$  (supraréductant)
- pas de pertes fer

Les équations se simplifient et deviennent :

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = jn_1 \omega \bar{\phi} \\ \bar{V}_2 = jn_2 \omega \bar{\phi} \\ n_1 \bar{I}_1 = n_2 \bar{I}_2 \\ \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} \end{cases}$$

$m = \frac{n_2}{n_1}$  est appelé le rapport de transformation

$$\phi = \frac{V_1}{\omega n_1}$$

Dans le circuit magnétique de section  $S$  :

$$B_{eff} = \frac{\phi}{S} = \frac{B_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$B_{max} = \frac{\sqrt{2}}{\omega S n_1} V_1 \leq B_{saturation}$$

En fonctionnement industriel,  $V_1, \omega$  sont des constantes.

Connaissant  $V_1, B_{saturation}, f, S$ , on peut en déduire le nombre de spires minimum devant constituer le primaire du transformateur.

#### 4.1) Impédance ramené

Dans un transformateur parfait :  $P_1 = P_2$

$$\begin{aligned} V_1 I_1 \cos \varphi_1 &= V_2 I_2 \cos \varphi_2 \\ \cos \varphi_1 &= \frac{V_2}{V_1} \frac{I_2}{I_1} \cos \varphi_2 = m \frac{1}{m} \cos \varphi_2 = \cos \varphi_2 \end{aligned}$$

Ce qui montre que :  $\varphi_1 = \varphi_2$



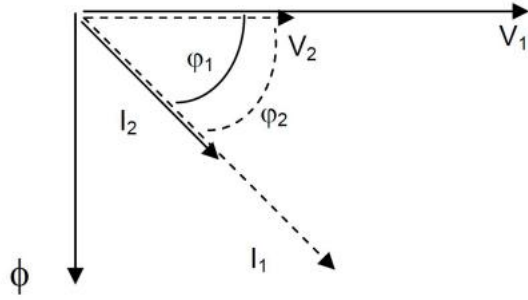


Fig. 6 : Déphasage courant tension d'un transformateur parfait

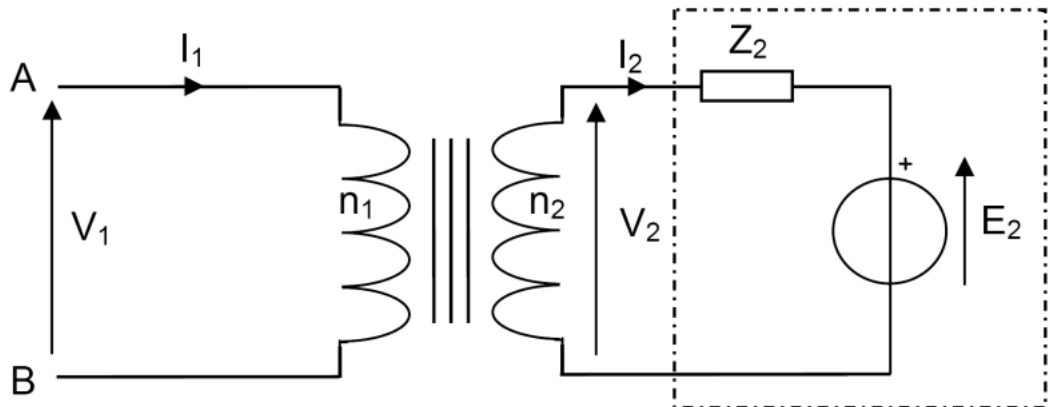


Fig. 7 : Transformateur parfait alimentant un dipôle modélisé par Thevenin

Cherchons à quel générateur ( $E_1, Z_1$ ) est équivalent au montage vu des bornes A et B.

$$\bar{V}_2 = \bar{E}_2 + \bar{Z}_2 \bar{I}_2$$

Éliminons  $\bar{V}_2$  et  $\bar{I}_2$ , utilisant  $m = \frac{V_2}{V_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}$

$$\bar{V}_1 = \frac{n_1}{n_2} \left( \bar{E}_2 + \bar{Z}_2 \frac{n_1 \bar{I}_1}{n_2} \right) = \frac{n_1}{n_2} \bar{E}_2 + \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2 \bar{Z}_2 \bar{I}_1$$

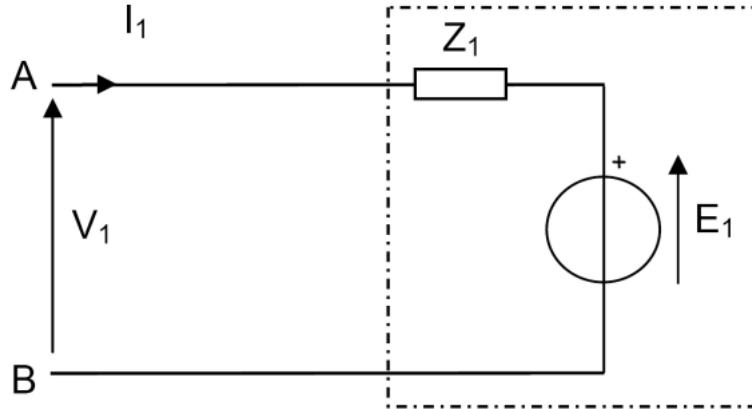


Fig. 8 : Modèle de Thevenin alimentant un dipôle

$$\bar{V}_1 = \bar{E}_1 + \bar{Z}_1 \bar{I}_1$$

Par identification :  $\bar{E}_1 = \frac{n_1}{n_2} \bar{E}_2$

$$\frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2, \quad \bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 \cdot \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 = \frac{\bar{Z}_2}{m^2}$$

### 5) Transformateur réel à vide

A vide, le transformateur réel absorbe un courant à vide, faible devant le courant nominal.

#### Influence de $\mathbb{R}$

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = jn_1\omega\bar{\phi} \\ \bar{V}_2 = jn_2\omega\bar{\phi} \\ n_1\bar{I}_1 - n_2\bar{I}_2 = \mathbb{R}\bar{\phi} \end{cases}$$

$$\bar{I}_1 = \frac{n_2}{n_1} \bar{I}_2 + \frac{\mathbb{R}}{n_1} \bar{\phi} = \frac{n_2}{n_1} \bar{I}_2 + \frac{\mathbb{R}\bar{V}_1}{j\omega n_1^2}$$

Le second terme est le courant magnétisant du transformateur  $\bar{I}_{10}$

$$\bar{I}_{10} = \frac{\bar{V}_1}{j\omega \frac{n_1^2}{\mathbb{R}}} = \frac{\bar{V}_1}{j\omega L_1}$$

avec  $L_1 = \frac{n_1^2}{\mathbb{R}}$  ;  $L_1$  est l'inductance propre de l'enroulement primaire.

**A vide**,  $I_2 = 0$  et  $I_1 = I_{10}$

Si  $V_1$  et  $\omega$ , sont constantes,  $I_{10}$  est constant.

$$\bar{I}_1 = \frac{n_2}{n_1} \bar{I}_2 + \bar{I}_{10} \quad \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

Ces équations seront traduites par le schéma équivalent d'un transformateur réel et qui comprend :

- Un transformateur parfait
- Une inductance  $L_1$  en parallèle et dans laquelle passe le courant magnétisant.

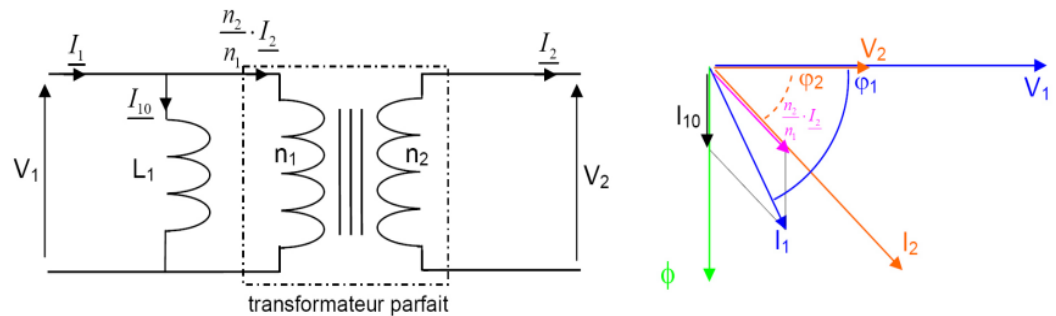


Fig. 9 : Modèle du transformateur réel à vide, représentation vectorielle des courants

### Pertes fer

Ces pertes sont dues à l'hystérésis et aux courants de Foucault, ce qui signifie qu'à vide, le transformateur réel absorbe un courant  $I_{1v}$  qui comporte, outre le courant magnétisant  $I_{10}$ , un courant  $I_{1F}$  en phase avec la tension, correspondant aux pertes fer.

$$P_v = P_{fer} = V_1 I_{1F} = V_1 I_{1v} \cos \varphi_{1v}$$

$\varphi_{1v}$  étant le déphasage entre  $V_1$  et  $I_{1v}$

$$\bar{I}_{1v} = \bar{I}_{10} + \bar{I}_{1F}$$

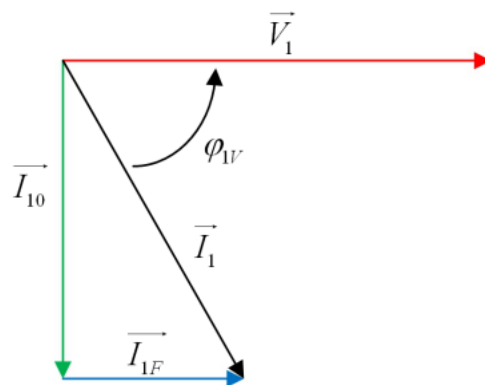


Fig. 10 : Décomposition du courant  $I_{1v}$  absorbé à vide en courant dû aux pertes fer  $I_{1F}$  et en courant dû à la création du flux  $I_{10}$

Le schéma équivalent est complété par une résistance  $R_F$  représentant les pertes fer.

$$P_{fer} = V_1 I_{1F} = \frac{V_1^2}{R_F}$$

Enfinement :  $\bar{I}_1 = \frac{n_2}{n_1} \bar{I}_2 + \bar{I}_{1v}$  et  $\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_1} = \frac{n_2}{n_1}$

## 6) Transformateur réel en charge

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= (R_1 + j\omega l_1)\bar{I}_1 + jn_1\omega\bar{\Phi} \\ \bar{V}_2 &= -(R_2 + j\omega l_2)\bar{I}_2 + jn_2\omega\bar{\Phi} \\ \bar{I}_1 &= \frac{n_2}{n_1}\bar{I}_2 + \bar{I}_{1v} = \frac{n_2}{n_1}\bar{I}_2 + \bar{I}_{10} + \bar{I}_{1F}\end{aligned}$$

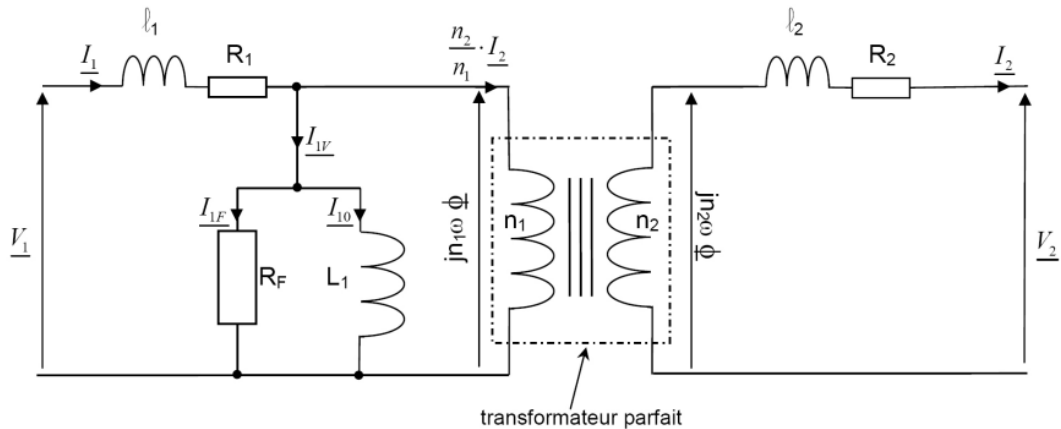


Fig. 11 : Schéma équivalent du transformateur réel en charge : prise en compte des pertes fer et du courant magnétisant.

- **En pratique**, la chute de tension dans  $R_1$  et  $l_1$  est faible devant  $V_1$  et, pour le calcul du courant  $I_{1v}$ , lui-même faible, il est inutile d'en tenir compte. On obtient alors un schéma simple et suffisamment précis, comme il est montré sur la figure 12.

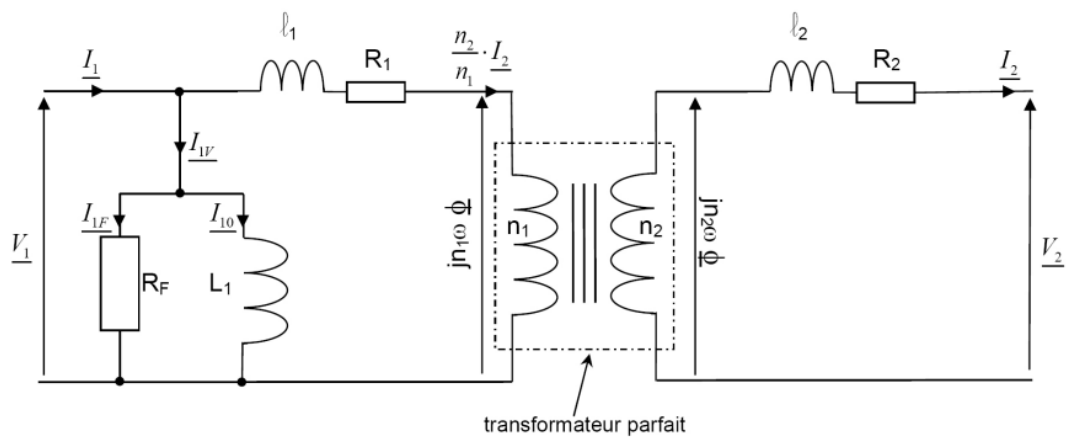


Fig. 12 : Schéma équivalent d'un transformateur réel en charge : simplification.

On peut enfin réduire ce schéma en utilisant le théorème du transfert d'impédance, on peut ramener  $R_1$  et  $l_1$  au secondaire en les multipliant par  $(\frac{n_2}{n_1})^2$  et en les regroupant avec  $R_2$  et  $l_2$  ; on pose :

$R_s = R_2 + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 R_1$  ; correspondant à la résistance des enroulements ramenée au secondaire.

$l_s = l_2 + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 l_1$  ; correspondant à l'inductance de fuite ramenée au secondaire.

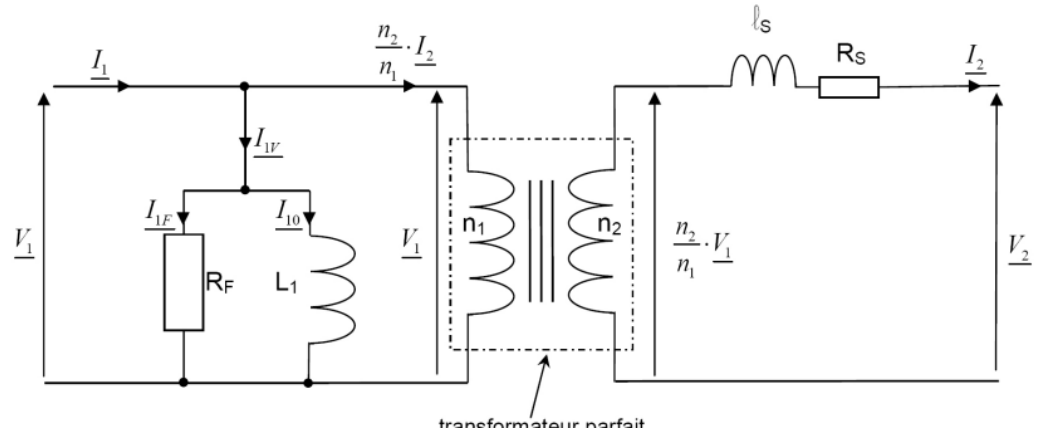


Fig. 13 : Schéma équivalent du transformateur réel en charge : utilisation du théorème du transfert d'impédance pour ramener la résistance et l'inductance du primaire au secondaire.

Le schéma final (Fig. 13), est aussi appelé schéma de Kapp.

**On retrouve le modèle idéal si :**

$$L_1 = \infty, \quad l_s = 0, \quad R_F = \infty \text{ et } R_s = 0$$

**Chute de tension**

$$\frac{n_2}{n_1} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_s + j\omega l_s) \bar{I}_2 \quad ; \text{équation de Kapp}$$

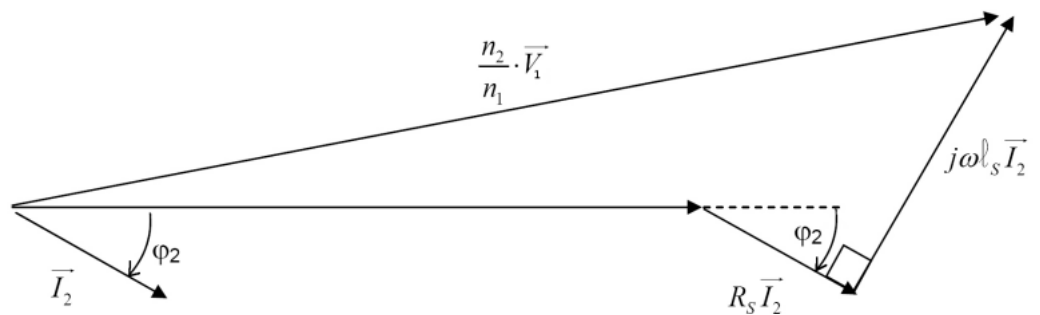


Fig. 14 : Diagramme de Kapp des tensions

A vide  $I_2 = 0 \quad V_2 = V_{20} = \frac{n_2}{n_1} V_1$

On appelle chute de tension la quantité :

$$\Delta V_2 = |V_{20}| - |V_2|$$

$$\Delta V_2 \cong R_s I_2 \cos \varphi_2 + l_s \omega I_2 \sin \varphi_2$$

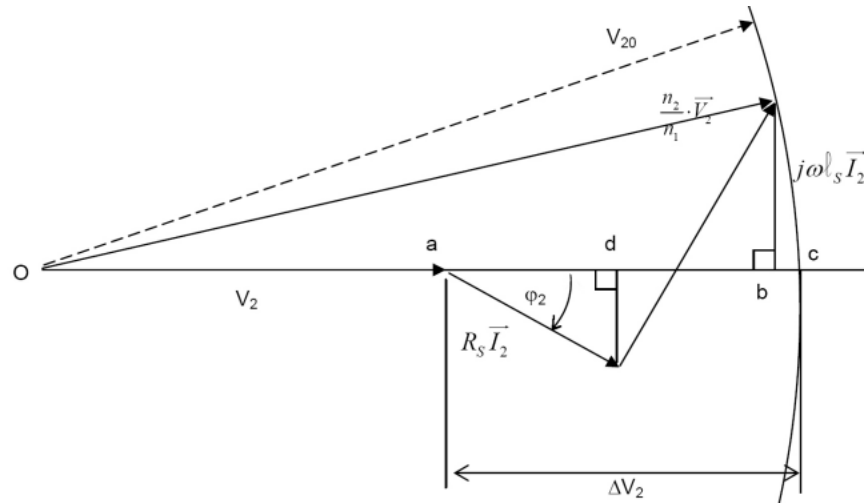


Fig. 15 : Justification graphique du calcul de la chute de tension

## 7) Essai du transformateur monophasé

### 7.1) Essai à vide ( $I_2 = 0$ )

On mesure  $V_1, V_2 = V_{20}, P_{1v}, I_{1v}$

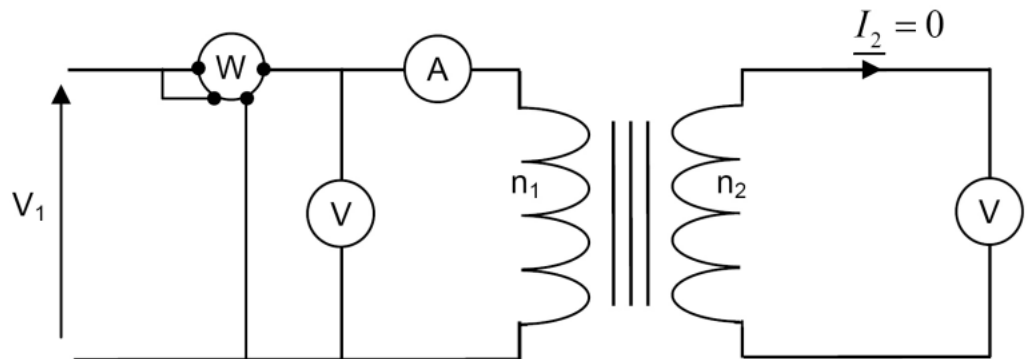


Fig. 16 : Essai à vide du transformateur

$$R_1 I_1^2 \approx 0 \text{ et } R_2 I_2^2 = 0$$

La puissance mesurée est assimilée aux seuls pertes fer.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{V_{20}}{V_1} \quad \text{et} \quad \cos \varphi_{1v} = \frac{P_{1v}}{V_1 I_{1v}}$$

$$I_{1F} = I_{1v} \cos \varphi_{1v} \quad \text{et} \quad I_{10} = I_{1v} \sin \varphi_{1v}$$

## 7.2) Essai en court circuit

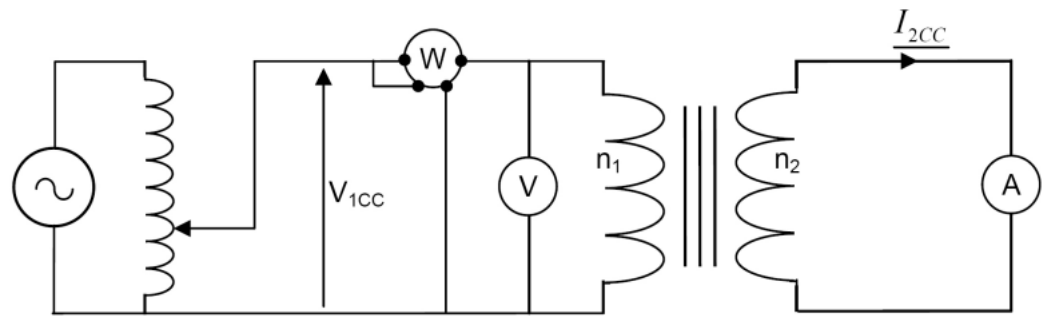


Fig. 17 : Essai en court circuit du transformateur

Le primaire doit être alimenté sous une tension réduite  $V_{1cc}$ . On mesure  $V_{1cc}, P_{1cc}, I_2 = I_{2cc}$ .

Comme  $V_{1cc}$  est très faible, les pertes fer sont négligeables et il ne reste que les pertes Joule.

$$P_{1cc} \cong R_s I_{2cc}^2 \quad \text{d'où } R_s.$$

On peut également mesurer  $R_1$  et  $R_2$  en courant continu et faire le calcul.

Le diagramme de Kapp se réduit à un triangle rectangle ( $V_2 = 0$ ) dont on connaît le côté ( $R_s I_{2cc}$ ) et l'hypoténuse.

On en déduit ( $l_s \omega$ ) :

$$l_s \omega I_{2cc} = \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1} V_{1cc}\right)^2 - (R_s I_{2cc})^2}$$

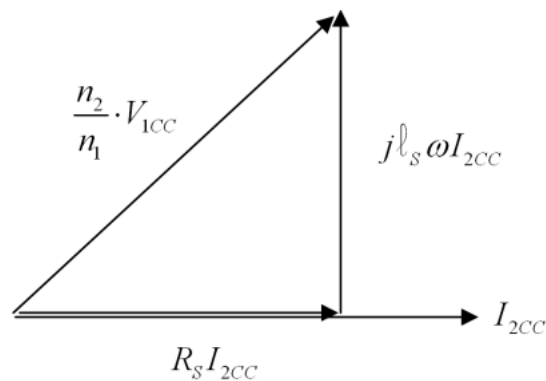


Fig. 18 : Essai en court circuit du transformateur

On peut déterminer  $V_2$  (ou la chute de tension) pour tout courant  $I_2$  débité et tout déphasage (Fig. 19).

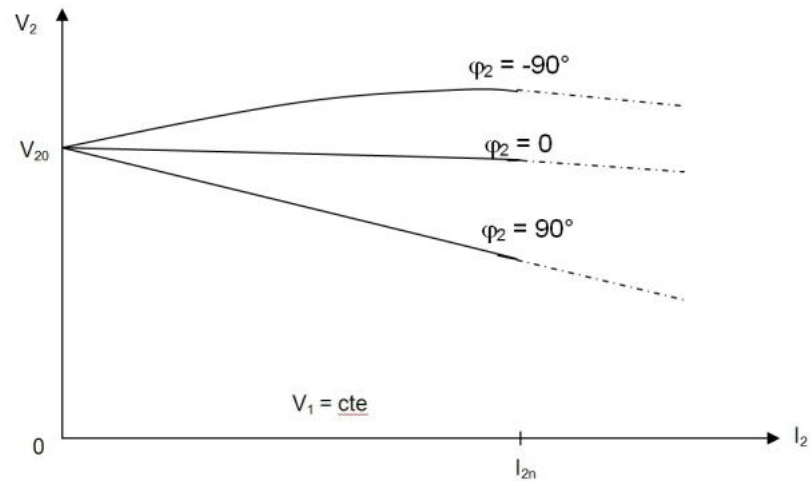


Fig. 19 : Chute de tension du transformateur en fonction du déphasage imposé par les récepteurs.

### Pertes fer

$$P_f = \frac{V_1^2}{R_F} = P_v$$

### Rendement

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + p_J + p_F} = \frac{V_2 I_2 \cos \varphi_2}{V_2 I_2 \cos \varphi_2 + R_S I_2^2 + P_F}$$

- L'essai à vide permet de déterminer les pertes fer.
- L'essai en court circuit permet de déterminer les pertes Joule.

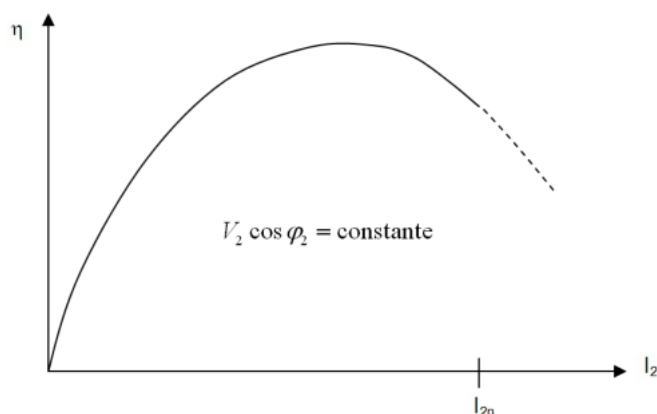


Fig 20 : Rendement du transformateur en fonction du courant débité  $I_2$ .



## 8) Les transformateurs spéciaux

### 8.1) Autotransformateur

Un autotransformateur est composé d'un enroulement unique monté sur un circuit magnétique. Pour un autotransformateur abaisseur, par exemple, la haute tension est appliquée à l'enroulement complet et la basse tension est obtenue entre une extrémité de l'enroulement et une prise intermédiaire (voir figures ci-dessous) .

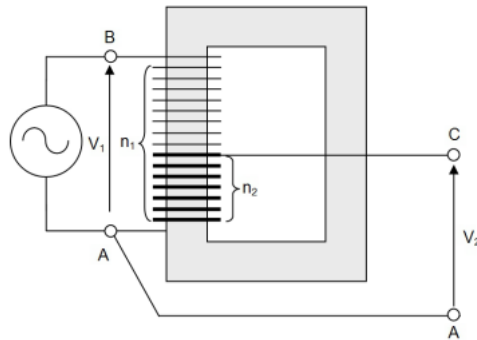


Fig. 21 : Autotransformateur

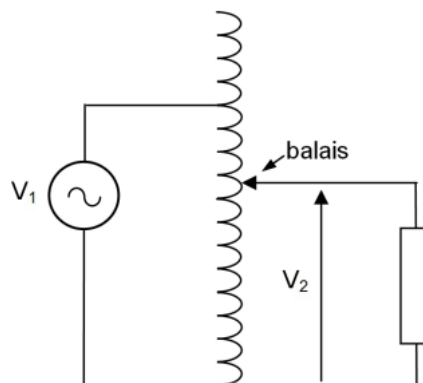


Fig. 22 : Schéma de principe d'un autotransformateur variable

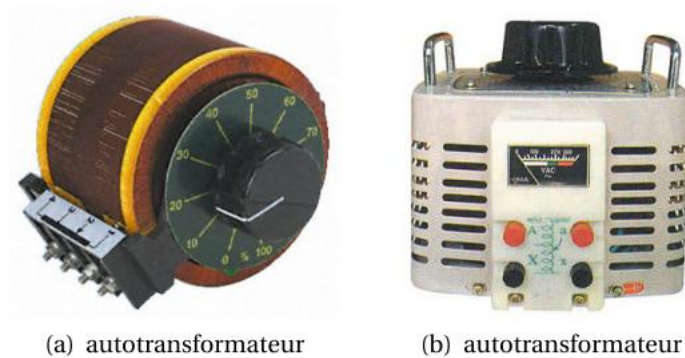


Fig. 23 : autotransformateur variable

$$V_2 = \frac{n_2}{n_1} V_1$$

**Remarque :** un transformateur à deux enroulements peut être monté en autotransformateur ; il suffit de relier le secondaire en série avec le primaire.

### 8.2) Transformateur de tension (TT)

Les transformateurs de tensions sont utilisés sur les lignes à haute tension pour alimenter des appareils de mesure (voltmètre, wattmètre, ...) ou de protection (relais).

Les transformateurs de tension installés sur les lignes HT sont toujours raccordés entre ligne et neutre (voir Fig. 24).

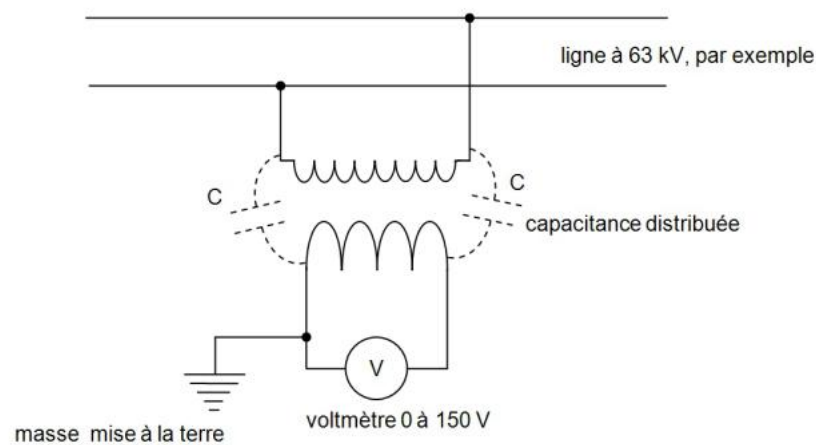


Fig. 24 : Transformateur de tension : nécessité de branchement du secondaire à la terre.

Afin d'éviter le risque de choc électrique en touchant l'instrument de mesure ou un de ses fils de raccordement, un des fils de l'enroulement secondaire doit systématiquement être relié à la masse. En effet même si le secondaire paraît isolé du primaire, la capacité distribuée entre les enroulements effectue une connexion invisible qui peut mettre le secondaire à un potentiel élevé par rapport au sol si ce dernier n'est pas raccordé à la masse.

### 8.3) Transformateur de courant (TI)

Les transformateurs de courant sont utilisés pour ramener à une valeur facilement mesurable les courants intenses des lignes à haute tension ou à basse tension. Ils servent également à isoler les appareils de mesure ou de protection des lignes à haute tension (Fig. 25). Le primaire de ces transformateurs est monté en série avec la ligne dont on veut mesurer l'intensité. Comme dans le cas d'un transformateur de tension, on doit toujours raccorder un des fils secondaires à la masse.



Fig. 25 : Transformateur de courant

$$I_2 \ll I_1 , \text{ il faut } n_2 \gg n_1$$

**Remarque :** on ne doit jamais ouvrir le secondaire d'un TI lorsque le primaire est alimenté. S'il est nécessaire de retirer un instrument raccordé au secondaire, il faut auparavant mettre le secondaire en court circuit et ensuite retirer l'instrument, ou encore, ce qui est souvent plus facile à réaliser, c'est mettre le primaire en court circuit (Fig. 26).

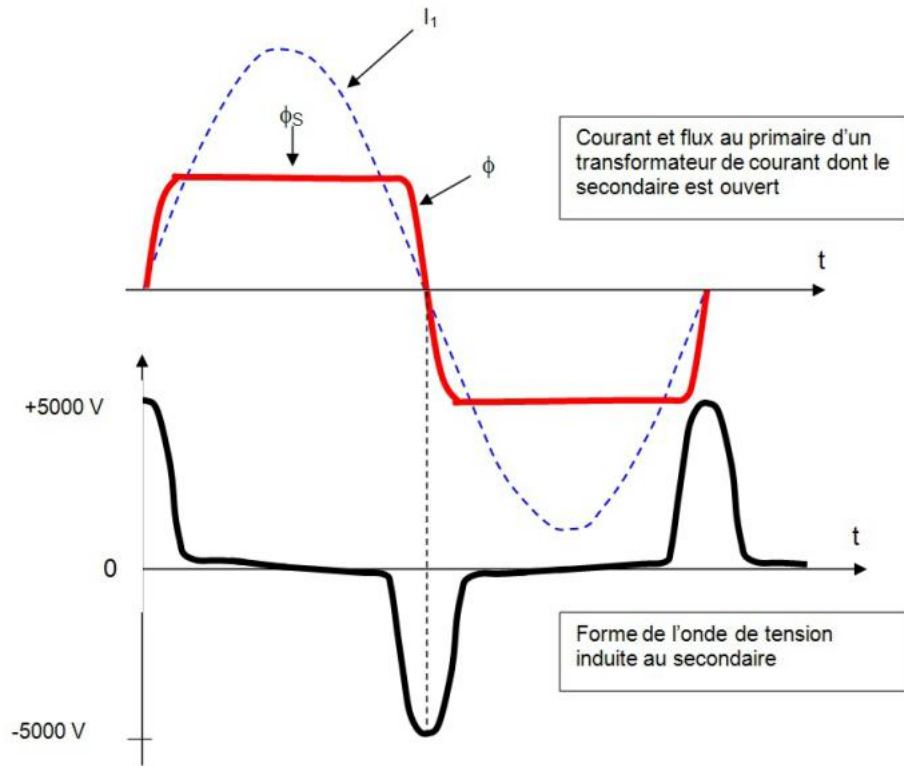


Fig. 26 : Conséquences sur le flux de l'ouverture du secondaire d'un transformateur de courant.

### c) Transformateurs triphasés

La production et le transport de l'énergie électrique sont réalisées en triphasé. Le passage de 15 kV (ou 20 kV), tension de sortie des alternateurs à 225 kV, à 400 kV (et même 600 kV) pour le transport puis progressivement à 20 kV et 400 V pour la distribution nécessite l'utilisation des transformateurs triphasés.

#### 1) Constitution

En triphasé, on peut utiliser trois transformateurs monophasés identiques dont on groupe les primaires et les secondaires en étoile, en triangle ou en zig zag.

Il est possible de disposer des enroulements sur le même circuit magnétique.

Dans les deux cas, le rapport de transformation dépend du couplage utilisé et, en outre, un déphasage peut apparaître entre les tensions primaires et secondaires.

Afin de simplifier la réalisation du circuit magnétique et de diminuer le volume occupé par le transformateur ainsi que la masse de fer utilisée, on réalise souvent des transformateurs triphasés à noyau coplanaires possédant 3 colonnes. Cela a pour effet de contraindre les flux dans les colonnes à satisfaire à :

$$\bar{\phi}_1 + \bar{\phi}_2 + \bar{\phi}_3 = \bar{0}$$

On dit qu'un tel transformateur est à flux liés (Fig. 27).



Fig. 27 : Circuit magnétique à trois colonnes, transformateur triphasé à flux liés

Pour réduire le couplage magnétique entre les trois colonnes, c'est-à-dire rendre indépendant les flux des trois transformateurs monophasés élémentaires, on peut ajouter des colonnes latérales (Fig. 28)

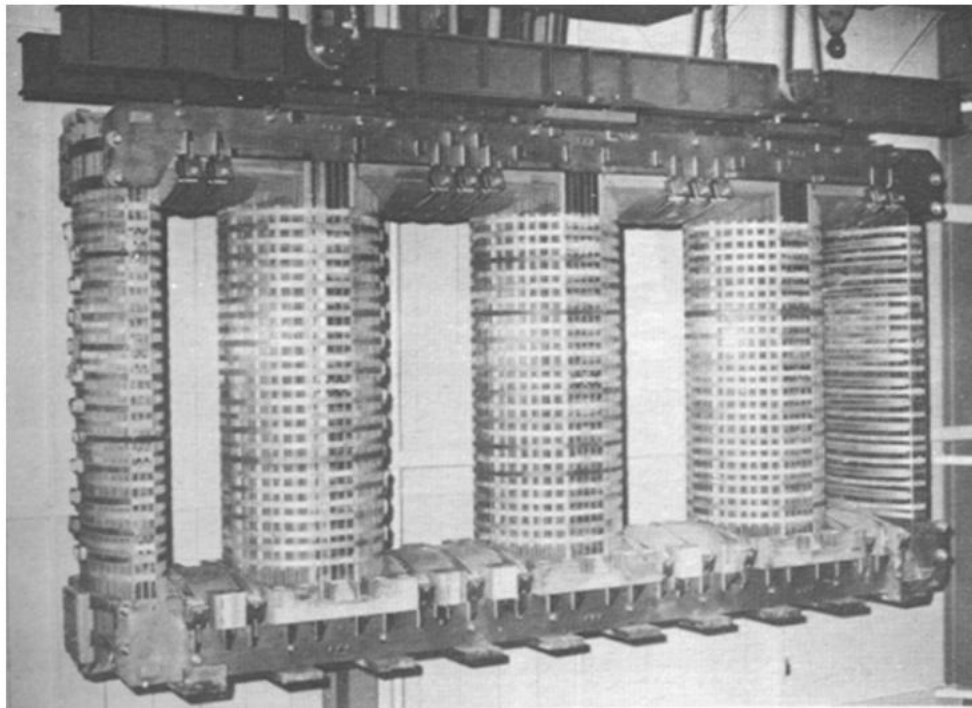


Fig. 28 : Circuit magnétique à 5 colonnes, transformateur triphasé à flux indépendants

## 2) Grandeurs caractéristiques d'un transformateur triphasé

La plaque signalétique d'un transformateur porte les valeurs nominales :

- Puissance apparente utile  $S_{2n}$
- Des tensions primaires et secondaires composées, c'est-à-dire entre fils de lignes
- Des intensités des courants secondaires en ligne
- Du facteur de puissance secondaire, valeur du facteur de puissance de la charge qui permet d'obtenir le fonctionnement nominal.

## 3) Rapport de transformation

Le rapport de transformation  $m$  d'un transformateur triphasé est le rapport des tensions composées (à vide) du secondaire et du primaire (ou des tensions simples).

$$m = \frac{U_{abo}}{U_{ABo}} = \frac{V_{ao}}{V_{Ao}}$$

**Remarque :** si  $n_1$  et  $n_2$  sont respectivement les nombres de spires des enroulements primaire et secondaire d'un noyau. Le rapport  $\frac{n_2}{n_1}$  est le rapport de transformation d'une colonne. Ce rapport peut être différent du rapport de transformation du transformateur, cela dépend du couplage.

#### 4) Couplage

Les enroulements du primaire peuvent être couplés en étoile ou en triangle, ceux du secondaire également. Cependant, dans le cas de transformateurs abaisseurs, les enroulements du secondaire sont parfois couplés en zig-zig. Ce mode de couplage consiste à mettre en série, afin de constituer une phase, deux demi-enroulements placés sur des noyaux différents et à coupler les trois phases ainsi obtenues en étoile (Fig. 29).

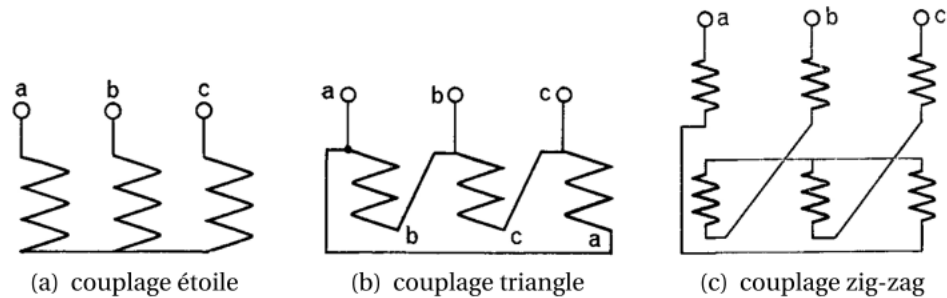


Fig. 29 : Différents couplage d'un primaire ou d'un secondaire

Le primaire est désigné par une lettre majuscule et le secondaire par une lettre minuscule.

Y, y - D, d - Z, z

Le couplage zig-zig est obtenu en divisant les trois bobines d'un enroulement en six demi-bobines puis, pour réaliser chaque phase, en mettant en série deux demi-bobines prises sur des noyaux différents et connectés en sens inverse.

Trois extrémités libres sont réunies et forment le neutre, les trois autres constituent les bornes.

. **Remarque** : les flux crée dans une colonne se répartit dans les autres colonnes ;

On cherche

- A ne pas saturer les colonnes (magnétiquement)
- A avoir les mêmes intensités de flux dans chaque colonne pour avoir des courants de magnétisation équilibrés.

Il existe plusieurs types de technologie de circuits magnétiques

- Transformateur à flux lis (3 colonnes)
- Transformateur à flux libres (4 colonnes)

- **Couplage étoile-étoile**

Il permet la sortie du point neutre très utile en basse tension (Fig. 30)

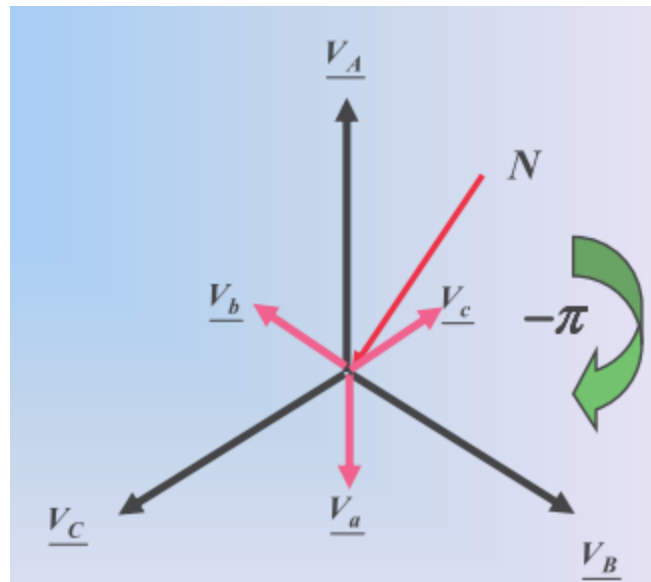
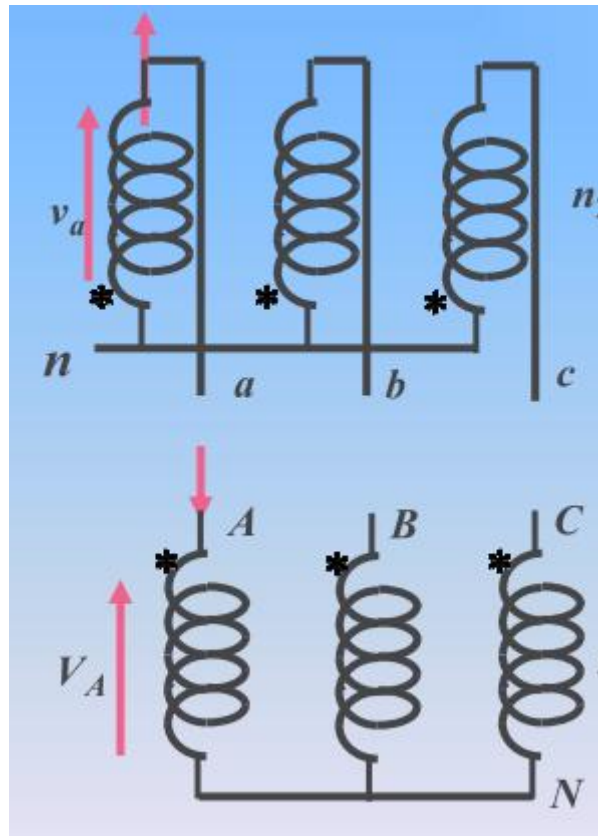


Fig. 30 : Couplage étoile-étoile



- **Couplage en triangle (Fig. 31)**

Les trois enroulements sont en série, pas de conducteur neutre.

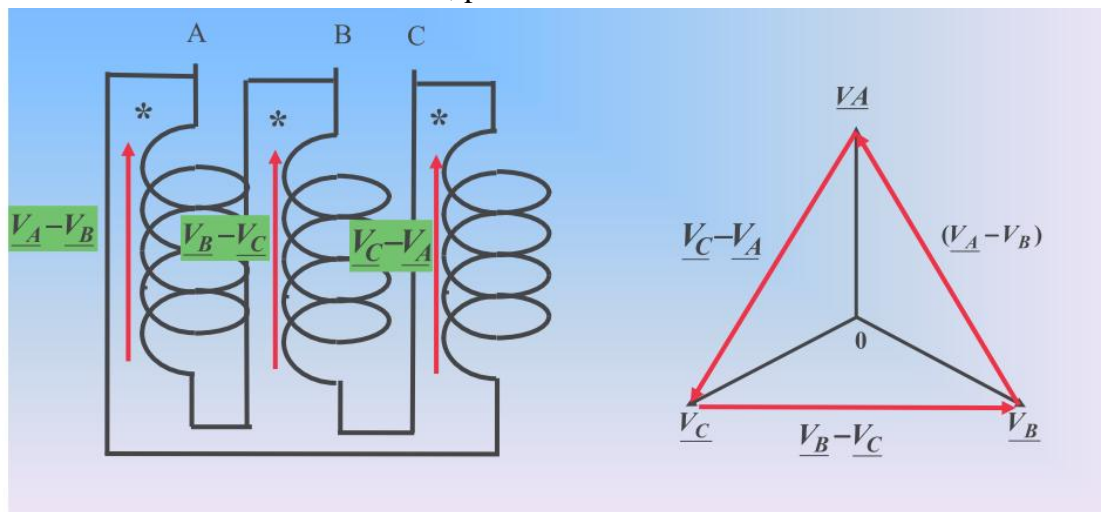


Fig. 31 : Couplage triangle

- **Couplage zig-zig**

Pour le couplage zig-zig, chaque enroulement comprend une demi-bobine sur des noyaux différents. Les f.é.m. sont déphasées de 120 degrés électriques. Avec ce type de couplage on obtient une meilleure répartition des tensions en cas de réseau déséquilibré côté basse tension (Fig. 32).

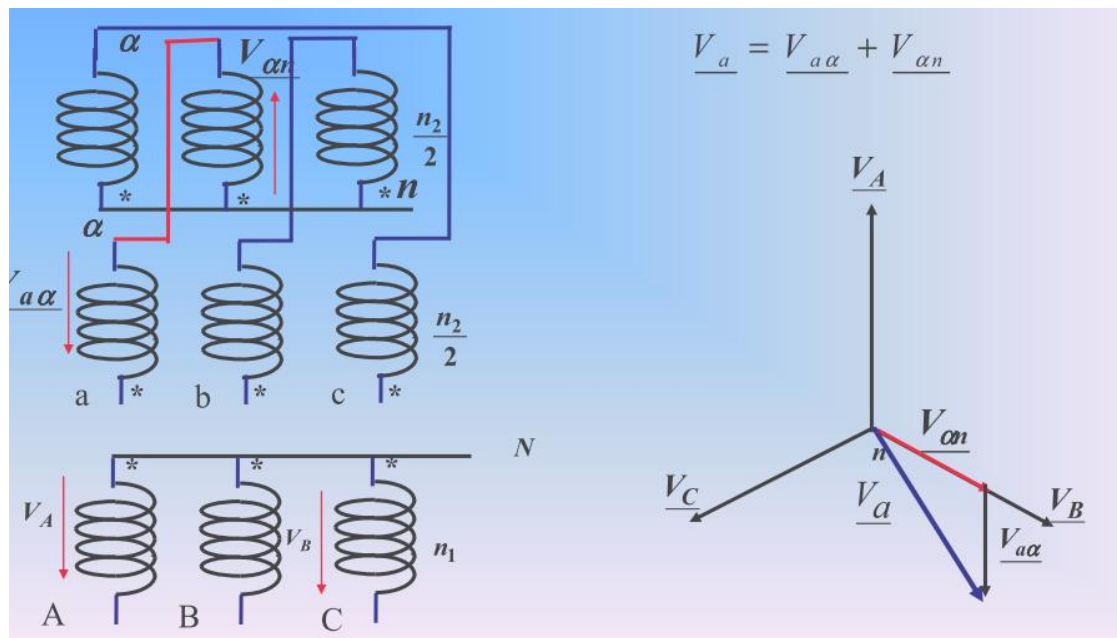


Fig. 32 : Couplage étoile zig-zig

## 5) Rapport de transformation et indice horaire

A partir du couplage des enroulements primaire et secondaire du transformateur triphasé, il est possible de trouver son rapport de transformation et son indice horaire.

On considère chaque noyau et les enroulements qu'il porte comme un transformateur monophasé parfait puis on écrit la relation entre les tensions primaire et secondaire.

$$\bar{V}_a = m \cdot e^{-j\theta} \cdot \bar{V}_A$$

Selon le couplage choisi, le déphasage entre tensions phase-neutre homologue ( $V_{an}$  et  $V_{An}$  par ex) est imposé.

En triphasé, les déphasages obtenus sont nécessairement des multiples entiers de 30 degrés ( $\pi/6$ ).

En posant  $\theta$  l'angle entre  $V_{an}$  et  $V_{An}$ , l'indice horaire est donc le nombre entier  $n$  tel que  $\theta = n \cdot \frac{\pi}{6}$ , avec  $\theta$  positif.

$\theta$  varie de 0 à 330 degrés, donc  $n$  de 0 à 11.

$V_{An}$  : aiguille des minutes placée sur 12.

$V_{an}$  : aiguilles des heures placées sur  $n$ .

Si  $\overrightarrow{OA}$  est la grande aiguille (minutes) d'une montre,

$\overrightarrow{oa}$  la petite aiguille (heures) de cette montre. Ici sur la Fig. 33, est affiché 6 heures, d'où le couplage : Yy6.

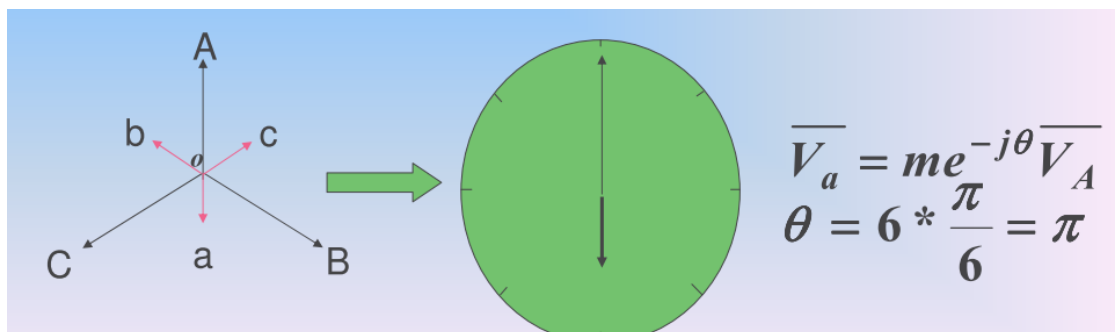
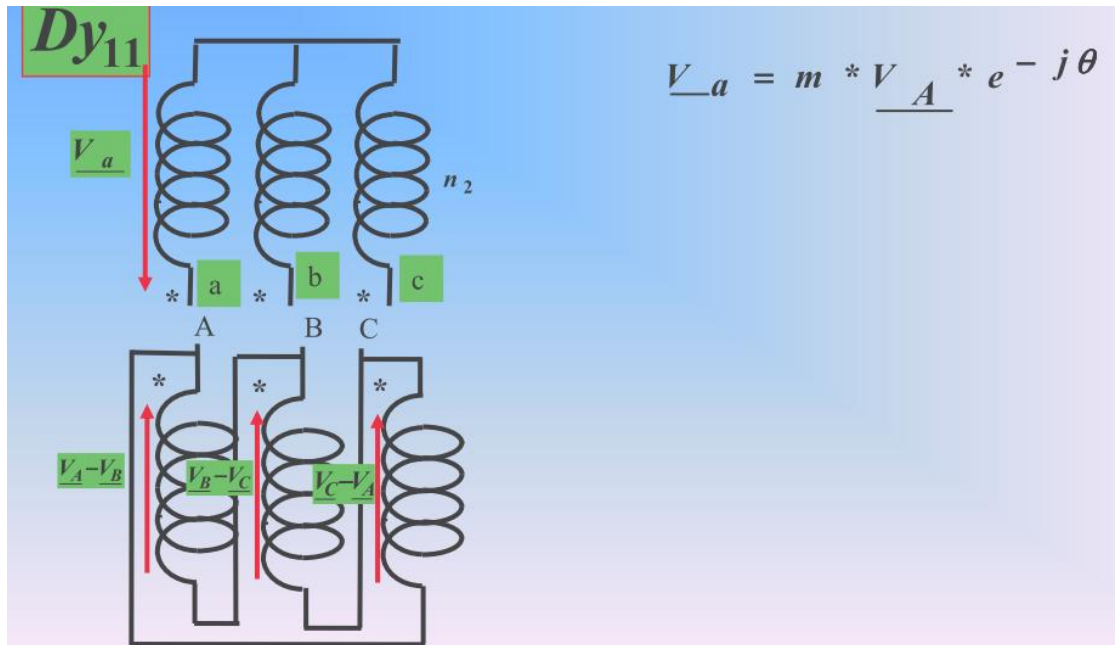


Fig. 33 : Indice horaire

**Example 1 : Dy11 (Fig. 34)**



$$\underline{V}_a = m * \underline{V}_A * e^{-j\theta}$$

The complex block contains the following content:

**Dy<sub>11</sub>**

$$\frac{\underline{V}_a}{n_2} = \frac{1}{n_1} (\underline{V}_A - \underline{V}_B) * e^{j0}$$

$$\underline{V}_a = \frac{n_2}{n_1} \sqrt{3} * \underline{V}_A * e^{-j11\frac{\pi}{6}}$$

$$\frac{\underline{V}_a}{\underline{V}_A} = \frac{n_2}{n_1} \sqrt{3} e^{-j11\frac{\pi}{6}} = m e^{-j\theta}$$

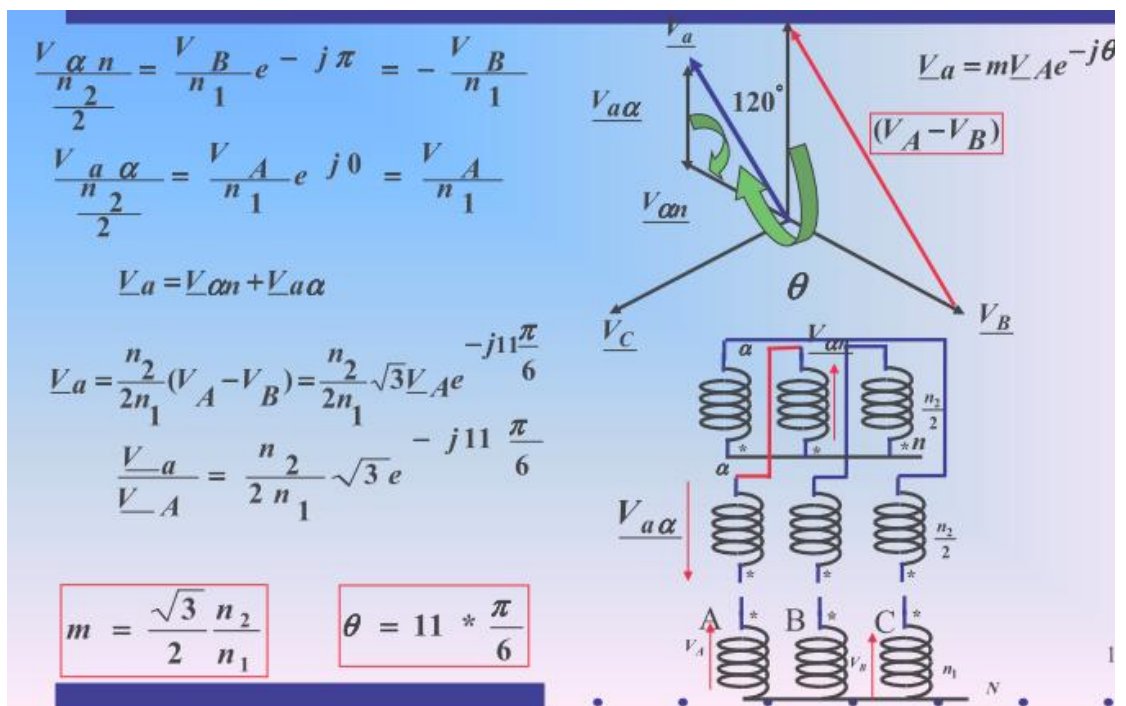
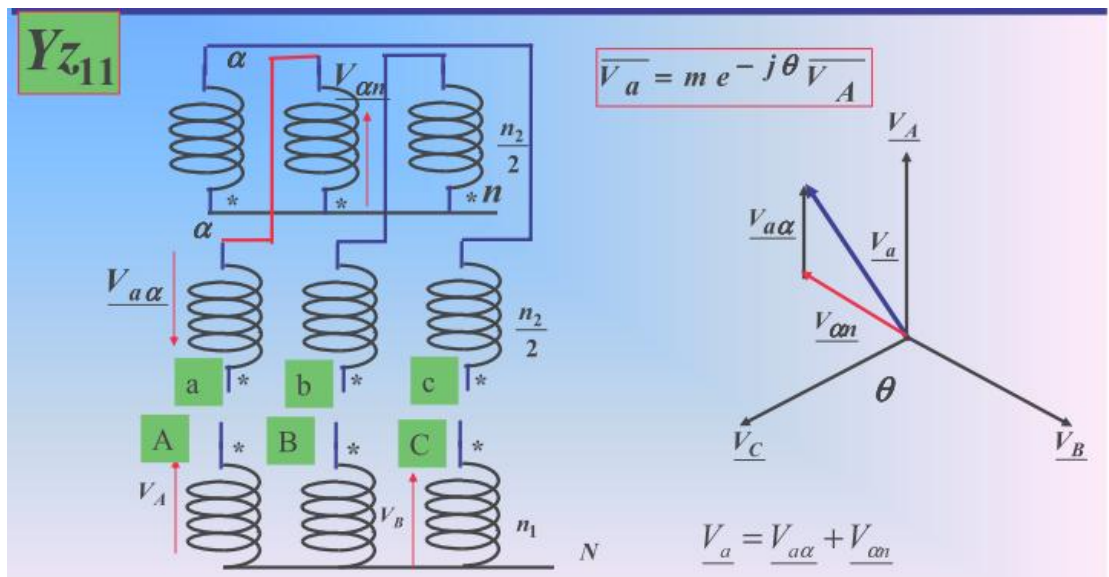
Below the equations are two boxed formulas:

$$m = \sqrt{3} \frac{n_2}{n_1}$$

$$\theta = 11 * \frac{\pi}{6}$$

To the right is a phasor diagram showing the vector  $\underline{V}_a$  (blue) and the vector  $(\underline{V}_A - \underline{V}_B)$  (red) with an angle  $\theta$  between them. Below the phasor diagram is a secondary winding diagram showing three windings on cores A, B, and C with terminal labels a, b, and c. The secondary voltage vectors are  $\underline{V}_A - \underline{V}_B$ ,  $\underline{V}_B - \underline{V}_C$ , and  $\underline{V}_C - \underline{V}_A$ , all pointing upwards. The secondary winding turns are labeled  $n_2$ .

**Exemple 2 : Couplage zig-zig Yz11**



**Remarque :** les couplages les plus fréquemment rencontrés sont les suivants : Yyo, Yd1, Yz11, Dy11, Dd0, Zy1

## 6) Conditions de couplage en parallèle

Des transformateurs sont en parallèle lorsque leurs primaires sont alimentés par un même réseau et leurs secondaires connectés à une même ligne ou débitent dans une même charge. Pour que l'on puisse relier deux à deux les bornes homologues secondaires sans que circulent des courants importants entre les secondaires, il faut que ces bornes soient deux à deux aux mêmes potentiels. On en déduit les conditions nécessaires au couplage de deux transformateurs triphasés :

- même rapport de transformation ;
- même indice horaire et donc même déphasage entre tensions homologues primaires et secondaires.

On pourra donc coupler en parallèle des transformateurs dont les indices diffèrent de  $\pm 4$  à condition d'effectuer les éventuelles permutations circulaires nécessaires aux niveaux des bornes secondaires.

On définit quatre groupes de transformateurs suivant les indices horaires : deux transformateurs d'un même groupe (et de même rapport) peuvent aisément fonctionner en parallèle.

Groupe	Indices horaires	Couplages
I	0, 4, 8	Yy Dd Dz
II	2, 6, 10	Yy Dd Dz
III	1, 5, 9	Dy Yz Yd
IV	3, 7, 11	Dy Yz Yd

## 7) Mise sous tension des transformateurs

La mise sous tension d'un transformateur s'accompagne d'un phénomène transitoire généralement de courte durée mais dans les effets peuvent être extrêmement gênants voire dans dangereux. Par exemple :

- efforts électrodynamiques importants entre spires ou bobines ;
- échauffements prohibitifs ;
- contraintes diélectriques dangereuses pour l'isolation ;
- creux de tension au primaire si le réseau n'est pas infiniment puissant.

## Exercices

### Exo1 : Etude d'un transformateur triphasé

Les essais suivants ont été effectués :

- en continu au primaire :  $I_{1c} = 10 \text{ A}$  ;  $U_{1c} = 5 \text{ V}$
- à vide :  $U_1 = 220 \text{ V}$  ;  $P_{10} = 80 \text{ W}$  ;  $I_{10} = 1 \text{ A}$ .
- en court-circuit:  $U_{1cc} = 40 \text{ V}$  ;  $P_{1cc} = 250 \text{ W}$  ;  $I_{1cc} = 20 \text{ A}$  (courant nominal primaire).

Le transformateur est considéré comme parfait pour les courants lorsque ceux-ci ont leurs valeurs nominales.

#### 1) Essai à vide.

1.1 Déterminer le rapport de transformation.

1.2 En déduire le nombre de spires au secondaire si l'on compte 520 spires au primaire.

1.3 Vérifier que l'on peut négliger les pertes par effet Joule lors de l'essai à vide.

#### 2) Essai en court-circuit.

2.1 En admettant que les pertes dans le fer sont proportionnelles au carré de la tension primaire, montrer qu'elles sont négligeables par rapport aux autres pertes dans l'essai en court-circuit.

2.2 Représenter le schéma équivalent du transformateur en court-circuit vu du secondaire.

2.3 En déduire les valeurs de  $R_2$  et  $X_s$  éléments de l'impédance du modèle de Thévenin.

#### 3) Quels que soient les résultats obtenus précédemment, pour la suite du problème, on prendra : $R_s = 0.025 \Omega$ ; $X_s = 0.075 \Omega$ .

Le transformateur alimenté au primaire sous sa tension nominale, débite 100 A au secondaire avec un facteur de puissance égal à 0.9 (charge inductive).

3.1 Déterminer graphiquement la tension secondaire du transformateur. En déduire la puissance délivrée par le secondaire.

3.2 Déterminer la puissance absorbée au primaire, ainsi que le facteur de puissance.

3.3 Déterminer la capacité du condensateur (supposé parfait) qui, placé en parallèle avec l'enroulement primaire, relève le facteur de puissance de l'installation à 1. Quelle est l'intensité du courant dans la ligne qui alimente l'installation ?

**Exo2 :**

Un transformateur porte les indications suivantes :

$S = 200 \text{ kVA}$ ,  $U_{\text{primaire}} = 15 \text{ kV}$ , couplage en triangle.

$U_{\text{secondaire}} = 220 \text{ V}/380 \text{ V}$  en charge nominale, couplage en étoile.

Pour la charge nominale le facteur de puissance est égal à  $\cos \varphi_2 = 0.90$ .

- 1) Quelle est la puissance active nominale ?
- 2) Dans les conditions indiquées sur la plaque signalétique, le rendement du transformateur est :  $\eta = 0.97$  et les pertes dans le fer sont égales aux pertes par effet Joule. Calculer ces pertes.
- 3) En charge nominale, la chute de tension secondaire représente 6 % de la tension secondaire à vide.
  - 3.1) Quel est le rapport de transformation du transformateur ?
  - 3.2) Chaque enroulement secondaire comporte  $n_2 = 250$  spires. Quel est le nombre  $n_1$  de spires de chaque enroulement primaire ?

**Exo3 :****Utilité du transformateur pour le transport de l'énergie électrique**

On désire alimenter sous une tension alternative de 220 V un récepteur monophasé absorbant 50 A avec un facteur de puissance de 0,6 arrière (inductif). Ce récepteur est situé à l'extrémité d'une ligne bifilaire de 40 km de longueur dont chaque conducteur en cuivre de résistivité  $1,6 \cdot 10^{-8} \Omega/\text{m}$ , possède une section de  $1 \text{ cm}^2$ . On utilise deux transformateurs parfaits identiques  $T_1$  et  $T_2$ ;  $T_1$  est utilisé en élévateur de tension et  $T_2$  en abaisseur. Le rapport des nombres de spires est de 25.

Dans un premier temps, on n'utilise pas de transformateur.

1. Calculer la tension à imposer à l'entrée de la ligne pour alimenter correctement le récepteur.
2. Calculer la puissance perdue pendant le transport.
3. Calculer le pourcentage des pertes par rapport à la puissance utile transportée.

On utilise désormais les transformateurs  $T_1$  et  $T_2$ .

4. Calculer la tension d'alimentation du transformateur  $T_1$ , situé au début de la ligne, afin d'alimenter correctement le récepteur.
5. Calculer les pertes dues au transport.

**Exo4 :****Calcul du nombre de spires nécessaire pour réaliser un transformateur**

On veut réaliser un transformateur monophasé 5000 V / 200 V, 50 Hz. La section du circuit magnétique sera de  $1\text{dm}^2$ . L'induction maximale dans le circuit magnétique ne doit pas dépasser 1,5 T.

1. Calculer les nombres de spires du primaire et du secondaire.
2. Recalculer les nombres de spires si la fréquence d'utilisation est de 60 Hz au lieu de 50 Hz.

**Exo5 : Essai à vide**

Un transformateur monophasé a été soumis à un essai à vide, on a mesuré les valeurs suivantes :

$$V_1 = 220\text{V}, V_2 = 110\text{V}, I_1 = 0,3\text{A}, I_2 = 0\text{A}, P_1 = 10\text{W}, f = 50\text{Hz}.$$

L'enroulement primaire présente une résistance  $R_1 = 8\ \Omega$  et le secondaire, une résistance  $R_2 = 2\ \Omega$ . On néglige les fuites magnétiques.

1. Calculer le facteur de puissance à vide, le courant magnétisant  $I_{10}$ , le courant  $I_F$ , la résistance  $R_F$  et l'inductance  $L_1$ .

Le courant appelé par le secondaire étant  $I_2 = 2\text{A}$ , en phase avec la tension, calculer :

2. la tension obtenue, le primaire restant alimenté sous 220 V.
3. le rendement du transformateur.

**Exo 6 : Essai en court circuit**

Lors de l'essai en court-circuit d'un transformateur, on a relevé les valeurs suivantes :

- $I_1 = 0,65\text{A}, I_2 = 15\text{A}$ ;
- $P_1 = 100\text{W}$ ;
- $V_1 = 460\text{V}$

1. Calculer le rapport de transformation.
2. Calculer l'impédance ramenée au secondaire  $\underline{Z}_S$ .

on sait que  $R_2 = 0,225\ \Omega$ .

3. Calculer la valeur de  $R_1$ .



### Exo 7 : Transformateur monophasé en charge

Soit un transformateur monophasé de caractéristiques :

- $S_n = 10\text{kVA}$ ;
- $60\text{ Hz}$ ;
- $600\text{ V}/120\text{ V}$ ;
- impédance ramenée au primaire :  $R_1 + jX_1 = 0,5 + j6,0\ \Omega$ ;

Une charge inductive est connectée au secondaire. On mesure alors au primaire :

- $V_1 = 600\text{ V}$ ;
- $I_1 = 16,7\text{ A}$ ;
- $P_1 = 8\text{ kW}$ ;

- Pertes fer =  $200\text{ W}$ .

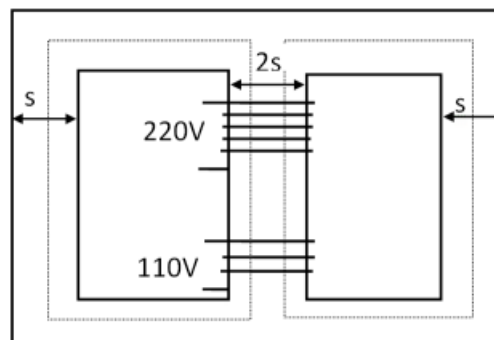
Calculer la tension  $V_2$  au secondaire ainsi que le facteur de puissance de la charge.

### Exo8 :

#### Fabrication d'un transformateur, prédétermination des éléments du schéma équivalent de Kapp

On réalise un transformateur monophasé  $220\text{ V}/110\text{ V}$  de puissance apparente  $1100\text{ VA}$ . Ce transformateur est alimenté au primaire par une tension de  $220\text{ V}$ - $50\text{ Hz}$ .

Pour réaliser ce transformateur, on utilise le circuit magnétique dont la forme est donnée à la figure 1.44. On admettra que la section du tube d'induction est  $s = 17,5\text{ cm}^2$  et que la longueur moyenne de la ligne d'induction est  $l = 36\text{ cm}$ . Les tôles magnétiques utilisées, non saturées, ont les caractéristiques suivantes :



- perméabilité relative :  $\mu_r = 3000$  SI ;
- masse volumique :  $\rho = 7000 \text{ kg/m}^3$  ;
- pertes fer à 50 Hz : 2,5 W/kg pour une induction maximale de 1 T.

On rappelle la valeur de la perméabilité magnétique de l'air :  $\mu_0 = \frac{1}{8 \cdot 10^5}$  SI.

1. Calculer le nombre  $n_1$  de spires du primaire pour que, dans le fer, l'induction **maximale** atteinte soit de 1 T.
2. Calculer la valeur efficace du courant magnétisant  $I_{10}$  absorbé au primaire.
3. Calculer les pertes fer puis calculer la valeur de la composante  $I_{1F}$  du courant à vide, en phase avec la tension d'alimentation.
4. Calculer le courant  $I_{1V}$  absorbé à vide par le primaire ainsi que le facteur de puissance à vide.

Le transformateur ayant été réalisé, on a procédé aux essais expérimentaux qui ont donné les valeurs suivantes :

- essai à vide :  $V_1 = 220 \text{ V}$ ,  $V_2 = 110 \text{ V}$ ,  $P_V = 25 \text{ W}$  ;
  - essai en court-circuit :  $I_{2CC} = 10 \text{ A}$ ,  $V_{1CC} = 6,22 \text{ V}$  ;
  - résistances primaire et secondaire mesurées à chaud :  $R_1 = 0,40 \Omega$ ,  $R_2 = 0,12 \Omega$ .
5. Calculer la réactance de fuite ramenée au secondaire  $\ell_s \omega$ .
  6. Calculer la tension  $V_2$  obtenue lorsque  $V_1 = 220 \text{ V}$  et que le transformateur débite au secondaire un courant inductif  $I_2 = 10 \text{ A}$  avec  $\cos \varphi_2 = 0,8$ . Il est conseillé d'utiliser la relation simplifiée permettant de calculer la chute de tension  $\Delta V_2$ .

**Exo9 :**

### **Transformateur triphasé : modification du couplage du secondaire**

Un transformateur triphasé dont le primaire est en étoile, est alimenté sous une tension de 20000 V. Les nombres de spires par noyau sont  $n_1 = 4000$  au primaire et  $n_2 = 76$  au secondaire. La puissance apparente du transformateur est  $S = 140 \text{ kVA}$ .

1. Calculer les tensions disponibles au secondaire (entre phases et éventuellement entre neutre et phase) pour les couplages suivants :
  - étoile avec neutre ;
  - triangle ;
  - zig-zag avec neutre.
2. Pour chacun des trois couplages, calculer l'intensité du courant dans la ligne au secondaire ainsi que l'intensité du courant dans un enroulement.