



Université de Batna2
Faculté de Technologie

—
Département
D'Electrotechnique
—

Documents
Pédagogiques et
didactiques

Année Universitaire
2020

Professeur
Abdelaziz Chaghi

Analyse des Réseaux Electriques

Document Pédagogique élaboré dans le cadre des dispositions du décret Exécutif N°90-365 du 10/11/1990
Relatif à l'élaboration des supports pédagogiques et didactiques

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

AVANT PROPOS

Cet ouvrage sur le réseau électrique constitue un cours d'électrotechnique destiné aux étudiants de la spécialité et à tous ceux qui ont à pratiquer cette discipline. Etant donné l'importance de ce cours qui nécessite de large développement aussi bien théorique que pratique, le but principal de cet ouvrage dont le contenu correspond au cours que nous professons au département d'électrotechnique de Batna2, est de donner à l'étudiant quelques notions sur la théorie du Réseau électrique. Nous souhaitons que cet ouvrage puisse aider à mieux comprendre et assimiler le cours sur l'analyse du réseau électrique. Nous souhaitons vivement que l'ouvrage trouve auprès de nombreux lecteurs tout le succès qu'il mérite.

L'ouvrage présenté, donne une possibilité de son utilisation par les étudiants de la spécialité LMD Réseaux électriques. Il peut être aussi utile aux étudiants qui veulent s'orienter vers le domaine des Réseaux électriques.

- *Toute ma reconnaissance envers les nombreux enseignants et collègues qui ont su me procurer la motivation pour l'accomplissement de ce modeste travail*
- *Mes remerciements aux étudiants de la filière Electrotechnique et spécialement ceux dont les commentaires ont grandement contribué à l'amélioration de la version finale.*
- *Je suis également reconnaissant aux enseignants qui ont revu le manuscrit et dont les commentaires et conseils m'ont permis d'améliorer le contenu particulièrement Professeur A. Benoudjit de l'Université de Batna2.*

Pr : A.CHAGHI



SOMMAIRE

CHAPITRE 1

NOTIONS FONDAMENTALES ET CIRCUITS ELECTRIQUES

1.1 Calcul vectoriel

1.1.1 Représentation polaire d'un vecteur

1.1.3 Conversion de la forme complexe à la forme polaire

1.1.4 Conjugué d'un vecteur :

1.1.5 Addition des vecteurs

1.1.6 Multiplication des vecteurs

1.1.7 Division de deux vecteurs

1.2 Circuit simple à courant alternatif

1.2.1 Puissance Instantanée.

1.2.2 Puissance maximale transférable

1.2.3 Puissance apparente et facteur de puissance

1.2.4 Puissance complexe

1.3 circuit triphasé

1.3.2 Puissance Active, Réactive et Apparente

1.3.3 NOTATION COMPLEXE

EXERCICES

CHAPITRE 2

RESEAU ELECTRIQUE

2.1 INTRODUCTION

2.2 APPEL DE PUISSANCE D'UN RESEAU ELECTRIQUE

**2.3 DISPOSITION GENERALE D'UN SYSTEME
ELECTRIQUE**

2.3.1 RESEAUX DE TRANSPORT ET D'INTERCONNEXION

2.3.2 RESEAUX DE REPARTITION

2.3.3 RESEAUX DE DISTRIBUTION

2.4 MODE DE TRANSPORT DE L'ENERGIE

2.4.1 TRANSPORT EN COURANT MONOPHASE

2.4.2 TRANSPORT EN COURANT TRIPHASE

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

2.5 SYSTEME D'UNITES REDUITES

2.5.1 EXPRESSION DES IMPEDANCES EN POUR-CENT

2.5.2 GRANDEURS REDUITES

2.5.3 PASSAGE D'UN SYSTEME DE BASE A UN AUTRE

2.6 PARAMETRES DES LIGNES ELECTRIQUES

2.6.1 RESISTANCE D'UNE LIGNE ELECTRIQUE

2.6.2 CONDUCTANCE D'UNE LIGNE ELECTRIQUE

2.6.3 REACTANCE D'UNE LIGNE ELECTRIQUE

2.6.3.1. INDUCTANCE D'UNE LIGNE MONOPHASE

2.6.3.2 INDUCTANCE INTERNE DU CONDUCTEUR

2.6.3.3 INDUCTANCE EXTERNE DU CONDUCTEUR

2.3 CAS GENERAL D'UN GROUPE DE CONDUCTEURS

2.4 CAS D'UNE LIGNE EN FAISCEAU

2.5 CAS D'UNE LIGNE TRIPHASE SYMETRIQUE

2.6 LIGNE TRIPHASE DISPOSEE EN NAPPE HORIZONTALE

2.7 LIGNE TRIPHASE TRANSPOSEE

2.8 CAS D'UNE LIGNE TRIPHASEE DOUBLECIRCUIT

2.9 CAPACITE D'UNE LIGNE ELECTRIQUE

2.9.1 POTENTIEL D'UNE CHARGE PONCTUELLE

2.9.2 CHAMP ELECTRIQUE D'UN CONDUCTEUR CHARGE

2.9.3 CAPACITE D'UNE LIGNE MONOPHASE

2.9.4 CAPACITE D'UNE LIGNE TRPHASE SYMETRIQUE

2.9.5 CAPACITE D'UNE LIGNE TRIPHASE NON SYMETRIQUE

2.9.6 CAPACITE D'UNE LIGNE TRIPHASE A DOUBLE CIRCUIT

2.9.7 INFLUENCE DE LA TERRE SUR LA CAPACITE

2.9.7.1 INFLUENCE DE LA TERRE SUR LA CAPACITE D'UNE LIGNE MONOPHASE

2.9.7.2 INFLUENCE DE LA TERRE SUR LA CAPACITE D'UNE LIGNE TRIPHASE

CHAPITRE.3

CIRCUIT EQUIVALENT DES LIGNES ELECTRIQUES AERIENNES

3.1 INTRODUCTION

3.2 SCHEMA EQUIVALENT D'UNE LIGNEELECTRIQUE COURTE

3.3 PERFORMANCE D'UNE LIGNE ELECTRIQUE.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

3.4 CIRCUIT EQUIVALENT D'UNE LIGNE MOYENNE

3.4.1 REPRESENTATION EN π

3.4.2 REPRESENTATION EN T

3.5 CIRCUIT EQUIVALENT D'UNE LIGNE LONGUE

3.5.1 CHEMA EQUIVALENT EN π D'UNE LIGNE LONGUE

3.5.2 CIRCUIT EQUIVALENT EN T D'UNE LIGNE LONGUE

CHAPITRE 4

TRANSFERT DE PUISSANCES SUR LE RESEAUX ELECTRIQUE

4.1 INTRODUCTION

4.2 IMPEDANCES SERIES

4.3 SUSCEPTANCE SHUNT

4.4 CONTROLE DE LA TENSION COMPENSATION DE LA PUISSANCE REACTIVE

4.4.1 CHUTE DE TENSION SUR UNE LIGNE

4.5 PRODUCTION ET ABSORBTION DE LA PUISSANCE REACTIVE

4.5.1 LES CONSOMMATEURS D'ENERGIE REACTIVE

4.5.2 LIGNES DE TRANSMISSIONS

4.6. CONTROLE DE LA TENSION

4.6.1 AUGMENTATION DE LA TENSION DE DEPART

4.6.2 REGLAGE PAR TENSION ADDITIONNELLE

4.6.3 INSERTION DE CAPACITE SERIE

4.7 COMPENSATION DE LA PUISSACE REACTIVE

4.7.1 COMPENSATEUR SYNCHRONE

4.7.2 CONTROLE DE LA TENSION PAR CAPACITE SHUNT

CHAPITRE 5

COURT-CIRCUIT TRIPHASE SYMETRIQUE

5.1 INTRODUCTION

5.2 COURT-CIRCUIT TRIPHASE SYMETRIQUE

5.2.1 ETABLISSEMENT DU COURANT DE COURT-CIRCUIT

5.2.2 COURT-CIRCUIT AUX BORNES D'UN ALTERNATEUR

5.2.3 COURT-CIRCUIT TRIPHASE SYMETRIQUE EN REGIME ETABLI

5.3 IMPEDANCES DE COURT-CIRCUIT DES DIFFERENTS ELEMENTS

5.3.1 ALTERNATEUR

5.3.2 MOTEURS

5.3.3 TRANSFORMATEURS

5.3.4 LIGNES ET CABLES

5.3.5 RESEAUX D'ALIMENTATION (RESEAUX AMONT)

CHAPITRE.6

COURT-CIRCUIT EN REGIME ASYMETRIQUE

6.1 INTRODUCTION

6.2. COMPOSANTES SYMETRIQUES

6.2.1 DEFINITION ET UTILISATION

6.2.2 DEFINITION ET PROPRIETES DE L'OPERATEUR "a "

6.3 REALITE PHYSIQUE DES COMPOSANTES SYMETRIQUES

6.4 UTILISATION DES COMPOSANTES SYMETRIQUES POUR LE CALCUL DES COURANTS DE COURT-CIRCUIT.

6.4.1 PRINCIPE DE SUPERPOSITION

6.5 METHODE DE CALCUL DES COURANTS DE COURT-CIRCUIT ASYMETRIQUES

6.6 COURT-CIRCUIT AU BORNE D'UN ALTERNATEUR

6.6.1 CAS DU COURT-CIRCUIT MONOPHASE

6.6.2 CAS D'UN COURT-CIRCUIT BIPHASE

6.6.3 CAS D'UN COURT-CIRCUIT BIPHASE A LA TERRE

6.7 IMPEDANCES SYMETRIQUES DES ELEMENTS DU RESEAU ELECTRIQUE

6.7.1 MACHINES SYNCHRONES

6.7.2 LIGNE ET CABLE

6.7.3 TRANSFORMATEURS

6.7.4 REACTANCES DU TRANSFORMATEUR A TROIS ENROULEMENTS

2.8 COURT-CIRCUIT SUR UN RESEAU

CHAPITRE 1

NOTIONS FONDAMENTALES ET CIRCUITS ELECTRIQUES

1.1 Calcul vectoriel

La plupart des circuits à courants alternatifs peuvent être résolu en utilisant une méthode graphique. Pour décrire les vecteurs, il est souvent plus pratique d'utiliser une expression mathématique plutôt qu'une représentation purement graphique. Le calcul vectoriel permet de trouver facilement la somme ou la différence de deux vecteurs. Il permet aussi de trouver le produit ou le quotient de deux vecteurs. Par suite, cette méthode permet de calculer l'impédance d'un circuit et les puissances active et réactives qu'il consomme. Le calcul vectoriel exige seulement une connaissance élémentaire de la trigonométrie. Les par qui suivent expliquent les règles de base de cette méthode de calcul.

1.1.1 Représentation polaire d'un vecteur

Considérons un vecteur V_E de tension ayant une valeur efficace, et faisant un angle θ avec l'axe horizontal

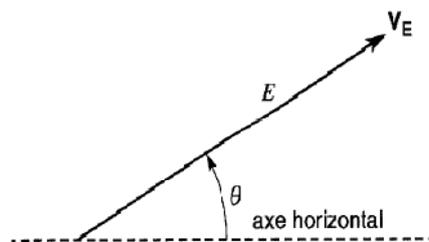


Figure.1 Représentation polaire d'un vecteur

On peut le représenter sous forme polaire par l'expression

$$V_E = E \angle \theta \quad (1.1)$$

Où V_E = Vecteur de tension

E = Valeur efficace de la tension

θ = Angle entre le vecteur et l'axe horizontal

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

La figure suivante donne deux autres exemples de la représentation polaire. Dans cette figure, l'angle θ_1 est positif parce qu'il est mesuré dans le sens antihoraire à partir de l'axe horizontal. Par contre, l'angle θ_2 est négatif parce qu'il est mesuré dans sens horaire.

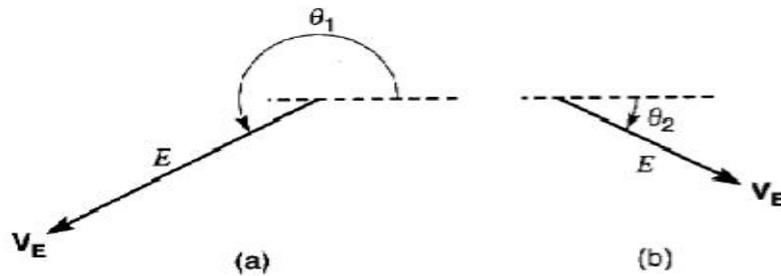


Figure2 : a) l'angle est positif lorsqu'il est mesuré dans le sens antihoraire

b) l'angle est négatif lorsqu'il est mesuré dans le sens horaire

1.1.2 Conversion de la forme polaire à la forme complexe

La forme polaire est généralement utilisée pour multiplier ou diviser les vecteurs alors qu'on utilise la forme complexe pour les additionner ou les soustraire. Afin d'effectuer toutes ces opérations, on doit établir une méthode permettant de convertir les vecteurs d'une forme à une autre.

Considérons le vecteur V dont l'amplitude est A , incliné à un angle θ , on peut l'écrire sous la forme polaire :

$$V = A \angle \theta \quad (1.2)$$

D'autre part on utilisant la forme complexe on peut écrire que

$$V = x + jy \quad (1.3)$$

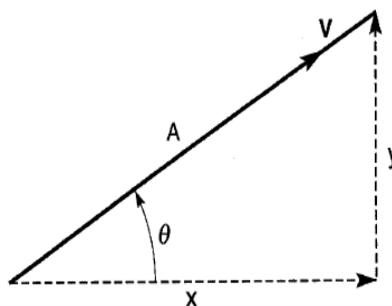


Figure.3 Représentation rectangulaire d'un vecteur

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

La composante horizontale de V a une amplitude x donnée par

$$x = A \cos \theta \quad (1.4)$$

De même la composante verticale de V a une amplitude y donnée par

$$y = A \sin \theta \quad (1.5)$$

On peut donc écrire :

$$V = A \angle \theta = x + jy = A \cos \theta + jA \sin \theta \quad (1.6)$$

Soit

$$V = A \angle \theta = A \cos \theta + jA \sin \theta \quad (1.7)$$

Où : V = le vecteur

A = amplitude du vecteur

θ = angle entre le vecteur et l'horizontal

$A \cos \theta$ = composante horizontale du vecteur

$A \sin \theta$ = composante verticale du vecteur

Le symbole j qui précède l'expression $A \sin \theta$ veut simplement dire que ce vecteur est perpendiculaire à l'axe horizontal.

Exemple :

Un vecteur V est exprimé par la forme polaire : $V = 106 \angle 148^\circ$

Exprimer ce vecteur sous sa forme complexe :

Solution

La forme complexe est donnée par

$$\begin{aligned} V &= x + jy \\ &= A \cos \theta + j \sin \theta \\ &= 106 \cos 148^\circ + j106 \sin 148^\circ \\ &= 106 (-0,848) + j106 (0,53) \\ &= -90 + j56 \end{aligned}$$

Par conséquent : $V = 106 \angle 148^\circ = -90 + j56$

1.1.3 Conversion de la forme complexe à la forme polaire

Supposons que maintenant que le vecteur V soit donné sous la forme complexe et qu'on désire l'exprimer sous forme polaire. En se référant à la figure, on constate que l'amplitude du vecteur est donnée par :

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$A = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1.8)$$

De plus, l'angle θ est donné par :

$$\theta = \arctan \frac{y}{x} \quad (1.9)$$

Par conséquent, la forme polaire est donnée par

$$V = A \angle \theta = \sqrt{x^2 + y^2} \angle \arctan \frac{y}{x} \quad (1.10)$$

Où : V= vecteur

A= amplitude du vecteur

θ = angle entre le vecteur et l'horizontale

x= composante horizontale du vecteur

y= composante verticale du vecteur.

Exemple :

Un vecteur V est exprimé sous la forme complexe tel que :

$$V = -35 + j12.$$

Exprimer ce vecteur sous la forme polaire.

Solution

L'amplitude du vecteur est :

$$A = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-35)^2 + 12^2} = \sqrt{1369} = 37$$

L'angle du vecteur est

$$\theta = \arctan \frac{y}{x} = \arctan \frac{12}{-35} = \arctan(-0,3428) = -19^\circ + 90^\circ = 161^\circ$$

Par conséquent la forme polaire du vecteur est

$$V = 37 \angle 161^\circ$$

1.1.4 Conjugué d'un vecteur :

Lors du calcul des puissances active et réactive dans un circuit à courant alternatif, on utilise le conjugué d'un vecteur. Soit un vecteur donné par la forme polaire :

$$V = A \angle \theta \quad (1.11)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Par définition, le conjugué V^* du vecteur (identifier par un astérisque) est alors

$$V^* = A \angle -\theta \quad (1.12)$$

Le conjugué d'un vecteur est un vecteur de même longueur, mais dont l'angle est mesuré dans le sens contraire à celui du vecteur original. La figure suivante donne deux exemples d'un vecteur et son conjugué.

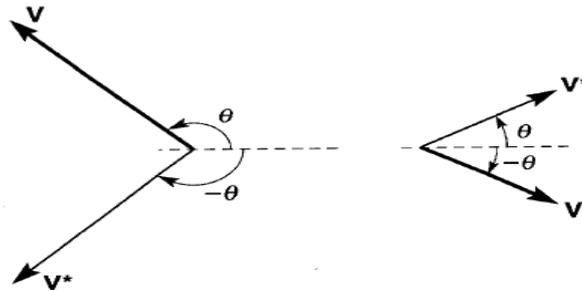


Figure 1.4 : Vecteur V est son conjugué

1.1.5 Addition des vecteurs

Soient deux vecteurs donnés par

$$V_1 = a + jb \quad \text{et} \quad V_2 = c + jd$$

La somme vectorielle donne un nouveau vecteur V :

$$V = V_1 + V_2 = a + jb + c + jd = (a+c) + j(b+d). \quad (1.13)$$

C'est à dire que la composante horizontale du vecteur V est égale à la somme des composantes horizontales de V_1 et de V_2 .

De même la composante verticale du vecteur V est égale à la somme des composantes verticales de V_1 et de V_2 .

Exemple

Il s'agit de trouver la somme des vecteurs définis par :

$$V_1 = 3 + j4$$

$$V_2 = 9 - j9$$

Solution

Le vecteur résultant est

$$V = V_1 + V_2 = 3 + j4 + 9 - j9 = 12 - j5.$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

La composante horizontale est 12 et la composante verticale est -5. le vecteur résultant est montré sur la figure.

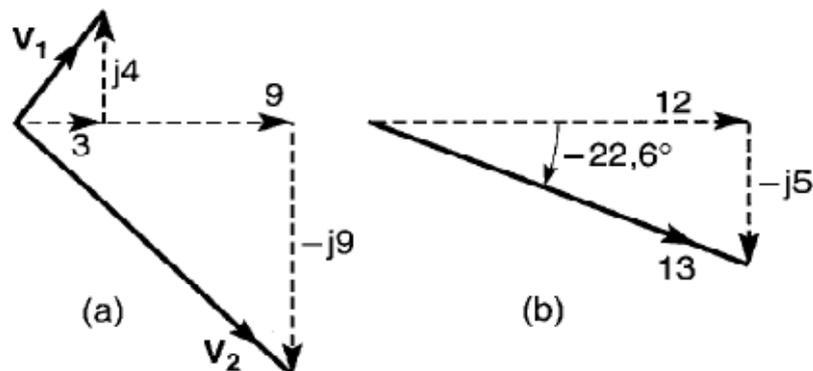


Figure 1.5 : Addition de deux vecteurs V_1 et V_2

L'amplitude du vecteur résultant est :

$$A = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = 13$$

L'angle est : $\theta = \arctan \frac{y}{x} = \arctan \frac{-5}{12} = \arctan -0,417 = -22,6^\circ$

La forme polaire du vecteur résultant est :

$$V = 13 \angle -22,6^\circ$$

1.1.6 Multiplication des vecteurs

Soient deux vecteurs donnés par :

$$V_1 = A_1 \angle \theta_1 \quad \text{et} \quad V_2 = A_2 \angle \theta_2$$

Le produit de deux vecteurs donne un nouveau vecteur dont l'amplitude est égale au produit $A_1 \cdot A_2$ des amplitudes. L'angle est égal à la somme de $(\theta_1 + \theta_2)$ des angles. Par conséquent, le produit des vecteurs est un nouveau vecteur V donné par :

$$V = V_1 V_2 = A_1 \angle \theta_1 \cdot A_2 \angle \theta_2 = A_1 A_2 \angle (\theta_1 + \theta_2) \quad (1.14)$$

$$\text{Donc } V = V_1 V_2 = A_1 A_2 \angle (\theta_1 + \theta_2)$$

Exemple

Trouver le produit des vecteurs

$$V_1 = 3 + j4 ; \quad V_2 = 9 - j9$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Solution

Afin de trouver le produit des vecteurs, on doit d'abord les transformer dans la forme polaire

Pour V_1 on a :

$$A_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\theta_1 = \arctan \frac{4}{3} \arctan 1,33 = 53,1^\circ$$

$$\text{Donc } V_1 = 5 \angle 53,1^\circ$$

Pour V_2 on a :

$$A_2 = \sqrt{9^2 + (-9)^2} = 12,73$$

$$\theta_2 = \arctan \frac{-9}{9} \arctan -1 = -45^\circ$$

$$\text{Donc } V_2 = 12,73 \angle -45^\circ$$

Par conséquent, le produit donne

$$V = V_1 V_2 = 5 \angle 53,1^\circ \times 12,73 \angle -45^\circ = 63,65 \angle 53,1^\circ + (-45^\circ) = 63,65 \angle 8,1^\circ$$

1.1.7 Division de deux vecteurs

Soient deux vecteurs donnés par :

$$V_1 = A_1 \angle \theta_1 \quad \text{et} \quad V_2 = A_2 \angle \theta_2$$

La division de V_1 par V_2 donne un nouveau vecteur V dont l'amplitude A et l'angle θ sont :

$$A = \frac{A_1}{A_2} \quad \text{et} \quad \theta = \theta_1 - \theta_2$$

C'est-à-dire que :

$$V = \frac{V_1}{V_2} = \frac{A_1 \angle \theta_1}{A_2 \angle \theta_2} = \frac{A_1}{A_2} \angle (\theta_1 - \theta_2) = A \angle \theta$$

On a donc

$$\boxed{V = \frac{V_1}{V_2} = \frac{A_1}{A_2} \angle (\theta_1 - \theta_2)}$$

(1.15)

Exemple :

Calculer l'amplitude et l'angle résultant de la division des deux vecteurs :

$$V_1 = 3 + j4 \quad \text{et} \quad V_2 = 9 - j9$$

Solution

Comme on a

$$V_1 = 5 \angle 53,1^\circ \quad \text{et} \quad V_2 = 12,73 \angle -45^\circ$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Par conséquent

$$V = \frac{V_1}{V_2} = \frac{5\angle 53,1}{12,73\angle -45} = 0,393\angle(53,1 - (-45)) = 0,393\angle 98,1^\circ$$

1.2 Circuit simple à courant alternatif

Puisque la puissance, et le plus important paramètre du point de vu engineering, nous allons commencer par définir la puissance instantanée et la puissance moyenne pour introduire d'autres concepts de la puissance

1.2.1 Puissance Instantanée.

La puissance instantanée $p(t)$ absorbée par un élément est le produit de la tension instantanée au bornes de cet élément par le courant instantané traversant qui le traverse $i(t)$ tel que :

$$p(t) = v(t)i(t) \quad (1.16)$$

Considérant le cas général de la puissance instantanée absorbée par le circuit de la figure 1.6.

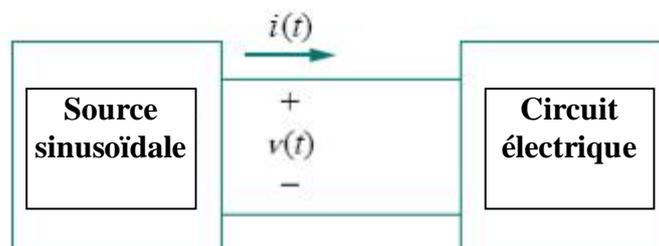


Figure 1.6 : circuit simple

Soit la tension et le courant exprimés par:

$$\begin{aligned} v(t) &= V_m \cos(\omega t + \theta_v) \\ i(t) &= I_m \cos(\omega t + \theta_i) \end{aligned} \quad (1.17)$$

Ou V_M et I_M représente les amplitudes et θ_v et θ_i sont les angles de phase respectivement de la tension et du courant. Dans ce cas la puissance instantanée absorbée par le circuit est:

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$p(t) = v(t)i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$$

En appliquant l'identité trigonométrique:

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

On obtient:

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) \quad (1.18)$$

Ceci montre que la puissance instantanée à deux termes. Le première terme est constant et indépendant du temps. Sa valeur dépend de la différence de l'angle de phase entre la tension et le courant. Le deuxième terme est sinusoïdal dont la pulsation est 2ω c'est-à-dire deux fois la pulsation de la tension et du courant.

La figure 17, représente la puissance instantanée $p(t)$, ou $T = 2\pi/\omega$

Est la période de la tension et du courant. Nous observons que la puissance $p(t)$ est périodique. $p(t) = p(t+T_0)$ de période $T_0 = T/2$.

Nous observons aussi que $p(t)$ est positive pour une partie du cycle et négative pour le reste. Quand $p(t)$ est positive, la puissance est absorbée par le circuit. Par contre quand $p(t)$ est négative, la puissance est absorbée par la source.

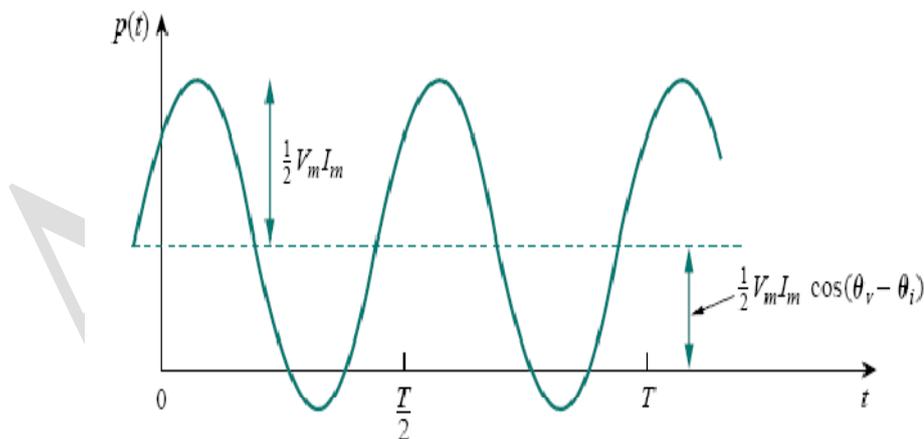


Figure 1.7 Puissance instantanée $p(t)$

Donc la puissance instantanée change dans le temps et par conséquent il est difficile de la mesurer. La puissance moyenne est plus pratique pour la mesurer.

La puissance moyenne est la moyenne de la puissance instantanée sur une période.

Donc la puissance moyenne est donnée par :

Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt \quad (1.19)$$

C'est-à-dire que la puissance moyenne est:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) dt \\ &\quad + \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} V_m I_m \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) dt \\ &= \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) \frac{1}{T} \int_0^T dt \\ &\quad + \frac{1}{2} V_m I_m \frac{1}{T} \int_0^T \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i) dt \end{aligned}$$

La première intégrale est constante, et la moyenne d'une constante et la même constante. La seconde intégrale est sinusoïdale. Comme la moyenne d'une sinusoïde sur sa période est nulle, donc le deuxième terme disparaît et la puissance moyenne devient:

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) \quad (1.20)$$

IL faut retenir que $p(t)$ varie dans le temps, par contre P est indépendante du temps. Pour trouver la puissance instantanée on doit obligatoirement avoir $v(t)$ et $i(t)$ dans le domaine temps. Mais on peut trouver la puissance moyenne quand la tension et le courant sont exprimés dans le domaine temps ou bien dans le domaine de fréquence.

La forme vectorielle de $v(t)$ et $i(t)$ est $V = V_M \angle \theta_v$ et $I = I_M \angle \theta_i$ respectivement.

P peut être calculé en utilisant la forme vectorielle:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \mathbf{VI}^* &= \frac{1}{2} V_m I_m \angle_{\theta_v - \theta_i} \\ &= \frac{1}{2} V_m I_m [\cos(\theta_v - \theta_i) + j \sin(\theta_v - \theta_i)] \end{aligned} \quad (1.21)$$

La puissance moyenne est la partie réelle de cette expression c'est à dire que:

$$P = \frac{1}{2} \text{Re} [\mathbf{VI}^*] = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) \quad (1.22)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Considérant le cas spécial quand $\theta_v = \theta_i$, la tension et le courant sont en phase ceci implique un circuit purement résistif ou bien une charge purement résistive.

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m = \frac{1}{2} I_m^2 R = \frac{1}{2} |I|^2 R \quad (1.23)$$

Par contre quand $\theta_v - \theta_i = \pm 90^\circ$, on a un circuit purement réactive.

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos 90^\circ = 0 \quad (1.24)$$

Exemple

Etant donné que

$$v(t) = 120 \cos(377t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$i(t) = 10 \cos(377t - 10^\circ) \text{ A}$$

Déterminer la puissance instantanée et la puissance moyenne absorbé par le circuit précédent:

Solution:

La puissance instantanée est donnée par :

$$p = vi = 1200 \cos(377t + 45^\circ) \cos(377t - 10^\circ)$$

En appliquant l'identité trigonométrique:

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A + B) + \cos(A - B)]$$

Elle donne:

$$p = 600[\cos(754t + 35^\circ) + \cos 55^\circ]$$

Où

$$p(t) = 344.2 + 600 \cos(754t + 35^\circ) \text{ W}$$

La puissance moyenne dans ce cas est:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{1}{2} 120(10) \cos[45^\circ - (-10^\circ)] \\ &= 600 \cos 55^\circ = 344.2 \text{ W} \end{aligned}$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Qui est la partie constante de $p(t)$.

Exemple 2

Calculer la puissance moyenne absorbée par une impédance:

$$\mathbf{Z} = 30 - j70 \Omega$$

Quand la appliquée à ces bornes est de $\mathbf{V} = 120 \angle 0^\circ$

Solution

Le courant à travers cette impédance est :

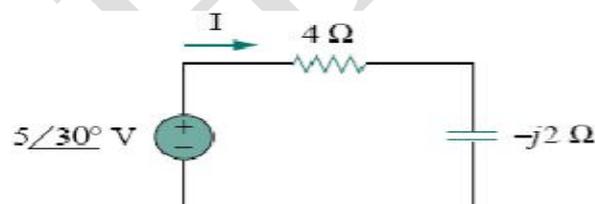
$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{30 - j70} = \frac{120 \angle 0^\circ}{76.16 \angle -66.8^\circ} = 1.576 \angle 66.8^\circ \text{ A}$$

La puissance moyenne est dans ce cas:

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{1}{2} (120)(1.576) \cos(0 - 66.8^\circ) = 37.24 \text{ W}$$

Exemple3

Pour le circuit suivant, déterminer la puissance moyenne délivrée par la source et la puissance moyenne absorbée par la résistance.



Solution

Le courant \mathbf{I} est donné par:

$$\mathbf{I} = \frac{5 \angle 30^\circ}{4 - j2} = \frac{5 \angle 30^\circ}{4.472 \angle -26.57^\circ} = 1.118 \angle 56.57^\circ \text{ A}$$

La puissance moyenne délivrée par la source est:

$$P = \frac{1}{2} (5)(1.118) \cos(30^\circ - 56.57^\circ) = 2.5 \text{ W}$$

Le courant à travers la résistance est:

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_R = 1.118 \angle 56.57^\circ \text{ A}$$

La tension à ses bornes est:

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\mathbf{V}_R = 4\mathbf{I}_R = 4.472 \angle 56.57^\circ \text{ V}$$

La puissance moyenne absorbée par la résistance est donc

$$P = \frac{1}{2}(4.472)(1.118) = 2.5 \text{ W}$$

Qui est la même puissance délivrée par la source. La puissance moyenne absorbée par la capacité est nulle.

1.2.2 Puissance maximale transférable

Considérant le circuit de la figure 1.8 ou une charge Z_L est connectée à un circuit (a), la figure (b) représente son circuit équivalent de **Thévenin**. La charge est toujours représentée par une impédance, qui peut modéliser un moteur électrique ou dispositif électrique. L'impédance de **Thévenin** Z_{Th} et la charge sont:

$$\mathbf{Z}_{Th} = R_{Th} + jX_{Th}$$

$$\mathbf{Z}_L = R_L + jX_L$$

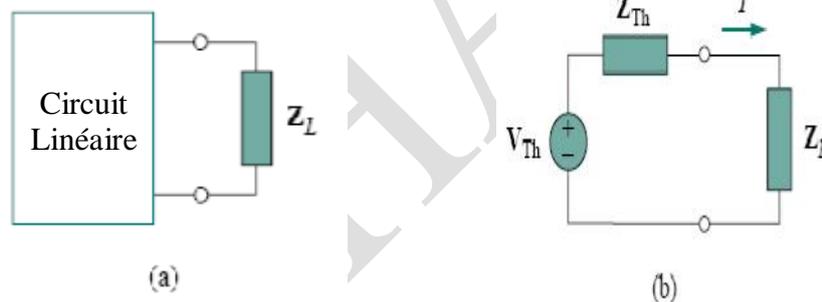


Figure 1.8. Circuit avec une charge (a), (b) son circuit de Thévenin

Le courant à travers la charge est:

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}_{Th}}{\mathbf{Z}_{Th} + \mathbf{Z}_L} = \frac{\mathbf{V}_{Th}}{(R_{Th} + jX_{Th}) + (R_L + jX_L)} \quad (1.25)$$

La puissance moyenne délivrée à la charge est :

$$P = \frac{1}{2} |\mathbf{I}|^2 R_L = \frac{|\mathbf{V}_{Th}|^2 R_L / 2}{(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2} \quad (1.26)$$

Notre objectif est d'ajuster les paramètres de la charge R_L et X_L afin que P soit maximale. Pour obtenir ça, on pose :

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$\frac{\partial P}{\partial R_L}$ et $\frac{\partial P}{\partial X_L}$ égale à zero

À partir de l'équation (1.26) on obtient

$$\frac{\partial P}{\partial X_L} = -\frac{|V_{Th}|^2 R_L (X_{Th} + X_L)}{[(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2]^2} \quad (1.27)$$
$$\frac{\partial P}{\partial R_L} = \frac{|V_{Th}|^2 [(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2 - 2R_L(R_{Th} + R_L)]}{2[(R_{Th} + R_L)^2 + (X_{Th} + X_L)^2]^2}$$

Pour $\frac{\partial P}{\partial X_L}$ égale à zero, on obtient $X_L = -X_{Th}$ et pour $\frac{\partial P}{\partial R_L}$ égale à zero on a

$$R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + (X_{Th} + X_L)^2} \quad (1.28)$$

Autrement dit la puissance maximale transférable est obtenu pour:

$$\boxed{Z_L = R_L + jX_L = R_{Th} - jX_{Th} = Z_{Th}^*} \quad (1.29)$$

Autrement dit pour une puissance maximale transférable, l'impédance Z_L doit être égale au conjugué de l'impédance de Thévenin Z_{Th} .

Si $R_L = R_{Th}$ et $X_L = -X_{Th}$ L'équation (1.26) donne la puissance maximale moyenne comme étant:

$$P_{max} = \frac{|V_{Th}|^2}{8R_{Th}} \quad (1.30)$$

Pour $X_L=0$ c'est-à-dire pour une charge purement résistive:

$$R_L = \sqrt{R_{Th}^2 + X_{Th}^2} = |Z_{Th}| \quad (1.31)$$

1.2.3 Puissance apparente et facteur de puissance

Soient $v(t)$ et $i(t)$ respectivement la tension et le courant aux bornes d'un circuit électrique :

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \quad (1.32)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

Ou bien sous forme vectorielle:

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\mathbf{V} = V_m \angle \theta_v, \quad \mathbf{I} = I_m \angle \theta_i$$

La puissance moyenne est

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) \quad (1.33)$$

Ou bien

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i) = S \cos(\theta_v - \theta_i) \quad (1.34)$$

Le produit $S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}$ est appelé *puissance apparente* et le facteur $\cos(\theta_v - \theta_i)$ est appelé facteur de puissance.

La puissance apparente est le produit des valeurs efficaces de la tension et du courant.

Le facteur de puissance est sans dimension, puisque c'est le rapport entre la puissance moyenne et la puissance apparente.

$$\text{pf} = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i) \quad (1.35)$$

L'angle $\theta_v - \theta_i$ est appelé l'angle du facteur de puissance

De plus cet angle représente :

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{V_m \angle \theta_v}{I_m \angle \theta_i} = \frac{V_m}{I_m} \angle \theta_v - \theta_i \quad (1.36)$$

Alternativement:

$$\mathbf{V}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{V}}{\sqrt{2}} = V_{\text{rms}} \angle \theta_v$$

Et

$$\mathbf{I}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{I}}{\sqrt{2}} = I_{\text{rms}} \angle \theta_i$$

Alors

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{\mathbf{V}_{\text{rms}}}{\mathbf{I}_{\text{rms}}} = \frac{V_{\text{rms}}}{I_{\text{rms}}} \angle \theta_v - \theta_i \quad (1.37)$$

Le facteur de puissance est le cosinus de l'angle entre le courant et la tension, il est aussi le cosinus de l'angle de l'impédance de charge.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

1.2.4 PUISSANCE COMPLEXE

La puissance complexe est très importante dans l'analyse des circuits électriques parce qu'elle contient toutes les informations sur les puissances absorbées par une charge.

Considérons la charge de la figure1.9

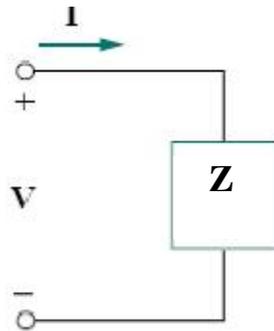


Figure1.9. Circuit avec une charge

La puissance complexe S absorbée par la charge est le produit de la tension et du conjugué du courant. Puisque

$$S = \frac{1}{2} \mathbf{V} \mathbf{I}^* \quad (1.38)$$

En termes de valeurs efficaces:

$$S = \mathbf{V}_{\text{rms}} \mathbf{I}_{\text{rms}}^*$$

Avec

$$\mathbf{V}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{V}}{\sqrt{2}} = V_{\text{rms}} \angle \theta_v$$

$$\mathbf{I}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{I}}{\sqrt{2}} = I_{\text{rms}} \angle \theta_i$$

Donc on peut écrire

$$\begin{aligned} S &= V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \angle \theta_v - \theta_i \\ &= V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \cos(\theta_v - \theta_i) + j V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} \sin(\theta_v - \theta_i) \end{aligned} \quad (1.39)$$

La puissance complexe peut aussi être exprimées en terme de l'impédance de charge Z .

$$(1.40)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{\mathbf{V}_{\text{rms}}}{\mathbf{I}_{\text{rms}}} = \frac{V_{\text{rms}}}{I_{\text{rms}}} \angle \theta_v - \theta_i$$

$$\mathbf{V}_{\text{rms}} = \mathbf{Z}\mathbf{I}_{\text{rms}}$$

$$\mathbf{S} = I_{\text{rms}}^2 \mathbf{Z} = \frac{V_{\text{rms}}^2}{\mathbf{Z}^*}$$

Comme

$$\mathbf{Z} = R + jX$$

Alors S devient:

$$\mathbf{S} = I_{\text{rms}}^2 (R + jX) = P + jQ \quad (1.41)$$

Où P et Q sont:

$$\begin{aligned} P &= \text{Re}(\mathbf{S}) = I_{\text{rms}}^2 R \\ Q &= \text{Im}(\mathbf{S}) = I_{\text{rms}}^2 X \end{aligned} \quad (1.42)$$

P: représente la puissance moyenne et dépend de la résistance R de la charge, Par contre Q dépend de la réactance X de la charge et représente la puissance réactive.

La puissance P est la puissance moyenne exprimée en watts délivrée à la charge. Elle est la seule puissance utile. C'est la puissance dissipée par la charge. La puissance réactive Q est une mesure de l'énergie échangée entre la source et la part réactive de la charge. L'Unité de Q est le voltampère réactif (VAR).

On doit noter que:

1. $Q = 0$ pour une charge résistive (facteur de puissance =1)
2. $Q < 0$ pour une charge capacitive (facteur de puissance en avance).
3. $Q > 0$ Pour une charge inductive (facteur de puissance en arrière).

La notion de puissance complexe nous permet d'obtenir la puissance active et réactive directement à partir des vecteurs de tension et courant.

Il est souvent pratique de représenter S, P, Q en forme de triangle, appelé triangle de puissance représenté sur la figure 11.21 (a). Ceci est similaire au triangle d'impédance montrant la relation entre Z, R et X, illustré par la figure 1.10 (b).

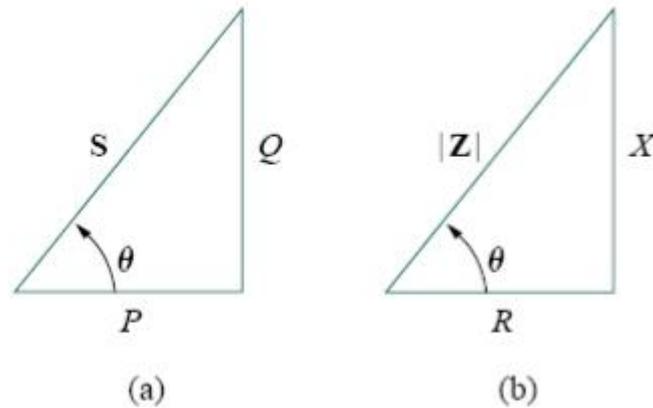


Figure 1.10 (a) triangle de puissance, (b) triangle d'impédance

Le triangle de puissance à quatre éléments: la puissance complexe; la puissance active, la puissance réactive et le facteur de puissance. Si deux sont connus les deux autres peuvent être déterminés à partir du triangle Comme indiqué sur la figure 1.11

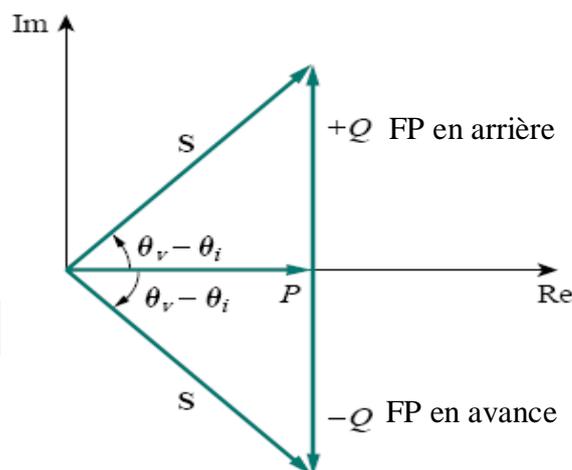


Figure 1.11 triangle de puissance

Si S se trouve dans le premier quadrant, on a une charge inductive avec un facteur de puissance arrière. Quand S se trouve dans le quatrième quadrant la charge est capacitive et le facteur de puissance est en avance.

1.4 CIRCUIT TRIPHASE

L'énergie électrique est distribuée à la plupart des installations industrielles par un système triphasé, composé de trois lignes. Les tensions alternatives entre les lignes ont même valeur et même fréquence, mais elles sont déphasées l'une par rapport à l'autre.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Les trois tensions V_{an} , V_{bn} , et V_{cn} déphasées l'une de l'autre de 120° , sont représentées sous forme de courbe sinusoïdales à la figure 1.4

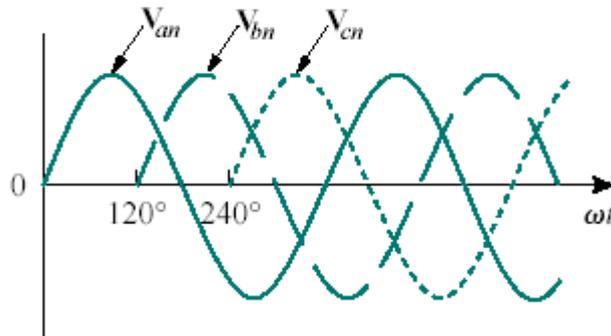


Fig1.12 Représentation sinusoïdale des tensions d'un système triphasé

Ces quantités peuvent être exprimées mathématiquement comme suite:

$$\begin{aligned}V_{an} &= V_m \sin \omega t \\V_{bn} &= V_m \sin(\omega t - 2\pi/3) \\V_{cn} &= V_m \sin(\omega t - 4\pi/3)\end{aligned}\tag{1.43}$$

Les trois tensions composées sont désignées par U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} . leur module est $U = \sqrt{3}.V$.

Si la charge est équilibrée, les phases sont le siège des courants respectifs I_A , I_B , I_C de module I et déphasés de φ sur les tensions correspondantes.

$$\begin{aligned}I_a &= I_m \sin(\omega t - \varphi) \\I_b &= I_m \sin(\omega t - \varphi - 2\pi/3) \\I_c &= I_m \sin(\omega t - \varphi - 4\pi/3)\end{aligned}\tag{1.44}$$

1.3.1 Système triphasé équilibré

Généralement un système triphasé consiste en en trois sources de tension connectées à des charges par trois ou quatre conducteurs. Un système triphasé est équivalent à trois systèmes monophasés.

Les sources de tension peuvent être connectées soit en étoile comme indiqué sur la figure1.13.a ou bien en triangle comme indique par la figure1.13.b

Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi

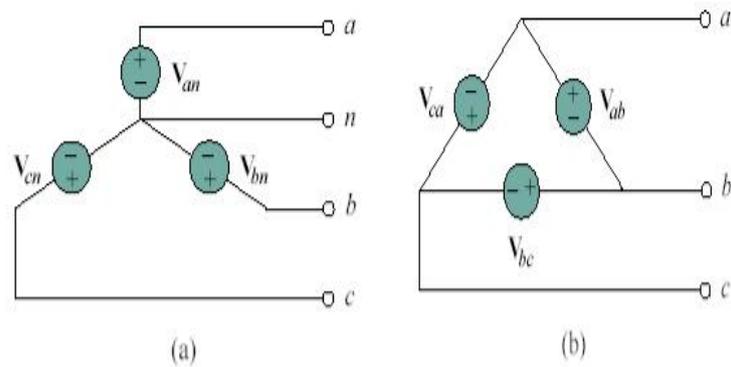


Figure 1.13 (a) Connexion en étoile, (b) Connexion en Triangle

Considérant la connexion des tensions en étoile de la figure 1.5.a, à partir de maintenant, les tensions V_{an} , V_{bn} et V_{cn} sont respectivement entre a, b, c et la ligne du neutre. Ces tensions sont appelées tension de phase. Si les tensions sont de même amplitude et de même fréquence et déphasées de 120° entre elles, les tensions sont dites équilibrées (balancées) c'est-à-dire que :

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{an} + \mathbf{V}_{bn} + \mathbf{V}_{cn} &= 0 \\ |\mathbf{V}_{an}| &= |\mathbf{V}_{bn}| = |\mathbf{V}_{cn}| \end{aligned} \quad (1.45)$$

Puisque les trois tensions sont déphasées de 120° , il y a deux combinaisons possibles. Une possibilité est indiquée par la figure 1.14.a et exprimée mathématiquement comme suite.

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{an} &= V_p \angle 0^\circ \\ \mathbf{V}_{bn} &= V_p \angle -120^\circ \\ \mathbf{V}_{cn} &= V_p \angle -240^\circ = V_p \angle +120^\circ \end{aligned}$$

(1.46)

Où V_p représente la valeur efficace.

La séquence abc est connue sous la l'appellation de **séquence directe**. Dans cette séquence V_{an} , est en avance sur V_{bn} , qui à son tour est t en avance sur V_{cn}

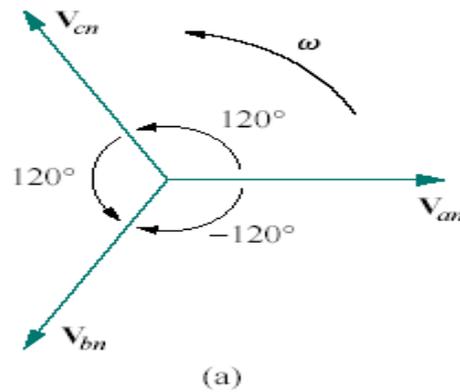


Figure.1.14 Séquence directe

L'autre possibilité est la séquence **acb** dite **séquence inverse**, elle est indiquée par la figure 1.14.b est exprimée mathématiquement comme suit :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_{an} &= V_p \angle 0^\circ \\
 \mathbf{V}_{cn} &= V_p \angle -120^\circ \\
 \mathbf{V}_{bn} &= V_p \angle -240^\circ = V_p \angle +120^\circ
 \end{aligned}
 \tag{1.47}$$

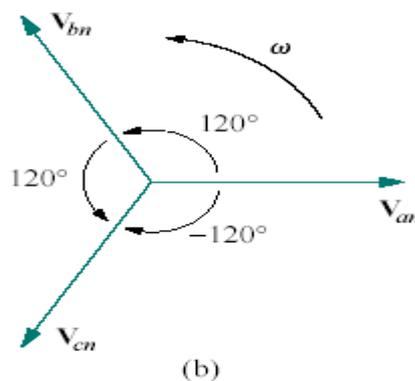


Figure 1.14 Séquence Inverse

Il est très simple de montrer que la somme des tensions est :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_{an} + \mathbf{V}_{bn} + \mathbf{V}_{cn} &= V_p \angle 0^\circ + V_p \angle -120^\circ + V_p \angle +120^\circ \\
 &= V_p (1.0 - 0.5 - j0.866 - 0.5 + j0.866) \\
 &= 0
 \end{aligned}$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Comme dans le cas des sources, les charges peuvent être connectées soit en étoile soit en triangle. La figure 1.15 (a) et 1.15 (b) montrent respectivement la connexion des charges en étoile et en triangle. Des charges sont dites déséquilibrées si les impédances ne sont pas égales en amplitude et en phase.

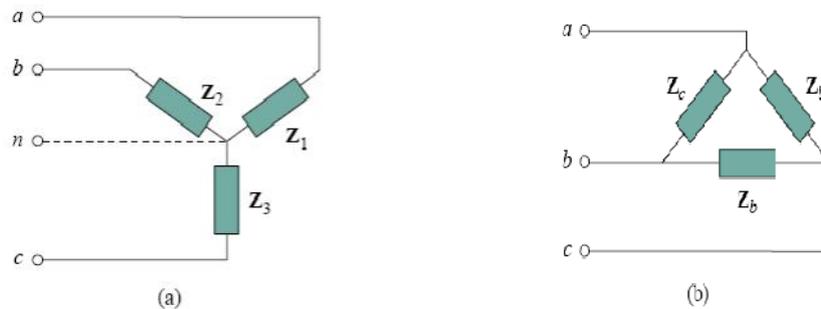


Figure 1.15 (a) Charges connectées, (b) en étoile et en triangle

Pour une charge équilibrée connectée en étoile on a :

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_Y \quad (1.48)$$

Pour une charge connectée en triangle on a

$$Z_a = Z_b = Z_c = Z_\Delta \quad (1.49)$$

On doit noter que :

$$Z_\Delta = 3Z_Y$$

Ou bien

$$Z_Y = \frac{1}{3}Z_\Delta$$

Donc une charge connectée en étoile peut être transformée en une connexion en triangle et vice versa.

1.3.3 Puissance Active, Réactive et Apparente

En réseau électrique, le concept de puissance active, de puissance réactive et de puissance apparente est d'une importance capitale, car il est plus facile d'expliquer les phénomènes électriques en travaillant avec les puissances plutôt qu'avec les tensions et les courants.

Schéma unifilaire.

Le circuit de la figure 1.16 (a) représente un système à courant alternatif comprenant une source et une charge raccordées par deux fils conducteurs. La charge consomme une

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

puissance active P . La puissance active se dirige constamment de la source vers la charge. Cette puissance est transportée par l'ensemble des deux fils conducteurs, c'est-à-dire par le câble reliant la source à la charge. Pour cette raison, lorsqu'on s'intéresse au transport de l'énergie, il est préférable (plus simple) de dessiner une seule ligne entre la source et la charge, cette ligne pouvant représenter deux voir trois ou plusieurs conducteurs. Ce circuit simplifié à un seul fil porte le nom de *schéma unifilaire*.

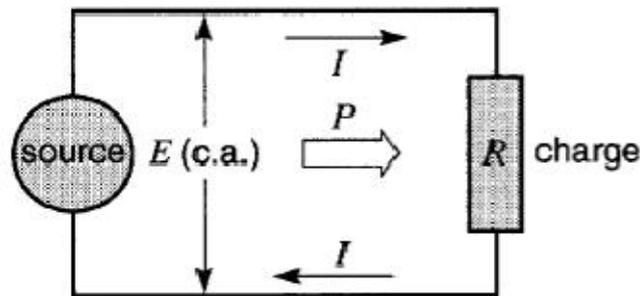


Figure 1.16 (a) Source alimentant une charge

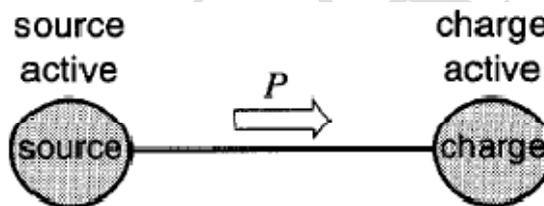


Figure 1.16 (b) Schéma unifilaire

On peut de la même façon montrer le transport d'une puissance réactive Q entre une source et une charge. La source et la charge sont alors nommées respectivement *source réactive* et *charge réactive* et une flèche Q se dirige de la source vers la charge.

La figure 1.16.(c) représente un dispositif absorbant simultanément de la puissance active et réactive. Dans ce cas les flèches de P et Q se dirigent dans le même sens. Dans d'autre cas les puissances se dirigent en sens inverses, comme indiqué par la figure 1.16. (d).

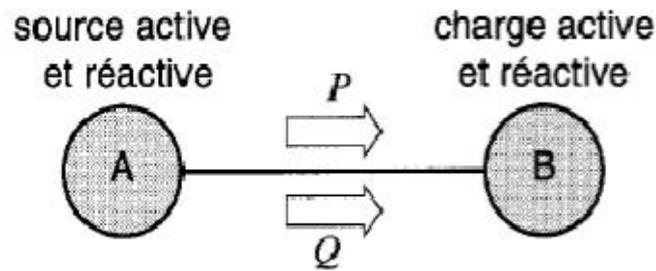


Figure 1.16 (c) Schéma unifilaire: P et Q même sens

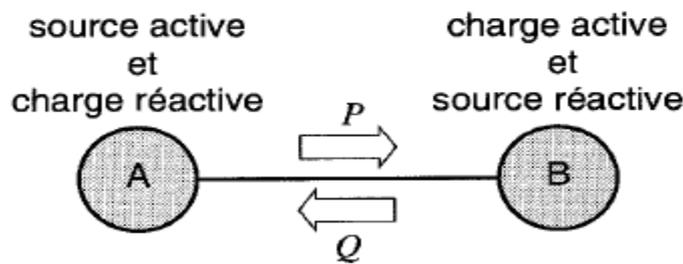


Figure 1.16 (d) Schéma unifilaire: P et Q sens inverse

1.3.3 NOTATION COMPLEXE

Les quantités complexes peuvent être représentées sous les formes suivantes à savoir :

Forme conventionnelle $Z = |Z| \cdot \angle \vartheta$

Forme rectangulaire $Z = x + jy$

Forme trigonométrique $Z = |Z|(\cos \vartheta + j \sin \vartheta)$ (1.50)

Forme exponentielle $Z = |Z| \cdot e^{j\vartheta}$

De la même manière on peut écrire que $V = |V| \cdot e^{j\alpha}$ et $I = |I| \cdot e^{j\beta}$

Où α et β sont les angles par rapport à une certaine référence.

La puissance complexe est définie comme étant le produit de la tension par le conjugué du courant:

$$S = V \cdot I^* = |V| \cdot e^{j\alpha} \cdot |I| \cdot e^{-j\beta} = |V| |I| \cdot e^{j(\alpha + \beta)}$$

$$S = |V| |I| \cos(\alpha - \beta) + j \sin(\alpha - \beta)$$
(1.51)

Posons $\alpha + \beta = \varphi$ donc $S = |V| |I| \cos \varphi + j |V| |I| \sin \varphi = P + jQ$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Le module de S est $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$, appelé puissance apparente en (V.A). La signification pratique de cette puissance est normalement la puissance nominale de la machine (générateur, transformateur....)

La puissance réactive sera positive quand l'angle $\alpha - \beta$ entre la tension et le courant est positif, c'est à dire quand ($\alpha > \beta$), qui signifie que le courant est en retard par rapport à la tension. Contrairement Q est négative pour $\alpha < \beta$ ce qui signifie que le courant est en avance par rapport à la tension.

Pour qu'il n'y est pas de confusion par la suite, on utilisera comme tension de ligne la tension entre phase (composée) la notation U et pour la tension entre phase et tension simple (entre phase et neutre) la notation V . Autrement dit les puissances dépensées dans la charge sont:

$$\begin{aligned} \text{Puissance apparente} \quad S &= 3VI = \sqrt{3}UI \\ \text{Puissance active} \quad P &= 3VI \cos \varphi = \sqrt{3}UI \cos \varphi \\ \text{Puissance réactive} \quad Q &= 3VI \sin \varphi = \sqrt{3}UI \sin \varphi \end{aligned} \quad (1.52)$$

Exemple 1

Une tension de $V = 208 \angle -30^\circ$ V est appliquée à une charge qui tire un courant de $I = 5 \angle 15^\circ$ A .

- calculer la puissance complexe S consommée par la charge.
- Calcule le facteur de puissance de cette charge
- Calculer la puissance réactive de cette charge.

Solution

- a) La puissance complexe consommée par la charge est:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{VI}^* = (208 \angle -30^\circ \text{ V})(5 \angle 15^\circ \text{ A})^* = (208 \angle -30^\circ \text{ V})(5 \angle -15^\circ \text{ A}) \\ \mathbf{S} &= 1040 \angle -45^\circ \text{ VA} \end{aligned}$$

- b) Le facteur de puissance de cette charge est:

$$\cos \varphi = \cos(-45) = 0,707 \text{ en avance}$$

- c) Puissance réactive de la charge:

$$Q = VI \sin \theta = (208 \text{ V})(5 \text{ A}) \sin(-45^\circ) = -735 \text{ var}$$

Analyse des Réseaux Electriques : Pr. A.Chaghi

A) Montage en étoile

Les trois enroulements d'un alternateur triphasé pourraient alimenter trois circuits distincts. Cet arrangement exigerait 6 fils pour alimenter la charge totale constituée par trois charges monophasées. On peut toutefois réduire le nombre de fils de ligne en groupant les trois fils en un seul. Ce fil retour, appelé fil neutre (ou phase neutre), porte la somme des trois courants de sorte que :

$$I_{neutre} = (I_a + I_b + I_c)$$

Le diagramme vectoriel de la figure 1.17 (b) montre que la somme vectorielle de ces trois courants est nulle par conséquent $N_{neutre} = 0$

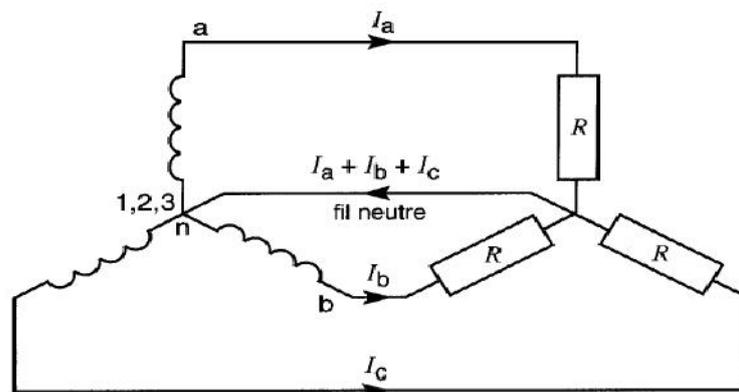


Figure 1.17 (a) Système à trois fils quatre conducteurs

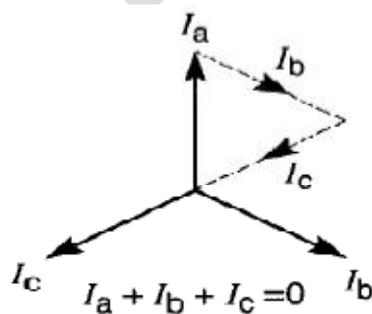


Figure 1.17 (b) Le courant dans le neutre est nul

On peut donc enlever le fil neutre complètement sans que les tensions ou les courants soient affectés figure 1.18 (c)

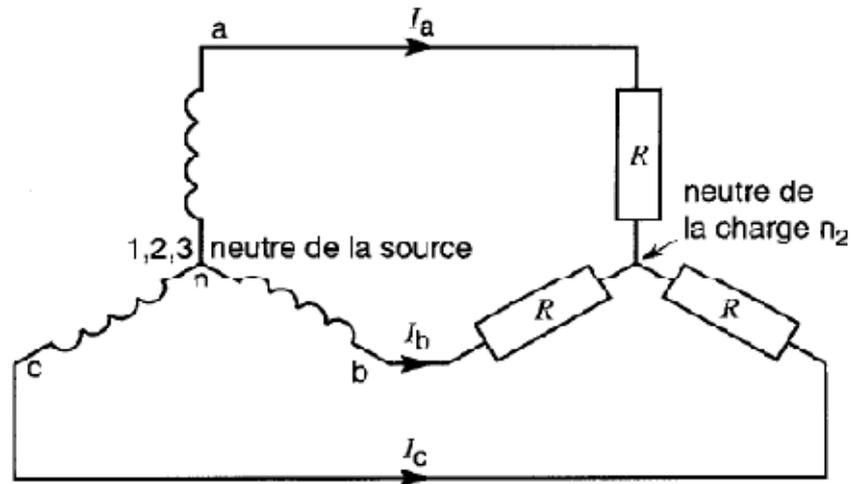


Figure 1.17 (c) Système triphasé à trois fils

Toutefois il faut remarquer que, pour supprimer le neutre, les trois charges doivent être identiques. En effet si les charges ne sont pas identiques, l'absence de fils de neutre occasionne un déséquilibre des tensions sur les trois charges.

B) Charges raccordées en étoiles et en triangle

Une charge triphasée est dite équilibrée lorsqu'elle est constituée de trois impédances identiques.

Les trois impédances peuvent être montées en étoile figure 1.18 (a) ou en triangle figure 1.18 (b). Les relations entre les tensions et les courants de chaque élément, par rapport à la tension de ligne E_L et au courant de ligne I_L , sont indiquées sur les figures.

Pour le montage en étoile, il est facile de comprendre les règles suivantes s'appliquent:

- Le courant dans chaque élément est égal au courant dans la ligne.
- La tension aux bornes de chaque élément est égale à la tension E_L de ligne divisé par $\sqrt{3}$.
- Les trois tensions aux bornes des éléments sont déphasées de 120° .
- Les trois courants dans les éléments sont déphasés de 120° .

Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi

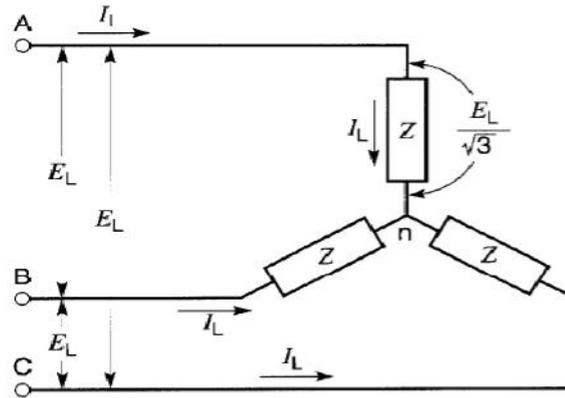


Figure 1.18 (a) Charge triphasée équilibrée montée en étoile

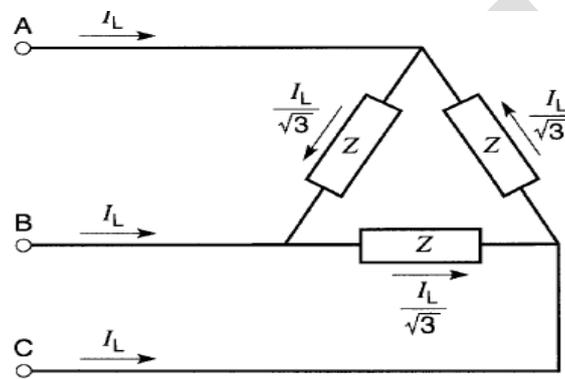


Figure 1.18 (b) Charge triphasée équilibrée montée en Triangle

Pour un montage en triangle les règles suivantes s'appliquent:

- Le courant dans chaque élément est égale au courant de ligne I_L divisé par $\sqrt{3}$.
- La tension aux bornes de chaque élément est égale à la tension E_L de la ligne.
- Les trois tensions aux bornes des éléments sont déphasées de 120° .
- Les trois courants dans les éléments sont déphasés de 120° .

Exemple 1

Une ligne triphasée de 550 volts (entre phase) alimente trois résistances identiques montées en étoiles. Quelle est la tension aux bornes de chaque résistance.

Solution

La tension aux bornes de chaque résistance est égale à la tension de ligne à neutre:

$$V = \frac{E_L}{\sqrt{3}} = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{550}{1.73} = 318 \text{ volts}$$

Retenons ici que la tension entre phase E_L est la tension composée U .

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Exemple 2

Trois impédances identiques montées en triangle sont alimentées par une ligne triphasée à 550 volts et tirent un courant de ligne de 10A. Calculer :

- Le courant dans chaque impédance et la tension à ses bornes
- La valeur des impédances.

Solution

- Le courant dans chaque impédance est

$$I = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{10}{1.73} = 5,78 \text{ A}$$

La tension aux bornes de chacune des impédances est

$$V = E_L = 550 \text{ volts.}$$

- La valeur de chaque impédance est:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{550}{5,78} = 95 \ \Omega$$

EXERCICES

Exercice 1

Trois charges de résistance $30 \ \Omega$ chacune sont connectées en étoiles à un réseau triphasé de tension 415 volts, déterminer:

- les tensions de phase
- les courants de phase
- les courant de lignes

Exercice 2

Soient trois charges identiques connectées en étoiles dont chacune est formée d'une résistance de $30 \ \Omega$ et d'une inductance de 127.3 mH . Si le courant de ligne est $5,08 \text{ A}$, calculer la tension de ligne si la fréquence est 50 Hz .

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Exercice 3

Soit un système triphasé équilibré de trois charges connectées en étoile, ayant une tension de phase égale 240 volts et un courant de ligne de 5A avec un facteur de puissance arrière de 0,966.

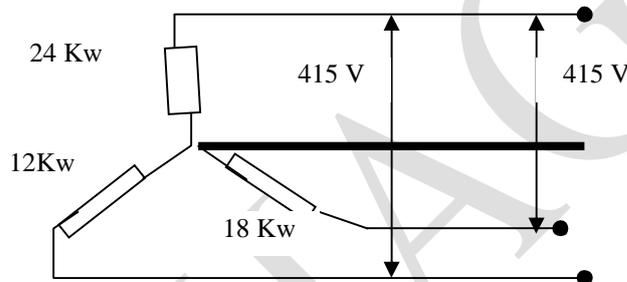
Tracer le digramme vectoriel complet des tensions.

Exercice 4

Un réseau triphasé quatre fils connecté en étoile alimente trois charge résistive comme indiqué sur la figure suivante.

Détermine

- Le courant de ligne
- le courant dans le conducteur neutre.



Exercice 5

Soient trois charges identiques connectées en triangle à un réseau de 440 volts, 50 Hz dont chacune est formée d'une résistance de 30Ω et d'une inductance de 127.3 mH.

Déterminer

- Le courant de phase
- le courant de ligne

Exercice 6

Trois capacités identiques sont connectés en triangle à un réseau d'alimentation de 415 volts, 50 Hz. Si le courant de ligne est 15 A, déterminer la valeur de chaque capacité.

Exercice 7

Trois charges identiques formées chacune d'une résistance de 10Ω et une inductance de 42 mH sont connectées à un réseau d'alimentation de tension 415 volts, 50Hz

- en étoile
- en triangle

Déterminer la puissance totale dissipée dans chaque cas?

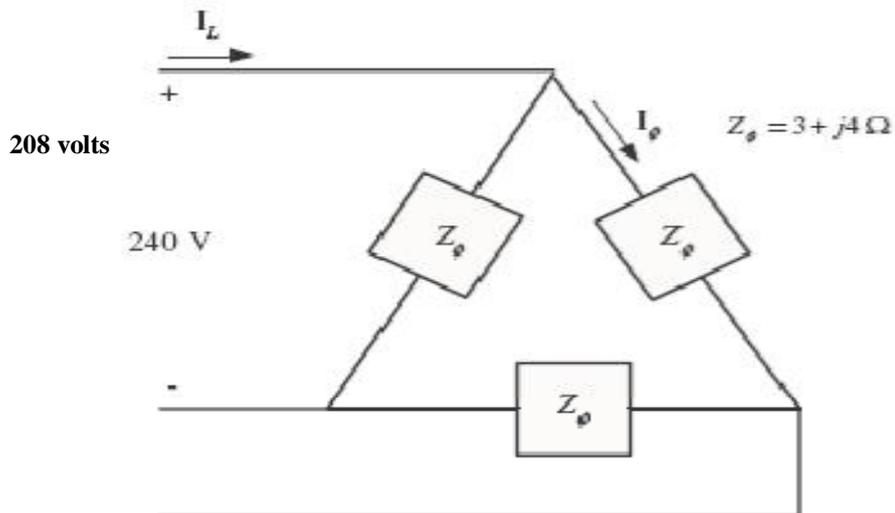
Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Exercice 8

Trois impédances de $4+j3\Omega$ sont connectées en triangle et alimenté par système triphasé 208 volts

Déterminer I_P , I_L , P , Q , S ainsi que le facteur de puissance de cette charge



Exercice 9

Soit un réseau électrique triphasé alimentant deux charges. Le générateur dont les enroulements sont connectés en triangle délivre une tension de 480volts et l'impédance de la ligne est $0,09+j0,16\Omega$.

La charge 1 d'impédance $2,5\angle 36,8^\circ \Omega$ est connectée en étoile et la charge 2 d'impédance $5\angle -20^\circ \Omega$.

CHAPITRE 2

Généralités sur Le Réseau Electrique

2.1 INTRODUCTION

L'évolution de la société au cours de ce siècle est venue montrer que la production, l'utilisation de l'énergie électrique représente un facteur de la dynamique de consommation de matières premières énergétique. Ainsi, alors qu'en général la consommation de l'énergie double en l'espace de 15 à 20 ans ,celle de l'énergie électrique double beaucoup plus vite en l'espace de 7 ans à 10 ans .La préférence à l'utilisation d'énergie sous forme de courant électrique découle des innombrables avantages qu'elle présente.

Comme l'énergie électrique n'est pas stockable, cela entraîne la nécessité de transports massifs d'énergie .Heureusement que l'énergie électrique est modulable très facilement, quelque soit la quantité. On peut remédier à sa difficulté de stockage en réalisant un équilibre permanent dans les réseaux entre la production et la consommation. Le réseau électrique constitue l'aspect géométrique du système énergétique à support électrique. Entre production et demande, le réseau est un intermédiaire inévitable.

Pour transporter et distribuer l'énergie électrique, tous les pays du monde ont à résoudre presque les mêmes problèmes. Les solutions qu'ils adoptent sont loin d'être identiques. Mais il faut reconnaître que toutes les solutions ont leurs justifications. Il est donc utile de ne pas se limiter à l'étude de la technique adoptée dans un seul pays, mais d'avoir des connaissances de la technique mise en œuvre dans la complexité des réseaux électriques.

Cependant dans ce domaine, les électriciens ont structuré la complexité des réseaux en trois parties:

- La Production de l'énergie électrique
- Le transport de l'énergie électrique
- la distribution de l'énergie électrique

2.2 Appel de puissance d'un réseau électrique

La puissance demandée par l'ensemble des clients d'un réseau électrique subit de grande fluctuation selon l'heure de la journée et selon les saisons. Le graphe de la figure 2.1 montre des variations quotidiennes et saisonnières

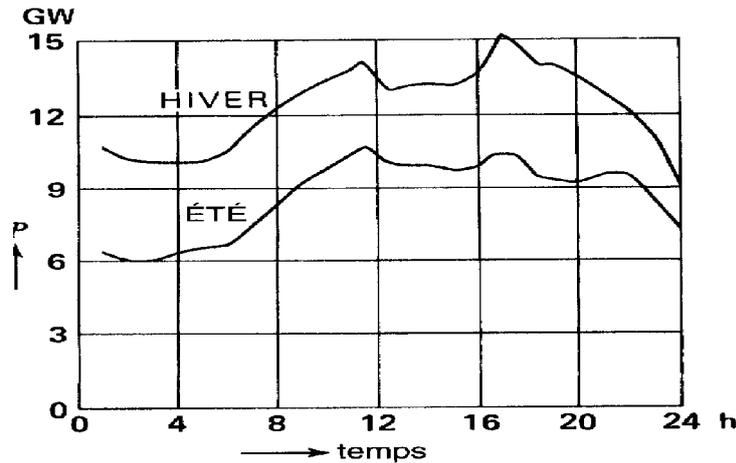


Figure 2.1 fluctuation de l'appel de puissance durant une

2.3 DISPOSITION GENERALE D'UN SYSTEME ELECTRIQUE

Il arrive fréquemment que l'énergie électrique soit produite en des points plus au moins distants des centres de consommations. Pour réaliser la liaison nécessaire entre les uns et les autres, il faut donc construire des lignes électriques. Les tronçons des lignes est raccordés entre eux par des installations appelées postes. La figure 2.2 représente la structure d'un système énergétique.

Toutefois pour réaliser la liaison entre la production et la consommation, il est nécessaire d'établir des lignes aériennes. Les lignes sont raccordées à des nœuds appelés postes. Ces points particulièrement importants comportent habituellement des transformateurs avec des dispositifs de contrôle et de sécurité. Les lignes qui relient ces nœuds constituent des branches. Ces branches étant suivant le cas, disposées sous forme d'antennes ou de mailles. Suivant le trajet de l'énergie depuis sa production jusqu'à son utilisation, il y a successivement différents types de réseaux dont les missions sont parfaitement définies.

2.3.1 RESEAUX DE TRANSPORT ET D'INTERCONNEXION

Ces réseaux assurent le transport et l'interconnexion en très haute (T.H.T) tension et en haute tension (H.T). Ils sont composés de lignes aériennes longues (jusqu'à plusieurs centaines de kilomètres) et transitent des puissances importantes. Ce type de réseau a une double mission:

- Collecter l'énergie fournie par les centrales électriques afin de l'acheminer vers les zones de consommation (fonction transport)
- Assurer des échanges d'énergie entre différentes régions et même avec des pays voisins (fonction interconnexion)

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

2.3.2 RESEAUX DE REPARTITION

Ces réseaux jouent le rôle d'intermédiaire entre le réseau de transport et le réseau de distribution. Il doit être en mesure de transiter plusieurs dizaines de MW sur des lignes à haute tension, limitées à quelques dizaines de Km.

2.3.3 RESEAUX DE DISTRIBUTION

Ils ont pour rôle de fournir aux réseaux d'utilisation la puissance dont ils ont besoin. Ils utilisent deux tensions:- Des lignes à moyenne tension (M.T) alimentées par des postes H.T/M.T et fournissent de l'énergie électrique soit directement aux consommateurs importants soit aux différents postes M.T/B.T.

- Des lignes à basse tension qui alimentent les usagers soit en monophasé soit en triphasé. Les réseaux M.T font pratiquement partie, dans leur totalité des réseaux de distribution.

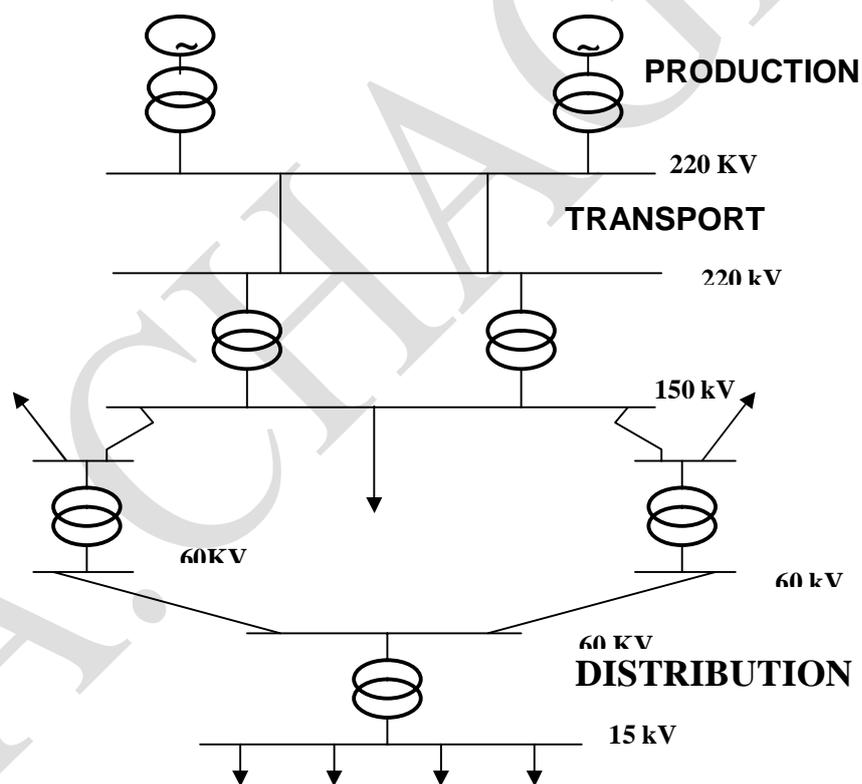


Figure .2.2 Structure d'un réseau

2.4 MODE DE TRANSPORT DE L'ENERGIE

Le mode triphasé joue un rôle fondamental pour le transport et la distribution de l'énergie électrique. En effet, les alternateurs des centrales électriques sont en majorité triphasés et la

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

tension qu'ils produisent est relativement basse (soit 20KV pour les centrales modernes). Si l'on veut que le transport de l'énergie soit économique, il faut que celui-ci soit assuré à une tension plus élevée (H.T, T.H.T)

Pour cerner l'intérêt du système triphasé par rapport au système monophasé, pour une puissance donnée, une ligne de transport triphasée demande moins de cuivre (ou d'aluminium) qu'une ligne monophasée de même tension. De plus les moteurs et les alternateurs triphasés sont plus petits, plus simples et moins coûteux que les moteurs et alternateurs monophasés de même capacité, de même tension et de même vitesse.

2.4.1 TRANSPORT EN COURANT MONOPHASE

Soit P (kW) une puissance à transporter sur une distance D(Km) sous une tension U et facteur de puissance $\cos\varphi$, sans que les pertes dépassent un certain pourcentage de P .soit $\Delta P = x\% \cdot P$,

Le courant de ligne est

$$I = \frac{P}{U \cdot \cos\varphi} \quad (2.1)$$

Les pertes de puissances sur la ligne sont $\Delta P_1 = 2 \cdot R \cdot I^2$

$$\Delta P_1 = \frac{2 \cdot \rho \cdot D \cdot P^2}{S \cdot U^2 \cdot \cos^2\varphi} \quad (2.2)$$

Le volume de cuivre nécessaire pour transporter cette puissance à la distance D sera donc

$$V_{\text{cu}} = 2 \cdot D \cdot S = \frac{4 \cdot \rho \cdot D^2 \cdot P}{x \cdot U^2 \cdot \cos^2\varphi} \quad (2.3)$$

De cette équation on peut noter que le volume de cuivre est inversement proportionnel au carré de la tension et au facteur de puissance. Ainsi on a intérêt à transporter l'énergie avec une tension élevée et un facteur de puissance élevé.

2.4.2 TRANSPORT EN COURANT TRIPHASE

Soit la même puissance que précédemment à transporter en triphasé sur la même distance et la même tension U et $\cos\varphi$.

Dans ce cas les pertes de puissances sur la ligne seront

$$\Delta P_2 = x \cdot P = 3 \cdot R \cdot I^2 \quad (2.4)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$I = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} \quad (2.5)$$

$$\Delta \cdot P_2 = \frac{3 \cdot \rho \cdot D}{S} \cdot \frac{P^2}{3 \cdot U^2 \cdot \cos^2 \varphi} \quad (2.6)$$

Le volume de cuivre dans ce cas

$$V_{2CU} = 3 \cdot S \cdot D = \frac{3 \cdot \rho \cdot D \cdot P}{x \cdot U^2 \cdot \cos^2 \varphi} \quad (2.7)$$

$$\text{Si on fait } V_{2cu} / V_{1cu} = 3/4; \text{ alors } V_{2cu} = (3/4) \cdot V_{1cu} \quad (2.8)$$

Autrement dit le volume de cuivre en triphasé n'est autre que 3/4 du volume de cuivre en monophasé transportant la même puissance. C'est pour cette raison principale que le transport se fait en triphasé.

Comme sur le plan économique on veut utiliser le moins de cuivre possible, on aura intérêt à adopter des tensions très élevées en triphasé.

Il est clair que pour le transport des tensions élevées et des facteurs de puissance élevés sont essentiels. Mais la limite supérieure en tension est atteinte quand les économies sur le cuivre et l'aluminium sont compensées par les prix des chaînes d'isolateurs des transformateurs et des appareils de coupures.

2.5 SYSTEME D'UNITES REDUITES

Les éléments constitutifs d'un réseau électrique peuvent fonctionner à des tensions différentes et être associés selon des schémas plus ou moins complexes.

La méthode de transformation des impédances permet de ramener l'impédance de chaque élément à une même tension de référence et de réduire le schéma réel complexe à un schéma équivalent simple.

2.5.1 EXPRESSION DES IMPEDANCES EN POUR-CENT

Une impédance a une valeur de p% si la chute de tension due au passage du courant nominal I_n dans cette impédance, rapportée à la tension nominale V_n , a une valeur de P/100 c'est à dire que

$$\frac{p}{100} = \frac{Z \cdot I_n}{V_n} \quad (2.9)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

La formule ci-dessus est valable pour une phase d'un système triphasé. On peut la transformer en introduisant la puissance apparente nominale triphasé $S_n = \sqrt{3}U_n I_n$ de l'appareil considéré ainsi que sa tension nominale $U_n = \sqrt{3}.V_n$

$$\frac{p}{100} = \frac{Z.I_n}{V_n} = \frac{\sqrt{3}.Z.I_n.\sqrt{3}.V_n}{3.V_n^2} = \frac{Z.S_n}{U_n^2} \quad (2.10)$$

Cette relation est utilisée souvent sous la forme

$$Z = \frac{p.U_n^2}{S_n} \quad (2.11)$$

Avec Z (Ω), U_n (volts, KV), S_n (VA, MVA)

2.5.2 GRANDEURS REDUITES

La grandeur réduite d'une grandeur physique est un nombre qui s'obtient en divisant cette grandeur par une autre de même nature choisie comme valeur de mesure est nommée «valeur de base». Une valeur réduite est sans dimension.

Dans le cas du réseau électrique: les deux grandeurs de base sont :

La puissance de base S_b (VA, KVA, MVA)

La tension de base U_b (V, KV)

Les autres grandeurs de base I_b et Z_b sont déduites

$$S(\text{pu}) = S/S_b$$

$$U(\text{pu}) = U/U_b$$

$$I(\text{pu}) = I/I_b$$

$$Z(\text{pu}) = Z/Z_b = Z.(S_b/U_b^2)$$

(2.12)

2.5.3 PASSAGE D'UN SYSTEME DE BASE A UN AUTRE

Le passage d'un système de grandeurs réduites à un autre système de base se fait de la manière suivante:

Soit S_1, U_1, I_1, Z_1 les grandeurs réduites dans le système de base S_{b1} et U_{b1} . La conversion de ces grandeurs dans un autre système de base S_{b2} et U_{b2} sera :

$S_2 = S/S_{b2}$ et comme $S = S_1.S_{b1} = S_2.S_{b2}$ on aura donc

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\begin{aligned} S_2 &= S_1 \cdot (S_{b1}/S_{b2}) \\ U_2 &= U_1 \cdot (U_{b1}/U_{b2}) \\ I_2 &= I_1 \cdot (I_{b1}/I_{b2}) \end{aligned} \quad (3.13)$$

De même pour les impédances

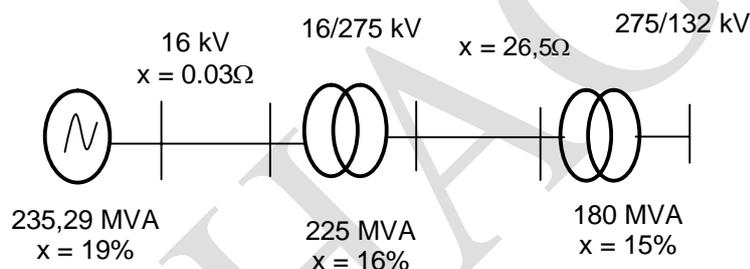
$$Z_2 = Z_1 \cdot (Z_{b1}/Z_{b2}) = Z_1 \cdot (S_{b2}/S_{b1}) \cdot (U_{b1}^2/U_{b2}^2) \quad (2.14)$$

Maintenant si $U_{b1} = U_{b2} = U_n$ on a simplement :

$$Z_2 = Z_1 \cdot (S_{b2}/S_{b1}) \quad (2.15)$$

EXEMPLE

Pour le réseau ci-dessous, exprimer toutes les réactances dans le même système de base $S_b=200$ MVA et $U_b=16$ KV



SOLUTION

Alternateur: $X_g = 0,19 \cdot \left(\frac{200}{235,29}\right) \cdot \left(\frac{16}{16}\right)^2 = 0,1615 \text{ pu}$

Ligne de 0,03Ω: $X_{L1} = 0,03 \cdot \left(\frac{200 \cdot 10^6}{(16 \cdot 10^3)^2}\right) = 0,0234 \text{ pu}$

Transformateur1: $X_{T1} = 0,16 \cdot \left(\frac{200}{225}\right) \cdot \left(\frac{16}{16}\right)^2 = 0,142 \text{ pu}$

Ligne de 26,5Ω: $X_{L2} = 26,5 \cdot \left(\frac{200 \cdot 10^6}{(275 \cdot 10^3)^2}\right) = 0,070 \text{ pu}$

Transformateur2: $X_{T2} = 0,15 \cdot \left(\frac{200}{180}\right) \cdot \left(\frac{132}{132}\right)^2 = 0,166 \text{ pu}$

2.6 PARAMETRES DES LIGNES ELECTRIQUES

Une ligne électrique est un ensemble de conducteurs, d'isolants et d'éléments accessoires destinés au transport de l'énergie électrique.

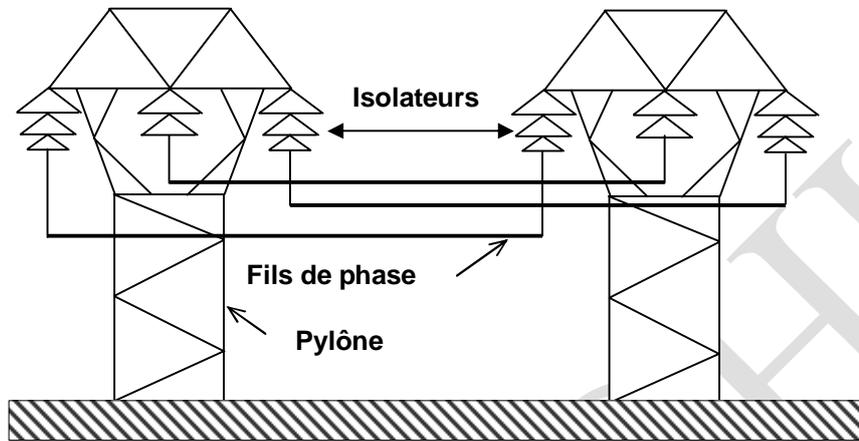


Figure. 2.3 Ligne électrique

Les lignes électriques aériennes (L.E.A) sont constituées par des conducteurs de phases en (Aluminium, Cuivre, Bronze etc...), fixés par des isolateurs en (Porcelaine, Verre, Matière plastique), sur des pylônes métalliques, des poteaux en béton ou en bois.

Les lignes électriques constituent les artères d'un système d'énergie électrique.

Une ligne électrique de transport peut être représentée par une résistance R , une inductance L en série et par une conductance G et capacité C en parallèle.

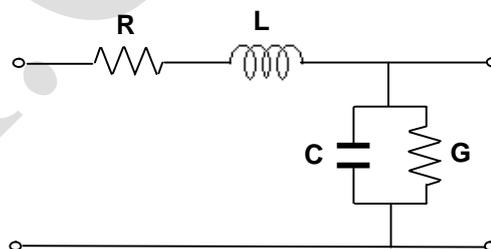


Figure 2.4 Représentation d'une ligne électrique

$$r :: \Omega / Km, \quad l : H / Km$$

$$c : F / Km, \quad g : Mho / Km$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

2.6.1 RESISTANCE D'UNE LIGNE ELECTRIQUE

La résistance d'un conducteur représente les pertes joules dans ce dernier quand il est parcouru par un courant I

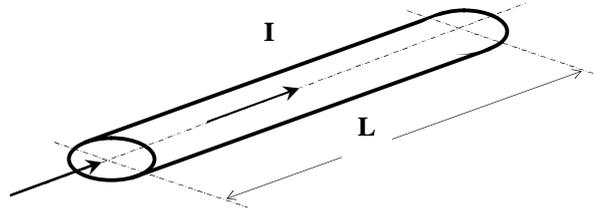


Figure.2.5 Conducteur parcouru par un courant

$$R = \frac{\text{Pertes. joules}}{I^2} \quad (2.16)$$

En courant continu ($f=0$), la résistance est donnée par

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \quad (2.17)$$

ρ : Résistivité du métal constituant le conducteur

$\rho = 1,77 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ pour le cuivre

$\rho = 2,83 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ pour l'aluminium

S : section du conducteur (mm^2)

l : longueur du conducteur (m)

En alternatif la résistance est majorée par:

L'effet de peau (skin effect), l'effet périculaire qui se traduit par une densité de courant beaucoup plus grande à la périphérie qu'au centre et par conséquent une augmentation de la résistance.

La résistance est parfois majorée par l'effet de proximité des conducteurs (faisceaux de deux ou plusieurs conducteurs élémentaires). En effet plus la fréquence est élevée, plus le courant alternatif a tendance à choisir des chemins aller et retour aussi voisin que possible. Le courant alternatif se répartit différemment que le courant continu résultant en une augmentation de la résistance.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

2.6.2 CONDUCTANCE D'UNE LIGNE ELECTRIQUE

La conductance d'une ligne électrique (L.E.A) se traduit généralement par un courant actif (résistif) de fuite entre la phase et la terre et varie en fonction de certains éléments tel que la pollution, le climat, l'humidité etc.

Elle est aussi le résultat de l'effet couronne pour certaines tension (T.H.T).

Si la tension est supérieure à une certaine tension critique $U > U_{cr}$, il apparaît une gaine lumineuse entourant le conducteur. Cette gaine se traduit par des pertes en plus sur la ligne, qui sont exprimées par la relation:

$$\Delta P = \frac{241}{\delta} (f + 25) \sqrt{r / D_m} (U - U_{cr})^2 \cdot 10^{-5} \text{ (KW / Km/phase)} \quad (2.18)$$

$$U_{c,r} = 84 m_1 m_2 \delta \cdot r \cdot \log \frac{D_m}{r} \quad (2.19)$$

Avec:

$m_1 = 0,8 \text{--} 0,95$ fonction de la surface

$m_2 = 1$ pour un beau temps et $0,8$ pour un temps pluvieux

$\delta = 1$ densité relative de l'air

D_m = distance moyenne entre les fils de phase

r = rayon du conducteur d'une phase

Cependant la conductance est généralement négligée dans les conditions de fonctionnement normales. Aussi la résistance et la conductance sont moins important dans le calcul de la capacité totale de transmission d'une ligne, mais sont très important dans le calcul du rendement car elles déterminent les pertes réelles dans la ligne.

2.6.3 REACTANCE D'UNE LIGNE ELECTRIQUE

La réactance d'une ligne ($X = \omega L$) est le paramètre le plus important du point de vue engineering d'une L.E.A parce que c'est elle qui détermine la capacité de transmission de la ligne ainsi que la chute de tension sur la ligne. La réactance d'une ligne dépend de la position relative de ses conducteurs dans l'espace et du rayon du conducteur.

2.6.3.1. INDUCTANCE D'UNE LIGNE MONOPHASE

Pour déterminer l'inductance d'un conducteur on doit tenir compte de l'encerclement du flux. En effet un conducteur seul (isolé) parcouru par un courant crée un champ magnétique à l'intérieur et à l'extérieur.

Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi

L'inductance d'une ligne est composée de deux inductances :

- Une composante L_i due au champ magnétique à l'intérieur du conducteur.
- Une composante L_{ex} due au champ magnétique à l'extérieur du conducteur.

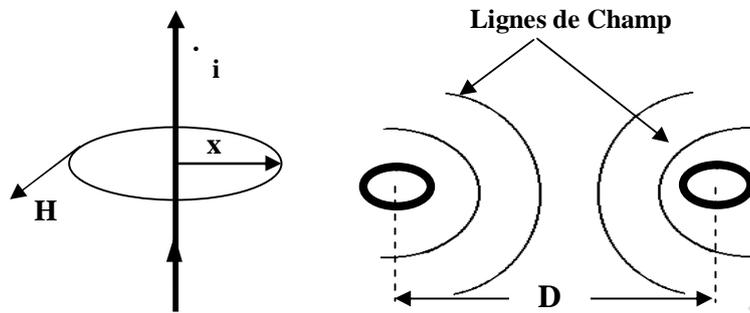


Figure 2.6 Champ magnétique associé à un Conducteur

2.6.3.2 INDUCTANCE INTERNE DU CONDUCTEUR

Considérons une section droite d'un conducteur rond parcourue par un courant I en supposant que le conducteur est homogène, le champ est uniformément réparti dans l'âme conductrice et la densité de courant est uniforme sur la section droite.

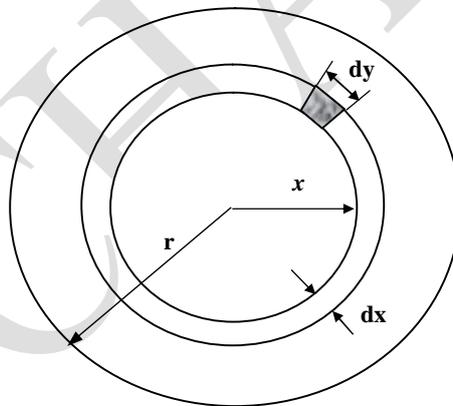


Figure.2.7 Section droite d'un conducteur cylindrique

La force magnétomotrice (F.M.M) en ampères-tours le long d'une courbe fermée est égale au courant (Ampères) enlacé. La F.M. est aussi égale à l'intégral de la composante tangentielle de l'intensité du champ magnétique le long de la courbe fermée.

$$F.M.M = \oint H \cdot dl = I \quad (A.t) \quad (2.20)$$

Avec H : intensité du champ magnétique $A.t / m$

l : distance le long de la courbe $[m]$

I : courant enlacé A

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Soit H_x l'intensité du champ à une distance x (m), du centre du conducteur. Puisque le champ est symétrique, H_x est constant en tout point équidistant du centre du conducteur. La F.M.M le long d'un élément tubulaire d'épaisseur dx et de rayon x parcouru par un courant

I_x est:

$$\oint H_x \cdot ds = I_x \quad (2.21)$$

$$d'où \quad H_x \cdot 2\pi x = I_x \quad (2.22)$$

En supposant une densité de courant uniforme alors

$$I_x = \frac{\pi \cdot x^2}{\pi \cdot r^2} I \quad (2.23)$$

Avec I le courant total dans le conducteur. en substituons dans l'équation, alors:

$$H_x = \frac{x}{2\pi r^2} I \quad \text{At/m} \quad (2.24)$$

L'induction magnétique correspondante B_x est

$$B_x = \mu \cdot H_x = \frac{\mu \cdot x I}{2\pi \cdot r^2} \quad (\text{Wb/m}^2) \quad (2.25)$$

où μ est la perméabilité du conducteur. Donc le flux engendré par la circulation du champ magnétique dans l'élément.

$$d\phi = B \cdot ds = \mu \frac{x}{2\pi \cdot r^2} I \cdot dx \cdot dy \quad (2.26)$$

$$\text{pour } dy=1\text{m on a, } d\phi = \frac{\mu \cdot x}{2\pi \cdot r^2} I \cdot dx \quad (2.27)$$

Le flux induit $d\Psi$ par mètre de longueur par le flux dans l'élément tubulaire ($d\phi$) est

$$d\Psi = \frac{\pi \cdot x^2}{\pi \cdot r^2} d\phi = \frac{\mu \cdot x^3}{2 \cdot \pi \cdot r^4} I \cdot dx \quad (\text{Wb.t/m}) \quad (2.28)$$

$$d\Psi = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot r^4} x^3 \cdot dx \quad (2.29)$$

$$\Psi_{in} = \int_0^r d\Psi = \int_0^r \frac{\mu \cdot I \cdot x^3}{2\pi r^4} dx = \frac{\mu \cdot I}{8\pi} \quad (2.30)$$

$$\Psi_{in} = \frac{\mu_0 \mu_r}{8 \cdot \pi} I \quad (2.31)$$

il est indépendant de la taille du conducteur, L'inductance interne L_I est:

$$L_I = \frac{\Psi_{in}}{I} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{8 \pi} \quad (2.32)$$

Si l'on considère l'inductance de la ligne c'est à dire. les deux conducteurs

$$L_I = 2 \cdot \left(\frac{\mu}{8 \pi} \right) = \frac{\mu}{4 \cdot \pi} \quad (2.33)$$

$$L_I = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{4 \cdot \pi} \quad (2.34)$$

3.2.3.3 INDUCTANCE EXTERNE DU CONDUCTEUR

Le flux induit dû a une portion du flux externe, limité par D_1 et D_2 du centre du conducteur

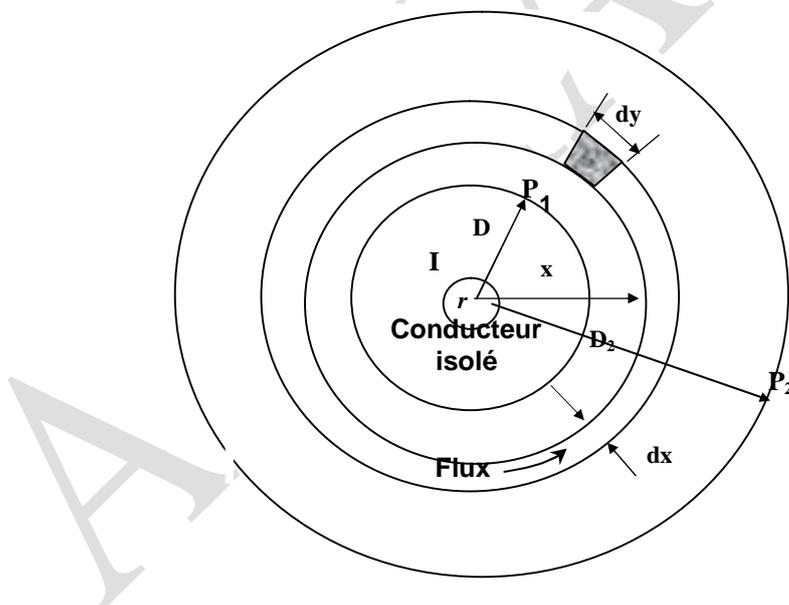


Figure. 2.8 Conducteur avec des points P_1 et P_2 externes

Considérons un élément tubulaire se trouvant a une distance x du centre et d'épaisseur dx (les lignes de forces sont des cercles concentriques autour du conducteur). On peut écrire

$$\oint H \cdot dL = 2 \pi \cdot x \cdot H = I \quad (2.35)$$

Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi

$$H = \frac{I}{2\pi \cdot x} ; B = \mu \cdot H, B = \frac{\mu I}{2\pi x} \quad (\text{Wb/m}^2) \quad (2.36)$$

$$d\Phi = B \cdot dS = B \cdot dy \cdot dx, \quad d\Phi = \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot x} dx \quad (\text{Wb/m}) \quad (2.37)$$

Le flux total entre P1 et P2

$$\Phi = \int_{D1}^{D2} d\phi = \int_{D1}^{D2} \frac{\mu \cdot I}{2\pi \cdot x} dx = \frac{\mu \cdot I}{2\pi} \ln \frac{D2}{D1} \quad (2.38)$$

$$L_{ex} = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad (3.24)$$

$\mu_r = 1$ pour le vide

$$L_{ex} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad (2.39)$$

L'inductance totale

$$L = L_1 + L_{ex} = \frac{\mu}{8\pi} + \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{D_2}{D_1} \quad (2.40)$$

$$L1 = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{D_1}{D_2} \right) \quad (2.41)$$

Dans le cas d'une ligne monophasé (deux conducteurs) avec $D_1=R$ et $D_2=D$

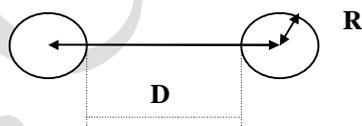


Figure 2.9 ligne monophasé

$$L = 2L_1 = \frac{\mu_0}{\pi} \left(\frac{\mu_r}{4} + \ln \frac{D}{R} \right) \quad (2.42)$$

Puisque $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H/m}$

$$L = 10^{-7} \left(1 + 4 \ln \frac{D}{R} \right) \quad (2.43)$$

$$L = 4 \cdot 10^{-7} \left(\frac{1}{4} + \ln \frac{D}{R} \right) = 4 \cdot 10^{-7} \left(\ln e^{1/4} + \ln \frac{D}{R} \right) \quad (2.44)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\text{donc } L = 4.10^{-7} \ln \frac{D}{R.e^{-1/4}} \quad (2.45)$$

$$L = 4.10^{-7} \ln \frac{D}{R'} \quad (2.46)$$

$$\text{avec } R' = R.e^{1/4} = 0,7788R \quad (2.47)$$

C'est comme on a faire à un conducteur fictif de rayon R' , sans flux interne mais de même inductance que le conducteur réel. Ce facteur de correction $K= 0,7788$ n'est valable que pour les conducteurs ronds pleins

2.3 CAS GENERAL D'UN GROUPE DE CONDUCTEURS

Soit un groupe de n conducteurs tel que

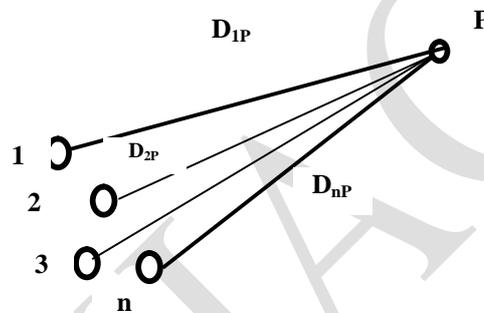


Figure.2.10 Groupe de conducteurs

On suppose que le système est équilibré, c'est à dire:

$$\sum_{i=1}^N I_i = 0 \quad (2.48)$$

Le flux d'induction propre du conducteur 1 dû au courant I_1 , en tenant compte du flux interne.

$$\Psi_{1P1} = \frac{\mu_0 I_1}{8\pi} + \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \ln \frac{D_{1P}}{R_1} = 2.10^{-7} I_1 \ln \frac{D_{1P}}{R'_1} \quad (2.49)$$

Le flux d'induction mutuel dû au conducteur 2 dans 1

$$\Psi_{2P2} = 2.10^{-7} I_2 \ln \frac{D_{2P}}{R'_1} \quad (2.50)$$

Donc le flux d'induction du conducteur 1 dû à tous les conducteurs sera

$$\phi_{1P} = 2.10^{-7} \cdot (I_1 \ln \frac{D_{1P}}{R'_1} + I_2 \ln \frac{D_{2P}}{D_{12}} + \dots + I_N \ln \frac{D_{NP}}{D_{1N}}) \quad (2.51)$$

Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi

on transforme cette équation

$$\phi_{IP} = 2.10^{-7} \cdot \left[I_1 \ln \frac{1}{R_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{1,2}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1,n}} \right] + \left[I_1 \ln D_{1,P} + I_2 \ln D_{2,P} + \dots + I_n \ln D_{n,p} \right] \quad (2.52)$$

Comme la $\sum_{i=1}^n I_i = 0 \rightarrow I_n = -(I_1 + I_2 + \dots + I_{n-1})$ (2.53)

En substituons I_n dans le second terme

$$\phi_{IP} = 2.10^{-7} \cdot \left[\left(I_1 \ln \frac{1}{R_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{1,2}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1,n}} \right) \right] + 2.10^{-7} \cdot \left[\left(I_1 \ln \frac{D_{1,P}}{D_{n,P}} + I_2 \ln \frac{D_{2,P}}{D_{n,p}} + \dots + I_{n-1} \ln \frac{D_{n-1,P}}{D_{n,p,n}} \right) \right] \quad (2.54)$$

Si P tend vers l'infini les termes

$$\frac{D_{1,p}}{D_{n,p}} \approx \frac{D_{2,p}}{D_{n,p}} \approx \dots \approx \frac{D_{n-1,p}}{D_{n,p}} = 1 \quad (2.55)$$

$$\ln \frac{D_{1,p}}{D_{n,p}} \approx \ln \frac{D_{2,p}}{D_{n,p}} \approx \dots \approx \ln \frac{D_{n-1,p}}{D_{n,p}} = 0 \quad (2.56)$$

Dans ce cas le flux d'induction net ϕ_{IP} est

$$\phi_{IP} = 2.10^{-7} \left(I_1 \ln \frac{1}{R_1} + I_2 \ln \frac{1}{D_{12}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{1n}} \right) \text{ (Wb-tr/m)} \quad (2.57)$$

2.4 CAS D'UNE LIGNE EN FAISCEAU

Généralement en T.H.T on utilise beaucoup les lignes en faisceaux c'est à dire chaque phase comporte 2, 3,4, ou plusieurs conducteurs écartés convenablement dont la disposition permet de réduire l'effet couronne. Considérons une ligne monophasée dont la configuration est.

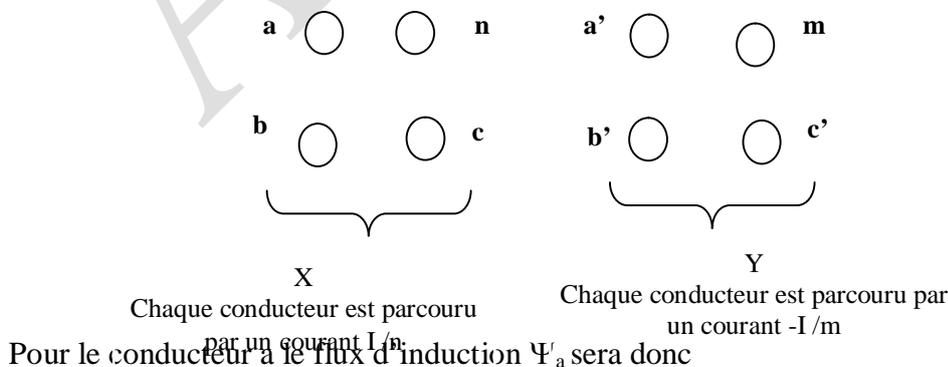


Figure 2.11 Ligne monophasée composée de deux conducteurs en Faisceaux.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\psi_a = 2.10^{-7} \cdot \frac{I}{n} \left(\ln \frac{1}{R'_a} + \ln \frac{1}{D_{a,b}} + \ln \frac{1}{D_{a,c}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{a,n}} \right) - 2.10^{-7} \frac{I}{M} \left(\ln \frac{1}{D_{a,a'}} + \ln \frac{1}{D_{D_{a,b'}}} + \ln \frac{1}{D_{a,c'}} + \dots + \ln \frac{1}{D_{a,m}} \right) \quad (2.57)$$

Cette équation peut être transformée sous la forme :

$$\psi_a = 2.10^{-7} \cdot I \cdot \ln \frac{\sqrt[n]{D_{aa'} \cdot D_{ab'} \cdot D_{ac'} \dots D_{am}}}{\sqrt[n]{R'_a \cdot D_{ab} \cdot D_{ac} \dots D_{an}}} \quad (2.58)$$

Par conséquent l'inductance du conducteur a est

$$L_a = \frac{\psi_a}{I_a} = \frac{\psi_a}{I/n} = 2.10^{-7} \cdot n \cdot \ln \frac{\sqrt[n]{D_{aa'} \cdot D_{ab'} \cdot D_{ac'} \dots D_{am}}}{\sqrt[n]{R'_a \cdot D_{ab} \cdot D_{ac} \dots D_{an}}} \quad (2.59)$$

De la même manière l'inductance du conducteur b est

$$L_b = \frac{\psi_b}{I_n} = 2.10^{-7} \cdot n \cdot \ln \frac{\sqrt[n]{D_{ba'} \cdot d_{bc'} \dots D_{bm}}}{\sqrt[n]{D_{ba} \cdot R'_b \dots D_{bn}}} \quad (2.60)$$

La valeur moyenne de l'inductance du conducteur X sera

$$L_m = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n} \quad (2.61)$$

et l'inductance du conducteur X est sachant que les conducteurs sont en parallèles

$$L_X = \frac{L_m}{n} = \frac{L_a + L_b + L_c + \dots + L_n}{n^2} \quad (2.62)$$

dans ce cas l'inductance L_X

$$L_X = 2.10^{-7} \cdot \ln \frac{\sqrt[n^2]{(D_{aa'} \dots D_{am}) \cdot (D_{ba'} \dots D_{bm}) \dots (D_{na'} \dots D_{nm})}}{\sqrt[n^2]{(D_{aa} \cdot D_{ab} \dots D_{an}) \cdot (D_{ba} \cdot D_{bb} \dots D_{bn}) \dots (D_{na} \cdot D_{nb} \dots D_{nn})}} \quad (2.63)$$

Avec $R'_a = D_{aa}$, $R'_b = D_{bb}$, $R'_n = D_{nn}$

$$\text{Le numérateur } D_m = \sqrt[n^2]{(D_{aa'} \dots D_{am}) \dots (D_{na'} \dots D_{nm})} \quad (2.64)$$

Est appelé distance moyenne géométrique

$$\text{Le dénominateur } R_m = \sqrt[n^2]{(D_{aa} \dots D_{an}) \dots (D_{na} \dots D_{nn})} \quad (2.65)$$

est appelé rayon moyen géométrique

D'une manière générale

$$L_X = 2.10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{R_m} \quad \text{henry/mètre} \quad (2.66)$$

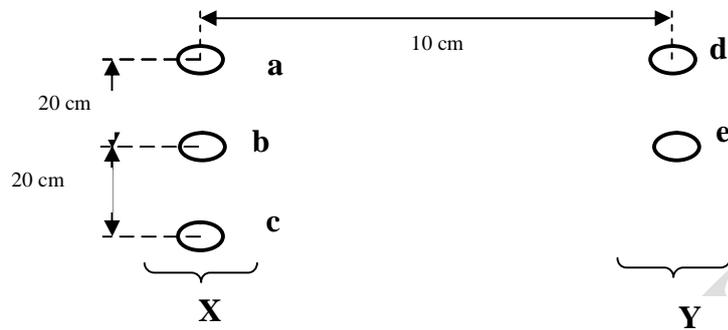
De la même manière on détermine L_Y et l'inductance totale de la ligne est $L = L_X + L_Y$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

EXEMPLE

Soit une ligne ayant la configuration ci-après.



Le rayon d'un conducteur du groupe X est 0,1cm

Le rayon d'un conducteur du groupe Y est 0,2cm

Déterminer l'inductance de la ligne?

Solution

Pour le groupe de conducteurs X l'inductance est

$$L_X = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_m}{R_m} \quad \text{H/m}$$

$$D_m = \sqrt[2 \times 3]{D_{ad} \cdot D_{ae} \cdot D_{bd} \cdot D_{be} \cdot D_{cd} \cdot D_{ce}}$$

$$D_{ad} = D_{be} = 30 \text{ cm} \quad D_{ad} = D_{be} = 30 \text{ cm}$$

$$D_{bd} = D_{ae} = D_{ce} = \sqrt{20^2 + 30^2} = 36 \text{ cm}$$

$$D_{cd} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ cm}$$

$$D_m = \sqrt[6]{30^2 + 36^2 + 50^2} = 35,78 \text{ cm}$$

$$R_m = \sqrt[9]{(D_{aa} \cdot D_{ab} \cdot D_{ac}) \cdot (D_{ba} \cdot D_{bb} \cdot D_{bc}) \cdot (D_{ca} \cdot D_{cb} \cdot D_{cc})}$$

$$D_{aa} = D_{bb} = D_{cc} = R' = 0,10,7788 = 0,07788 \text{ cm}$$

$$D_{ab} = D_{ba} = D_{bc} = D_{cb} = 20 \text{ cm}$$

$$D_{ac} = D_{ca} = 40 \text{ cm}$$

$$\text{Donc } R_m = \sqrt[9]{(0,07788)^3 \cdot 20^4 \cdot 40^2} = 3,7 \text{ cm}$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$L_x = \ln \frac{35,78}{3,7} = 4,53 \cdot 10^{-7} \text{ H / m, } L_x = 0,453 \text{ mH / Km}$$

Pour le groupe Y l'inductance est

$$L_Y = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{R_m}$$

La distance moyenne géométrique est la même $D_m = 35,78 \text{ cm}$

Par contre le rayon moyen géométrique R_m est

$$R_m = \sqrt[4]{D_{dd} \cdot D_{de} \cdot D_{ee} \cdot D_{ed}}$$

$$D_{dd} = D_{ee} = 0,2 \cdot (0,7788) =$$

$$D_{de} = D_{ed} = 20 \text{ cm}$$

$$R_m = \sqrt[4]{(0,2 \cdot 0,7788)^2 \cdot 20^2} = 1,76 \text{ cm}$$

$$L_Y = 2 \cdot 10^{-7} \ln \left(\frac{35,78}{1,76} \right) = 0,6 \text{ mH / Km}$$

L'inductance de la ligne est donc

$$L = L_x + L_Y = 1,053 \text{ mH / Km}$$

2.5 CAS D'UNE LIGNE TRIPHASE SYMETRIQUE

Les trois phases sont disposées en triangle équilatéral c'est à dire symétriques $I_a + I_b + I_c = 0$

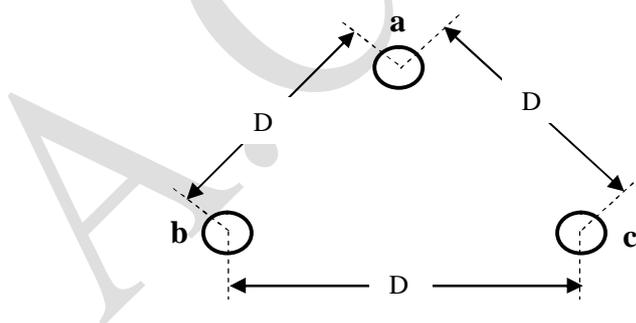


Figure.2.12 Ligne triphasé symétrique

$$\Psi_a = 2 \cdot 10^{-7} \left(I_a \ln \frac{1}{R'} + I_b \ln \frac{1}{D} + I_c \ln \frac{1}{D} \right) \quad (2.67)$$

$$I_b + I_c = -I_a$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\Psi_a = 2.10^{-7} \left(I_a \ln \frac{1}{R'} - I_a \ln \frac{1}{D} \right) = 2.10^{-7} \ln \frac{D}{R'} \quad (\text{Wb.tr/m}) \quad (2.68)$$

$$L_a = \frac{\Psi_a}{I_a} = 2.10^{-7} \ln \frac{D}{R'} \quad (2.69)$$

avec $D_m = \sqrt[3]{D^3} = D$ et $R_m = 0,7788 \sqrt[3]{r^3} = 0,7788r$

2.6 LIGNE TRIPHASE DISPOSEE EN NAPPE HORIZONTALE

Une ligne triphasée disposée horizontalement peut être représentée par la figure ci-dessous.

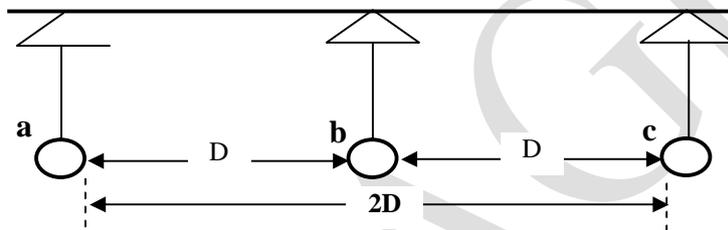


Figure 2.13 Ligne triphasé en nappe horizontale

La distance moyenne géométrique D_m dans ce cas sera

$$D_m = \sqrt[3]{2D^3} = \sqrt[3]{2} \cdot D = 1,26 \cdot D$$

Le rayon moyen géométrique R_m est

$$R_m = \sqrt[3]{r^3} = r$$

L'inductance de la ligne sera donnée par

$$L_a = 2.10^{-7} \cdot \ln \frac{1,26 \cdot D}{0,7788 \cdot r} \quad \text{H/m} \quad (2.70)$$

2.7 LIGNE TRIPHASE TRANSPOSEE

Quand les conducteurs d'une ligne ne sont pas symétriques, les flux d'induction et les inductances de chaque phase ne sont pas égaux, pour rendre la ligne symétrique on transpose les conducteurs de phases de manière que la ligne occupe diverses positions c'est à dire si comme on lui donnerait un écartement D unique égale à la moyenne géométrique des trois écarts réels afin de balancer l'inductance des phases.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

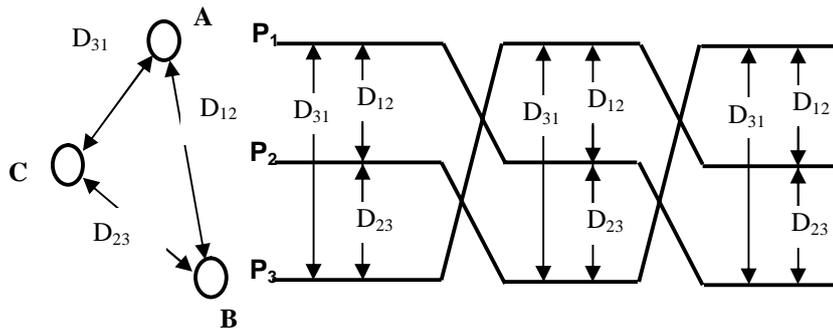


Figure.2.14 Ligne triphasé transposée

L'inductance sera la valeur moyenne de l'inductance d'une phase

Soit la phase A dans la position 1 , B dans la position 2 et C dans la position 3 ,le flux d'induction Ψ_{a1} est

$$\Psi_{a1} = 2.10^{-7} (I_{a1} \ln \frac{1}{R'} + I_b \ln \frac{1}{D_{21}} + I_c \ln \frac{1}{D_{31}}) \quad (2.71)$$

Avec A dans la position 2, B dans la position 3 et C dans la position 1

$$\Psi_{a2} = 2.10^{-7} (I_a \ln \frac{1}{R'} + I_b \ln \frac{1}{D_{23}} + I_c \ln \frac{1}{D_{12}}) \quad (2.72)$$

Avec A dans la position 3, B dans la position 1 et C dans la position 2

$$\Psi_{a3} = 2.10^{-7} (I_a \ln \frac{1}{R'} + I_b \ln \frac{1}{D_{31}} + I_c \ln \frac{1}{D_{23}}) \quad (2.73)$$

Le flux d'induction moyen de la phase A est

$$\Psi_a = \frac{\Psi_{a1} + \Psi_{a2} + \Psi_{a3}}{3} \quad (2.74)$$

$$\Psi_a = 2.10^{-7} \cdot \frac{1}{3} (3I_a \ln \frac{1}{R'} + I_b \ln \frac{1}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}} + I_c \ln \frac{1}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}) \quad (2.75)$$

Si on suppose que $I_a = -(I_b + I_c)$ dans ce cas

$$\Psi_a = 2.10^{-7} \frac{1}{3} (3I_a \ln \frac{1}{R'} - I_a \ln \frac{1}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}) \quad (2.76)$$

$$\Psi_a = 2.10^{-7} \ln \frac{\sqrt[3]{D_{12} D_{23} D_{31}}}{R'} \quad (2.77)$$

L'inductance de la phase A, L_a est

$$L_a = 2.10^{-7} \ln \frac{D_m}{R_m} \cdot \quad (\text{H/m}) \quad (2.78)$$

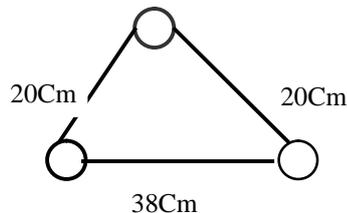
Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\text{Avec } D_m = D_{eq} = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}} \text{ et } R_m = 0,7788r = R'$$

EXEMPLE

Soit une ligne triphasée dont la disposition géométrique est indiquée ci-dessous. Le rayon du conducteur est 10 Cm



L'inductance de cette ligne est exprimée par

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{D_m}{R_m} \quad \text{H / m}$$

$$\text{Avec } D_m = \sqrt[3]{20 \cdot 20 \cdot 38} = 24,8 \text{ Cm}$$

$$R_m = 0,7788 \cdot 10 = 7,788 \text{ Cm}$$

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{24,8}{7,778} = 2,3165 \cdot 10^{-7} \text{ H / m}, \quad L = 0,23165 \text{ mH / Km}$$

2.8 CAS D'UNE LIGNE TRIPHASEE DOUBLECIRCUIT

Souvent une ligne triphasée est constituée de deux circuits distincts portés sur un même pylône. Le circuit C1 est constitué de trois conducteurs a, b, c et le circuit C2 est constitué aussi de trois conducteurs a', b', c'. Les conducteurs a et a' sont électriquement parallèles et constituent une phase équivalente. De même que pour les conducteurs b, b' et c, c'. Pour déterminer l'inductance dans ce cas, on considère que les conducteurs (a, a'), (b, b') et (c, c') sont les conducteurs groupe constituant les trois phases équivalentes.

Bien que la ligne peut ne pas être transposée, la détermination de l'inductance peut être simple si on suppose que la ligne est transposée tel que :

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

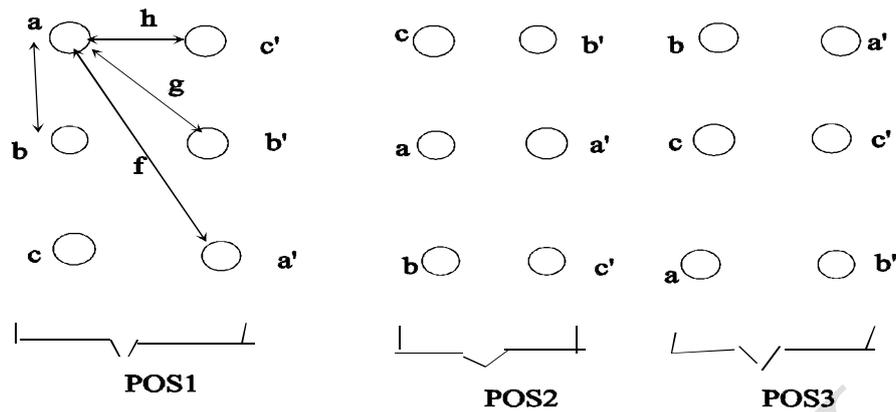


Figure. 2.15 Ligne à double circuit transposée

Dans ce cas la distance moyenne géométrique du conducteur (a) de la phase 1 respectivement des deux autres conducteurs sera

$$\text{Dans la position 1} \quad D_{m1} = \sqrt[4]{d \cdot 2d \cdot h \cdot g} \quad (2.79)$$

$$\text{Dans la position 2} \quad D_{m2} = \sqrt[4]{d \cdot d \cdot g \cdot g} \quad (2.80)$$

$$\text{Dans la position 3} \quad D_{m3} = \sqrt[4]{d \cdot 2d \cdot h \cdot g} \quad (2.81)$$

La distance géométrique équivalente : $D_{me} = \sqrt[3]{D_{m1} \cdot D_{m2} \cdot D_{m3}}$

Le rayon géométrique équivalent de la phase 1 sera donné par

$$R_{me} = \sqrt[3]{R_{m1} \cdot R_{m2} \cdot R_{m3}}$$

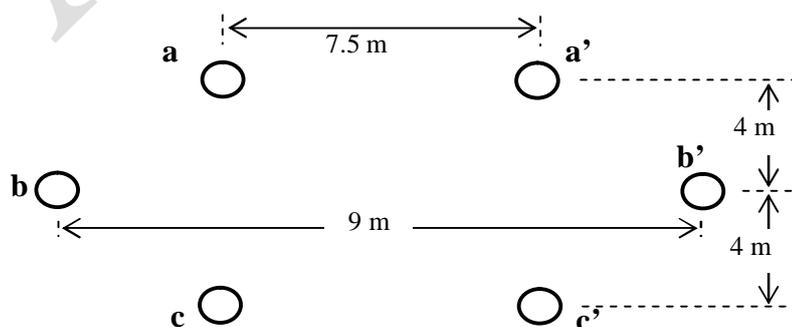
$$R_{m1} = \sqrt{r' \cdot f}, R_{m2} = \sqrt{r' \cdot h}, R_{m3} = \sqrt{r' \cdot f}, \text{ avec } r' = 0,7788 \cdot r$$

L'inductance par phase par kilomètre est donc

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_{me}}{R_{me}} \text{ H/Km/Phase} \quad (2.82)$$

EXEMPLE

Soit une ligne à double circuit dont le rayon de chaque conducteur est $d=2,5$ Cm La disposition géométrique de cette ligne est tel que



Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

La distance moyenne géométrique équivalente est

$$D_m = \sqrt[3]{D_{m1} \cdot D_{m2} \cdot D_{m3}}$$

$$D_{m1} = \sqrt[4]{D_{ab} D_{ac} \cdot D_{ab'} \cdot D_{ac'}} = D_{m3}$$

$$D_{ab} = D_{bc} = (4^2 + 0,75^2)^{1/2} = 4,0697\text{m}$$

$$D_{ac} = 8\text{m}, D_{ac'} = 7,5\text{m}$$

$$D_{ab'} = (4^2 + 8,25^2)^{1/2} = 9,1685\text{m}$$

$$D_{m1} = \sqrt[4]{4,0697 + 8 + 7,5 + 9,1685} = 6,878\text{m}$$

$$D_{m2} = \sqrt[4]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{ab'} \cdot D_{ac'}}$$

$$D_{ab} = D_{ac} 4,0697\text{m}, D_{ab'} = D_{ac'} = 9,1685\text{m}$$

$$D_{m2} = \sqrt[4]{4,6974,0697,9,1685,9,1685} = 6,1084\text{m}$$

$$D_{me} = \sqrt[3]{6,878,6,1084,6,878} = 6,61\text{m}$$

Le rayon moyen géométrique équivalent R_m est

$$R_{me} = \sqrt[3]{R_{m1} \cdot R_{m2} \cdot R_{m3}}$$

Puisque le rayon du conducteur fictif est:

$$r' = 1,25 \cdot 0,7788 = 0,9735 \text{ Cm}, r' = 0,09735 \text{ m}$$

$$R_{m1} = \sqrt{r' \cdot D_{aa'}} = \sqrt{0,9735 \cdot D_{aa'}} = R_{m3}$$

$$D_{aa'} = \sqrt{8^2 + 7,5^2} = 10,965\text{m}$$

$$R_{m1} = R_{m3} = \sqrt{0,9735 \cdot 10,965} = 0,3267\text{m}$$

$$R_{m2} = \sqrt{0,9735 \cdot 9} = 0,2959\text{m}$$

$$R_{me} = \sqrt[3]{0,3267 \cdot 0,2959 \cdot 0,3267} = 0,316\text{m}$$

$$L = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{6,61}{0,316} = 6,08 \cdot 10^{-7} \text{ H/m}, L = 0,608 \text{ mH/Km}$$

2.9 CAPACITE D'UNE LIGNE ELECTRIQUE

La capacité d'une ligne électrique est le résultat de la différence de potentielle entre les conducteurs, ou bien entre les conducteurs et le sol. La capacité entre des conducteurs parallèles dépend de la taille et de l'espace entre les conducteurs (rayon et disposition géométrique des conducteurs).

Tout point de l'espace est caractérisé par le vecteur champ électrique \vec{E} qui dérive du potentiel scalaire V tel que

$$\vec{E} = -\text{grad}V = -\frac{dV}{dr} \quad (2.83)$$

Ce champ permet de déterminer la force d'interaction sur une charge q tel que

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} \quad (2.83)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

C'est à dire que Le champ électrique en un point quelconque de l'espace représente la force, en intensité et en direction, qui sera appliquée à un charge positive ($q=1C$) placée en ce point

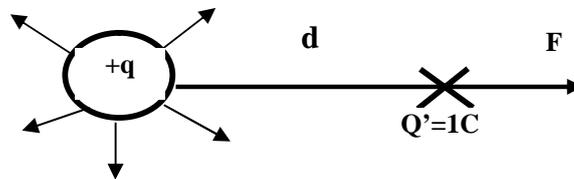


Figure. 2.16 Force appliquée à une charge

$$F = \frac{q \cdot q'}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot d^2} = \frac{q \cdot 1}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot d^2} \quad (\text{N}) \quad (2.85)$$

$$E = \frac{F}{q'} = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot d^2} \quad (\text{N} / \text{C}) \quad (2.86)$$

Avec $(1/4\pi\epsilon_0)=9 \cdot 10^9$ et $\epsilon_0=8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m

ϵ_0 : constante électrique du vide et $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

Le champ électrique E peut être aussi défini comme étant égal aux lignes de forces passant radialement à travers une section droite entourant un point.

Le nombre de lignes de forces produites par une charge q est Q / ϵ_0 en ce point

$$E = (Q / \epsilon_0) / D \quad \text{et} \quad Q/A = D \quad : \text{Densité du flux électrique (C/m}^2\text{)}$$

$$E = D / \epsilon_0 \quad \text{ou bien} \quad E = D / \epsilon, \quad E = D / \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

On appelle flux d'un vecteur E à travers une surface élémentaire dS la quantité

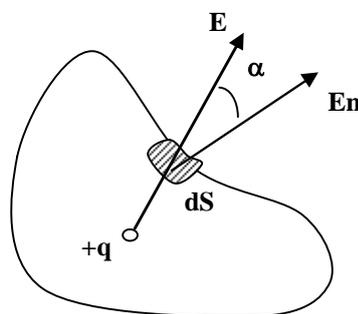


Figure. 2.17 Flux électrique à travers une

$$E_n = E \cdot \cos \alpha$$

$$dQ = \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_n \cdot dS = E \cdot dS \cdot \cos \alpha$$

Analyse des Réseaux Electriques :

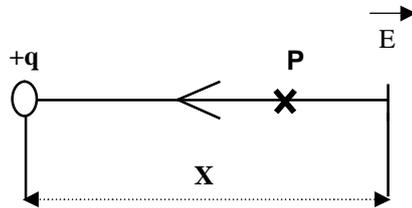
Pr. A.Chaghi

On définit le flux à travers cette surface

$$\psi = \iint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (2.87)$$

2.9.1 POTENTIEL D'UNE CHARGE PONCTUELLE

Soit V le travail effectué pour ramener une charge positive 1C de l'infini vers un point P.



Puisque

Figure 2.18 Charge ponctuelle q

$$\vec{E} = -\text{grad}V, \text{ alors, } V = -\int_{\infty}^x E \cdot dx, \text{ et, } E = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot x^2} \quad (2.88)$$

Avec $V(\infty) = 0$ potentiel coulombien

$$V = \frac{-q}{4\pi \cdot \epsilon_0} \int_{\infty}^x \frac{dx}{x^2} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{x} \right]_{\infty}^x = \frac{q}{4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot x}, (\text{Volts}) \quad (2.89)$$

2.9.2 CHAMP ELECTRIQUE D'UN CONDUCTEUR CHARGE

Soit un conducteur de longueur infini et de rayon r_1 dont la charge linéique est $q(\text{C/m})$

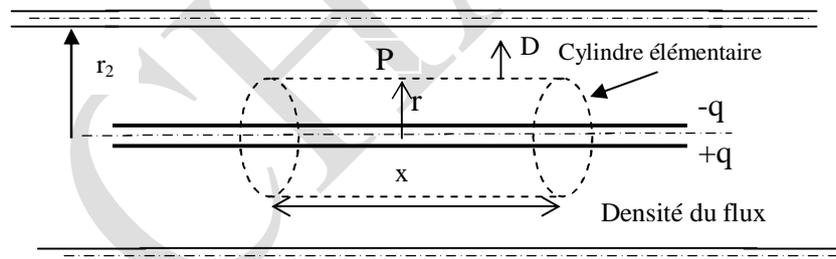


Figure.2.19 Surface cylindrique entourant un axe chargé

On suppose que l'espace entourant le conducteur est limité par un cylindre de rayon $r_2 = \infty$.

Soit un point P de cet espace, l'intensité du champ électrique en ce point à la distance r de l'axe peut être déterminée. Puisque la somme des charges situées à l'intérieur du cylindre de rayon r est tel que:

$$Q = q \cdot x, \text{ la densité } D = Q / S$$

$$D \cdot S = q \cdot x, \text{ donc } D \cdot 2\pi r \cdot x = q \cdot x$$

$$\text{alors } D = q / 2\pi r \quad \text{C/m}^2$$

$$\text{Comme } E \frac{D}{\epsilon} = \frac{q}{2\pi \cdot \epsilon r} \quad (\text{V/m})$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Le potentiel scalaire en ce point est donc

$$V(r) = -\int_{r_1}^r E \cdot dr = \frac{q}{2 \cdot \pi \epsilon} \ln \frac{r}{r_1}, (V) \quad \text{si } r \rightarrow \infty \quad V(\infty)=0 \quad (2.90)$$

2.9.3 CAPACITE D'UNE LIGNE MONOPHASE

Considérons deux conducteurs finis de longueur L chargés respectivement de +q et de -q C/m.

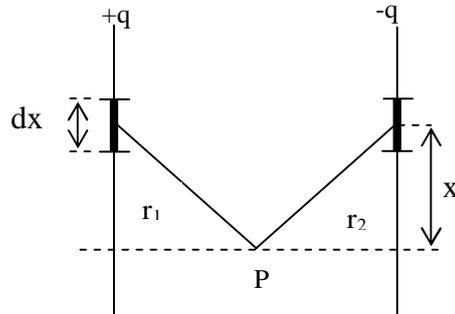


Figure 2.20 Ligne monophasé

Sur les deux conducteurs prenons deux éléments de longueur dx. Les deux éléments chargés peuvent être assimilés à deux charges ponctuelles de $\pm q \cdot dx$

Soit un point arbitraire P situé à une distance r_1 et r_2 des deux conducteurs

Puisque le potentiel par rapport à une charge ponctuelle d'un point quelconque est

$$V = q / 4\pi\epsilon_0 r$$

Les distances entre les éléments et le point P sont respectivement

$$\sqrt{x^2 + r_1^2}, \text{ et } \sqrt{x^2 + r_2^2}$$

Le potentiel V_P obtenu par superposition sera sur toute la longueur 2L

$$V_P = \int_{-L}^L \frac{q \cdot dx}{4 \cdot \pi \epsilon_0 \cdot \sqrt{x^2 + r_1^2}} + \int_{-L}^L \frac{-q dx}{4 \pi \epsilon_0 \sqrt{x^2 + r_2^2}} \quad (2.91)$$

Autrement dit

$$V_P = \frac{Q}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \ln \left[\frac{(L + \sqrt{L^2 + r_1^2})(-L + \sqrt{L^2 + r_2^2})}{(L + \sqrt{L^2 + r_2^2})(-L + \sqrt{L^2 + r_1^2})} \right] \quad (2.92)$$

$$\text{Si, } L \rightarrow \infty, \quad \frac{L + \sqrt{L^2 + r_1^2}}{L + \sqrt{L^2 + r_2^2}} \rightarrow \infty$$

$$\text{Par contre, } \frac{-L + \sqrt{L^2 + r_2^2}}{-L + \sqrt{L^2 + r_1^2}} \text{ sera indéterminé}$$

Afin d'éviter cette indétermination, on développe

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\frac{-L + \sqrt{L^2 + r_2^2}}{-L + \sqrt{L^2 + r_1^2}} = \frac{-1 + [1 + (r_2/L)^2]^{1/2}}{-1 + [1 + (r_1/L)^2]^{1/2}} = \frac{-1 + [1 + 1/2(r_2/L)^2 + \dots]}{-1 + [1 + 1/2(r_1/L)^2 + \dots]}$$

$$= \frac{1/2 \cdot (r_2/L)^2}{1/2 \cdot (r_1/L)^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}, \text{ alors on aura}$$

$$V_P = \frac{Q}{4 \cdot \pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 = \frac{Q}{2 \cdot \pi \epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}, \text{ Volts} \quad (2.93)$$

Le rapport (r_2/r_1) = constante représente les surfaces équipotentielles

($V_P = ct^e$)

Le rapport (r_2/r_1) peut être aussi grand ou petit selon r_2 et r_1 . En effet si P se trouve très proche de la ligne +q, le rapport r_2/r_1 est grand c'est à dire que $r_2 \rightarrow D$ et $r_2/r_1 \cong D/r_1$, donc V_P dépend approximativement de r_1 et de la surface équipotentielle adjacente au conducteur (+q) concentrique.

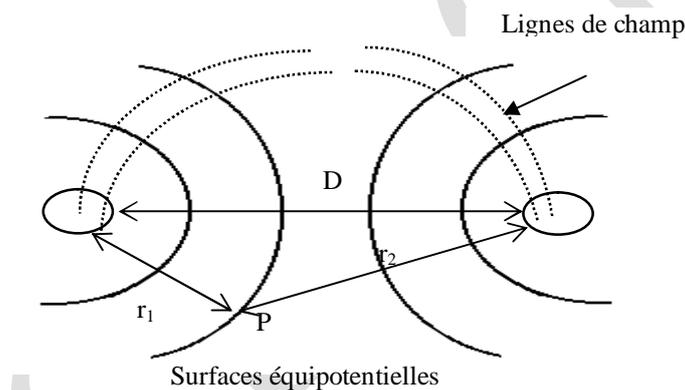


Figure.2.21 Surfaces équipotentielle autour d'une ligne

Le potentiel V_1 sur le cylindre de rayon r_1 sera

$$V_1 = \frac{Q}{2 \pi \epsilon_0} \ln \frac{D}{r_1} \quad (2.94)$$

De même que si r_2/r_1 est petit c'est à dire que $r_1 \rightarrow D$, le potentiel V_2 sur le cylindre de rayon r_2 sera

$$V_2 = \frac{Q}{2 \pi \epsilon_0} \ln \frac{r_2}{D} \quad (2.95)$$

La différence de potentielle entre les deux conducteurs

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{2 \pi \epsilon_0} \left(\ln \frac{D}{r_1} - \ln \frac{r_2}{D} \right) = \frac{Q}{\pi \epsilon_0} \left(\ln \frac{D}{\sqrt{r_1 \cdot r_2}} \right) \quad (2.96)$$

$$\text{Si } r_1=r_2=r \text{ alors } V_1 - V_2 = \frac{Q}{\pi \epsilon_0} \ln \frac{D}{r} \quad (2.97)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Puisque la capacité est le résultat de la différence de potentielle entre les deux conducteurs c'est à dire

$$C = \frac{Q}{V_1 - V_2} \quad (2.98)$$

$$C = \frac{\pi \cdot \epsilon_0}{\ln D / R}, \text{ F / m}$$

2.9.4 CAPACITE D'UNE LIGNE TRPHASE SYMETRIQUE

Les trois conducteurs sont disposés en triangle équilatéral

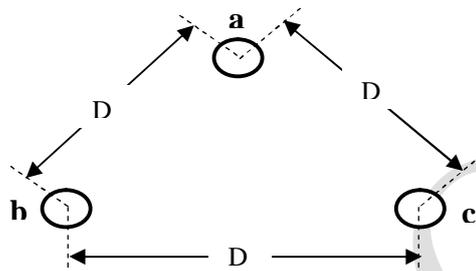


Figure 2.22 Ligne triphasé symétrique

La différence de potentielle V_{ab} due aux charges des conducteurs a et b peut s'écrire

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D} \right) \quad (v) \quad (2.99)$$

L'effet de la charge q_c du conducteur c peut être introduit en supposons que la charge q/m est équivalente à une charge ponctuelle q_c concentrée au centre du conducteur. C'est à dire que

V_{ab} due à q_c sera

$$V_{ab} = \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{D} = 0. \text{ volts} \quad (2.100)$$

Seulement pour considérer les trois charges nous écrivons

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{r}{D} + q_c \ln \frac{D}{D} \right)$$

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D}{r} + q_b \ln \frac{D}{D} + q_c \ln \frac{r}{D} \right) \quad (2.101)$$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[2q_a \ln \frac{D}{r} + (q_b + q_c) \ln \frac{r}{D} \right]$$

Puisque les tensions sont supposées sinusoïdales, les charges seront aussi sinusoïdales.

Toutefois s'il n'y a pas de charges dans leur environnement, la somme

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\sum_{i=1}^3 q_i = 0, \text{ alors } q_a + q_b + q_c = 0$$

$$V_{ab} + V_{ac} = \frac{3q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r} \quad (2.102)$$

Si nous exprimons V_{ab} et V_{ac} en fonction de V_{an} , tension par rapport au neutre.

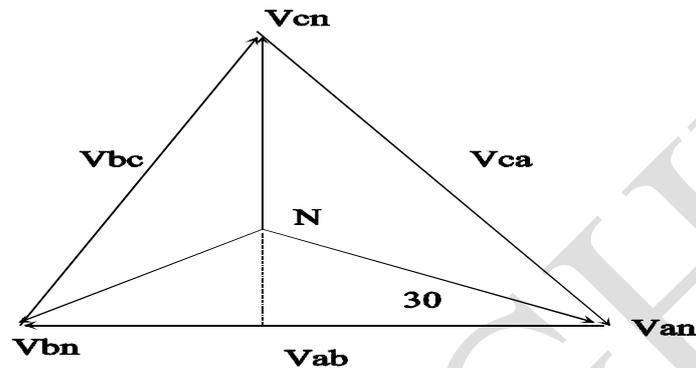


Figure 2.23 Diagramme vectoriel des tensions d'un système Triphasé symétrique

Le module de la tension V_{ab} est exprimé par

$$|V_{ab}| = 2|V_{an}| \cdot \cos 30 = \sqrt{3}|V_{an}|$$

$$V_{ab} = \sqrt{3} \cdot V_{an} \angle 30 = \sqrt{3} V_{an} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right)$$

$$V_{ac} = -V_{ca} = \sqrt{3} V_{an} \angle -30 = \sqrt{3} V_{an} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - j \frac{1}{2} \right)$$

$$V_{ab} + V_{ac} = 3 \cdot V_{an}, \text{ et } 3 \cdot V_{an} = \frac{3 \cdot q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{D}{r}$$

$$C_N = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2 \cdot \pi\epsilon_0}{\ln D/r}, (\text{F/m}) \quad (2.103)$$

2.9.5 CAPACITE D'UNE LIGNE TRIPHASE NON SYMETRIQUE

Une ligne triphasé non symétrique est une ligne dont les distances entre conducteurs ne sont pas égales tel que:

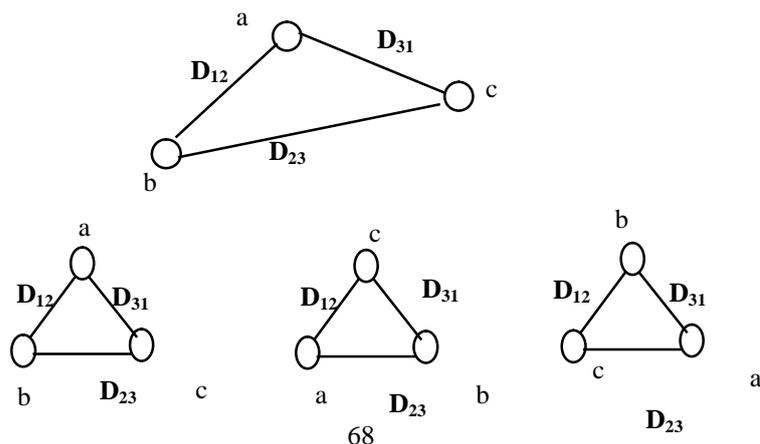


Figure.2.24 Ligne triphasée non symétrique

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Cependant pour une ligne non transposée, les capacités entre conducteurs et le neutre ne sont pas égales. La capacité moyenne de n'importe quelle phase par rapport au neutre est la même que la capacité moyenne par rapport au neutre de chacune des autres phases, pour une transposition complète de la ligne, Puisque chaque conducteur de phase occupe la même position que les autres conducteurs de phases sur une distance égale le long du cycle de transposition.

La dissymétrie d'une ligne non transposée est généralement faible par rapport aux configurations habituelles. A cet effet, la capacité est déterminée comme si la ligne est transposée. Dans ce cas nous pouvons déterminer la tension dans les trois positions:

$$(V_{ab})_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_{12}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{12}} + q_c \ln \frac{D_{23}}{D_{31}} \right) \quad (2.104)$$

$$(V_{ab})_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_{23}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{23}} + q_c \ln \frac{D_{31}}{D_{12}} \right) \quad (2.105)$$

$$(V_{ab})_3 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_{31}}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_{31}} + q_c \ln \frac{D_{12}}{D_{23}} \right) \quad (2.106)$$

La tension moyenne de V_{ab} sera

$$V_{ab} = \frac{(V_{ab})_1 + (V_{ab})_2 + (V_{ab})_3}{3} \quad (2.107)$$

$$V_{ab} = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}{r^3} + q_b \ln \frac{r^3}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}} + q_c \ln \frac{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}} \right)$$

$$V_{ab} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_m}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_m} \right) \quad (2.108)$$

$$\text{Avec, } D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

De la même manière on a:

$$V_{ac} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_m}{r} + q_c \ln \frac{r}{D_m} \right) \quad (2.109)$$

$$V_{ab} + V_{av} = 3V_{an} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(2q_a \ln \frac{D_m}{r} + q_b \ln \frac{r}{D_m} + q_c \ln \frac{r}{D_m} \right) \quad (2.110)$$

$$\text{Comme: } q_a + q_b + q_c = 0$$

$$3V_{an} = \frac{3}{2\pi\epsilon_0} q_a \ln \frac{D_m}{r} \quad (2.111)$$

$$\text{Alors dans ce cas : } C_N = \frac{q_a}{V_{an}} = \frac{2 \cdot \pi\epsilon_0}{\ln D_m / r}, (\text{F/m}) \quad (2.112)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

2.9.6 CAPACITE D'UNE LIGNE TRIPHASE A DOUBLE CIRCUIT

Généralement dans le cas des lignes à double circuit deux configurations possibles sont rencontrées pratiquement.

- La configuration hexagonale
- La configuration disposée dans un plan vertical

a) CONFIGURATION HEXAGONALE

La disposition géométrique d'une telle configuration peut être représentée selon la figure ci-dessous

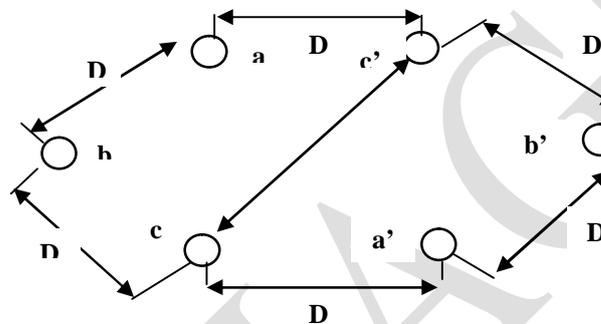


Figure 2.25 Disposition Hexagonale

Si l'on néglige l'effet de la terre, la transposition des conducteurs n'est pas nécessaire du fait que l'arrangement des phases est symétrique. Les phases seront équilibrées et par conséquent les conducteurs de chaque phase (a et a') ((b et b'), (c et c')) seront aussi équilibrés.

Puisque les conducteurs de la même phase sont connectés en parallèles, la charge par unité de longueur est la même.

Soit un point P situé à une distance très grande par rapport au système de manière que les distances entre les conducteurs et le point P sont presque les mêmes. Autrement dit le point P est à un potentiel

$V_P = 0$ (potentiel colombien).

Le potentiel V_a du conducteur (a) par rapport au point P dû à sa charge propre q_a et aux autres charges $q_b, q_c, q_{a'}, q_{b'}, q_{c'}$ s'écrit:

$$V_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(q_a \ln \frac{D_a}{r} + q_b \ln \frac{D_b}{D} + q_c \ln \frac{D_c}{\sqrt{3}D} + q_{a'} \ln \frac{D_{a'}}{2D} + q_{b'} \ln \frac{D_{b'}}{\sqrt{3}D} + q_{c'} \ln \frac{D_{c'}}{D} \right) \quad (2.113)$$

Comme $q_a = q_{a'}, q_b = q_{b'}$, et $q_c = q_{c'}$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$V_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \left(\ln \frac{D_a}{r} + \ln \frac{D_{a'}}{2D} \right) + q_b \left(\ln \frac{D_b}{D} + \ln \frac{D_{b'}}{\sqrt{3}D} \right) + q_c \left(\ln \frac{D_c}{\sqrt{3}D} + \ln \frac{D_{c'}}{D} \right) \right] \quad (2.114)$$

$$V_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln(D_a \cdot D_{a'}) + q_b \ln(D_b \cdot D_{b'}) + q_c \ln(D_c \cdot D_{c'}) \right] + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{1}{2D \cdot r} + q_b \ln \frac{1}{\sqrt{3}D^2} + q_c \ln \frac{1}{\sqrt{3}D^2} \right] \quad (2.115)$$

Comme $D_{aa'} = D_{bb'} = D_{cc'}$,

$$V_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} (q_a + q_b + q_c) \ln D_a \cdot D_{a'} + \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{1}{2Dr} + (q_b + q_c) \ln \frac{1}{\sqrt{3}D^2} \right] \quad (2.116)$$

Puisque $q_a + q_b + q_c = 0$ on aura

$$V_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} q_a \left(\ln \frac{1}{2Dr} - \ln \frac{1}{\sqrt{3}D^2} \right) = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{3} \cdot D}{2r} \quad (2.117)$$

$$C = \frac{q_a}{V_a} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{\sqrt{3} \cdot D}{2r}}, F / m / \quad (2.118)$$

$$C = \frac{4 \cdot \pi\epsilon_0}{\ln \frac{\sqrt{3} \cdot D}{2r}}, F / m / \text{Phase} \quad (2.119)$$

Comme les conducteurs des différentes phases sont disposés symétriquement, l'expression de la capacité des autres phases sera la même.

b) CONFIGURATION DISPOSEE DANS UN PLAN VERTICAL

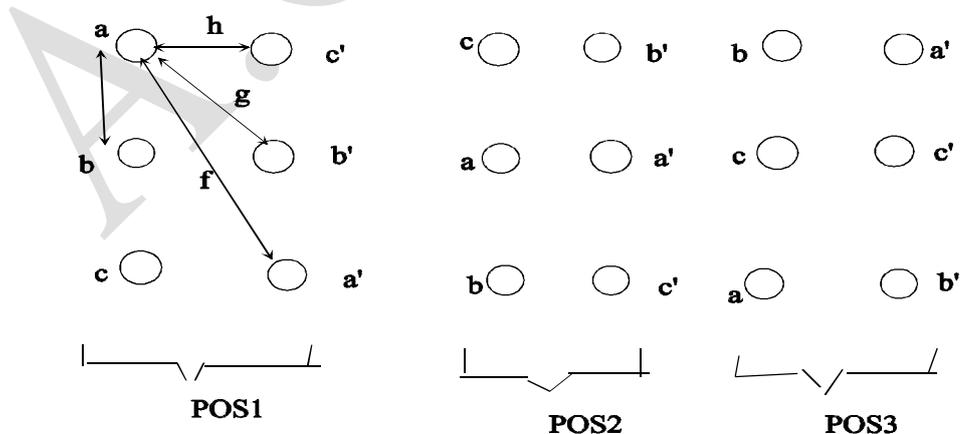


Figure.2.26 Ligne double circuit disposée dans un plan vertical

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Puisque les conducteurs des différentes phases ne sont pas symétriques, une transposition cyclique des conducteurs est nécessaire pour déterminer l'expression de la capacité.

Afin déterminer la tension moyenne du conducteur (a) dans les trois positions due à sa charge propre q_a et aux autres charges $q_b, q_c, q_{a'}, q_{b'}$ et $q_{c'}$, nous supposons un point P se trouvant à une distance très grande du système tel que

$$D_a = D_b = D_c = D_{a'} = D_{b'} = D_{c'} \text{ et } V_P=0$$

Le potentiel du conducteur (a) dans la position 1 sera donc

$$(V_a)_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{D_a}{r} + q_b \ln \frac{D_b}{d} + q_c \ln \frac{D_c}{2d} + q_{a'} \ln \frac{D_{a'}}{f} + q_{b'} \ln \frac{D_{b'}}{g} + q_{c'} \ln \frac{D_{c'}}{h} \right]$$

Tenons compte que:

$$q_a + q_b + q_c = 0 \text{ et } q_a = q_{a'}, q_b = q_{b'}, q_c = q_{c'} \text{ on aura}$$

$$(V_a)_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{1}{r.f} + q_b \ln \frac{1}{d.g} + q_c \ln \frac{1}{2.d.h} \right] \quad (2.120)$$

Le potentiel du conducteur (a) dans la position 2 sera

$$(V_a)_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{1}{r.h} + q_b \ln \frac{1}{d.g} + q_c \ln \frac{1}{d.g} \right] \quad (2.121)$$

De même que dans la position 3

$$(V_a)_3 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{1}{r.f} + q_b \ln \frac{1}{2.d.h} + q_c \ln \frac{1}{d.g} \right] \quad (2.112)$$

Le potentiel moyen du conducteur (a) dans les trois positions est donc

$$V_a = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{1}{r^3.f^2.h} + q_b \ln \frac{1}{2d^3.g^2.h} + q_c \ln \frac{1}{2d^3.g^2.h} \right] \quad (2.113)$$

$$V_a = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{1}{r^3.f^2.h} - q_a \ln \frac{1}{2.d^3.g^2.h} \right] \quad (2.124)$$

$$V_a = \frac{q_a}{6\pi\epsilon_0} \ln \frac{2.d^3.g^2.h}{r^3.f^2.h} = \frac{q_a}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt[3]{2}.d}{r} \left(\frac{g}{f} \right)^{2/3} \quad (2.125)$$

La capacité du conducteur (a) est donc

$$C = \frac{q_a}{V_a} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{\sqrt[3]{2}.d}{r} \left(\frac{g}{f} \right)^{2/3}}, \text{ F / m / conducteur} \quad (2.126)$$

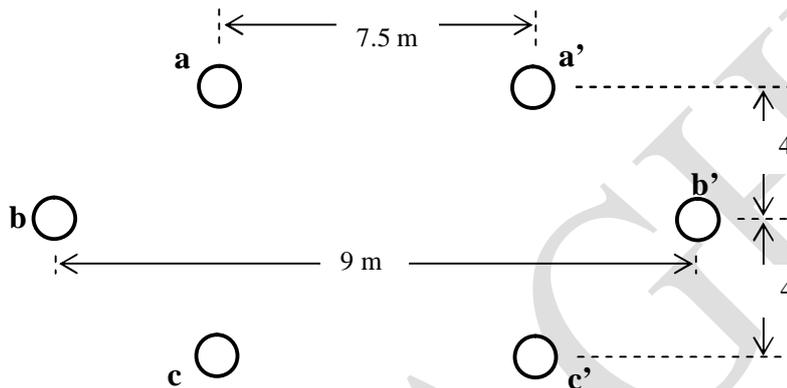
Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\text{La capacité par phase du système } C = \frac{4 \cdot \pi \epsilon_0}{\ln \frac{\sqrt[3]{2} \cdot d}{r} \left(\frac{g}{f}\right)^{2/3}} \text{ F/m/Phase} \quad (2.127)$$

EXEMPLE

Soit une ligne à double circuit dont le rayon de chaque conducteur est $d=2,5$ Cm. La disposition géométrique de cette ligne est tel que :



La distance moyenne géométrique équivalente est

$$D_m = \sqrt[3]{D_{m1} \cdot D_{m2} \cdot D_{m3}}$$

$$D_{m1} = \sqrt[4]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{ab'} \cdot D_{ac'}} = D_{m3}$$

$$D_{ab} = D_{bc} = (4 + 0,75^2)^{1/2} = 4,697 \text{ m}$$

$$D_{ac} = 8 \text{ m} , D_{ac'} = 7,5 \text{ m}$$

$$D_{ab'} = (4^2 + 8,25^2)^{1/2} = 9,1685 \text{ m}$$

$$D_{m1} = \sqrt[4]{4,0697 + 8 + 7,5 + 9,1685} = 6,878 \text{ m}$$

$$D_{m2} = \sqrt[4]{D_{ab} \cdot D_{ac} \cdot D_{ab'} \cdot D_{ac'}}$$

$$D_{ab} = D_{ac} = 4,0697 \text{ m} , D_{ab'} = D_{ac'} = 9,1685 \text{ m}$$

$$D_{m2} = \sqrt[4]{4,697 \cdot 4,0697 \cdot 9,1685 \cdot 9,1685} = 6,1084 \text{ m}$$

$$D_{me} = \sqrt[3]{6,878 \cdot 6,1084 \cdot 6,878} = 6,61 \text{ m}$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Le rayon moyen géométrique équivalent R_{me} sera le même que pour le calcul des inductances sauf qu'au lieu de r' , on utilisera r , étant donné que les charges se trouvent sur la surface du conducteur contrairement au flux magnétique qui se trouve à l'intérieur du conducteur.

$$R_{m1} = R_{m2} = \sqrt{1,25 \cdot 10^{-2} \cdot 10,965} = 0,3702 \text{ m}$$

$$R_{m2} = \sqrt{1,25 \cdot 10^{-2} \cdot 9} = 0,3354 \text{ m}$$

$$R_{me} = \sqrt[3]{(0,3702)^2 \cdot (0,3354)} = 0,3582 \text{ m}$$

$$C = \frac{10^{-6}}{18 \ln \frac{6,61}{0,3582}} = 0,109056 \text{ F/m}$$

2.9.7 INFLUENCE DE LA TERRE SUR LA CAPACITE

Les lignes du flux d'un conducteur chargé positivement sont supposées se refermer sur un conducteur imaginaire placé à l'infini. Si nous considérons la terre, la distribution de ces lignes de champ change remarquablement. En effet si nous considérons un conducteur chargé dans l'espace tel que :

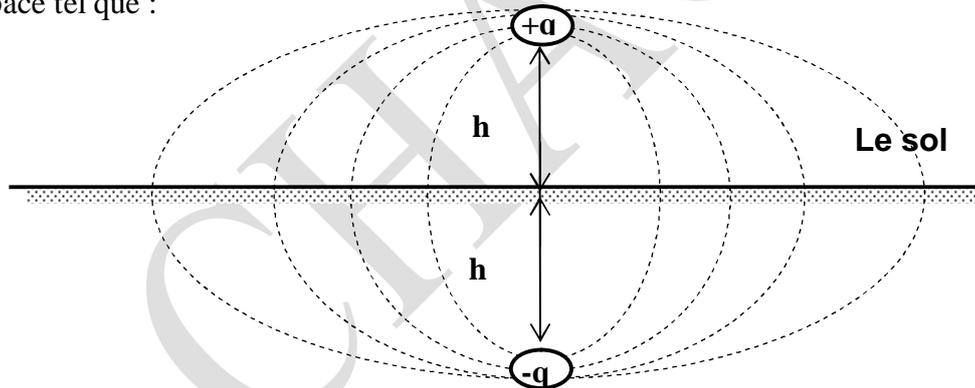


Figure 2.27 Conducteur et son image

Le sol est considéré comme un conducteur parfait et peut être remplacé dans le calcul de capacité par un conducteur fictif de charge égale et de signe opposé à la charge du conducteur réel et se trouvant à une hauteur égale à la hauteur réelle du conducteur par rapport au sol. Ce conducteur fictif est appelé image du conducteur réel. On peut assimiler les deux conducteurs à une ligne monophasée distante de $D=2h$

Comme la capacité d'une ligne monophasée est

$$C = \frac{\pi \epsilon_0}{2 \cdot h \cdot \ln \frac{2 \cdot h}{r}}, \text{ F/m} \quad (2.128)$$

Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi

La capacité par rapport à la terre sera donc

$$C = \frac{2 \cdot \pi \varepsilon_0}{\ln \frac{2h}{r}} \quad \text{F/m} \quad (2.129)$$

2.9.7.1 INFLUENCE DE LA TERRE SUR LA CAPACITE D'UNE LIGNE MONOPHASE

Le potentiel V_a du conducteur a par rapport à un point P se trouvant à une distance très grande du système (c'est à dire $V_P \cong 0$) sera

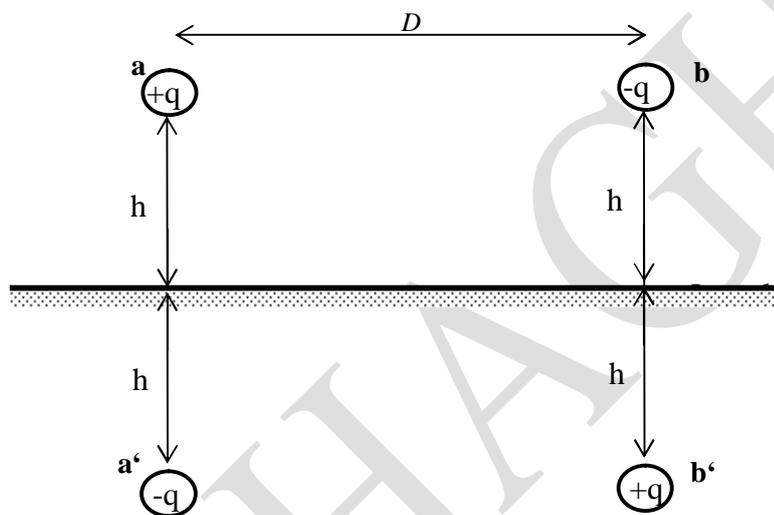


Figure 2.28 Ligne monophasée et son image

$$V_a = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \left(\ln \frac{D_a}{r} - \ln \frac{D_{a'}}{D_{a.a'}} - \ln \frac{D_b}{D_{a.b}} + \ln \frac{D_{b'}}{D_{a.b'}} \right) \quad (2.130)$$

$$D_{a.b'} = D_{a'.b} = \sqrt{D^2 + (2h)^2} \quad (2.131)$$

$$V_a = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{D_{a.b}}{r} \cdot \frac{D_{a.a'}}{D_{a.b'}} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{D_{a.b}}{r} \cdot \frac{2h}{D_{a.b'}} \quad (2.132)$$

$$V_a = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{D}{r} \cdot \frac{2h}{\sqrt{D^2 + (2h)^2}} \quad (2.133)$$

$$\text{Donc la capacité } C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln \frac{D}{r} \cdot \frac{2h}{\sqrt{D^2 + (2h)^2}}}, \text{ F / m} \quad (2.134)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Comme le rapport $\frac{D_{a.a'}}{D_{a.b'}} = \frac{2h}{\sqrt{D^2 + (2h)^2}} < 1$

Donc l'influence du sol tend à augmenter la capacité du système.

Cependant la distance de séparation D entre les deux conducteurs est normalement faible devant la hauteur des conducteurs par rapport au sol par conséquent

$\frac{D_{a.a'}}{D_{a.b'}} = \frac{2h}{\sqrt{D^2 + (2h)^2}} \cong 1$ et pour des raisons pratiques l'effet de la terre peut être négligé.

2.9.7.2 INFLUENCE DE LA TERRE SUR LA CAPACITE D'UNE LIGNE TRIPHASE

La méthode de calcul de la capacité sous l'influence de la terre d'une ligne triphasée consiste à associer aux conducteurs leurs images respectives. Toutefois les conducteurs avec leurs images ont une disposition non symétrique. Pour cela le calcul sera fait sur la base d'une ligne transposée.

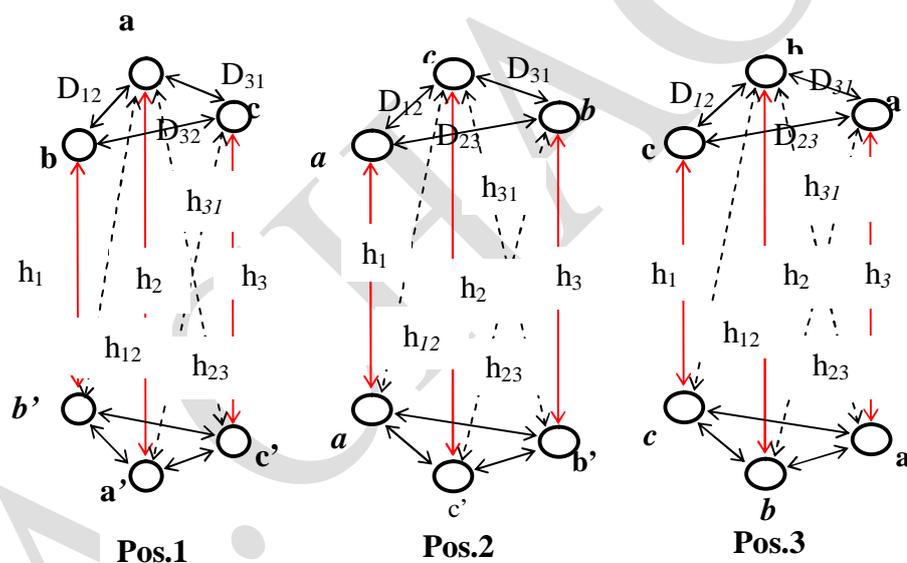


Figure 2.29 Ligne triphasée et son image

Le potentiel V_a du conducteur (a) par rapport à un point P ($V_P=0$) tel que:

$$D_a = D_b = D_c = D_{a'} = D_{b'} = D_{c'} = D$$

Dans la position 1 V_a s'écrit

$$V_{a1} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \left(\ln \frac{D_a}{r} - \ln \frac{D_{a'}}{h_1} \right) + q_b \left(\ln \frac{D_b}{D_{12}} - \ln \frac{D_{b'}}{h_{12}} \right) + q_c \left(\ln \frac{D_c}{D_{31}} - \ln \frac{D_{c'}}{h_{31}} \right) \right]$$

Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi

$$V_{a1} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{h_1}{r} + q_b \ln \frac{h_{12}}{D_{12}} + q_c \ln \frac{h_{31}}{D_{31}} \right] \quad (2.135)$$

De même que dans la position 2 et 3 s'écrit :

$$V_{a2} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{h_2}{r} + q_b \ln \frac{h_{23}}{D_{23}} + q_c \ln \frac{h_{12}}{D_{12}} \right] \quad (2.136)$$

$$V_{a3} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{h_3}{r} + q_b \ln \frac{h_{31}}{D_{31}} + q_c \ln \frac{h_{32}}{D_{32}} \right] \quad (2.137)$$

Le potentiel moyen du conducteur (a) sera :

$$V_a = \frac{V_{a1} + V_{a2} + V_{a3}}{3} \quad (2.138)$$

$$V_a = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3}{r^3} + q_b \ln \frac{h_{12} \cdot h_{23} \cdot h_{31}}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}} + q_c \ln \frac{h_{12} \cdot h_{23} \cdot h_{31}}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}} \right]$$

$$V_a = \frac{1}{6\pi\epsilon_0} \left[q_a \ln \frac{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3}{r^3} - q_a \ln \frac{h_{12} \cdot h_{23} \cdot h_{31}}{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}} \right]$$

$$V_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3}}{r} \cdot \frac{\sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}}{\sqrt[3]{h_{12} \cdot h_{23} \cdot h_{31}}} \quad (2.139)$$

En posons $H_M = \sqrt[3]{h_1 \cdot h_2 \cdot h_3}$: hauteur moyenne géométrique

$D_M = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$: Distance moyenne géométrique

$H_{Mii} = \sqrt[3]{h_{12} \cdot h_{23} \cdot h_{31}}$ Distance moyenne géométrique des images.

Par suite la capacité sera:

$$C = \frac{2 \cdot \pi \cdot \epsilon_0}{\ln \frac{D_M}{r} \cdot \frac{H_M}{H_{M.i}}}, \text{ F / m} \quad (2.140)$$

EXERCICES

Exercice 1

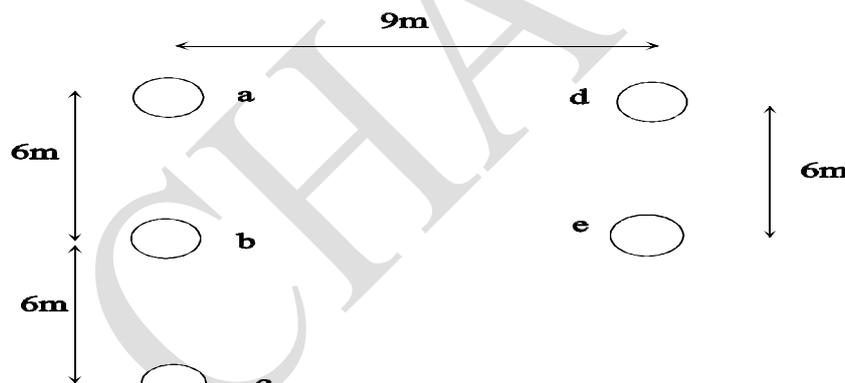
Démontrer que l'inductance par unité de longueur d'une ligne électrique due au flux interne est constante et indépendante de la taille du conducteur

Exercice 2

Une ligne monophasée de longueur 20 Km dont les conducteurs sont à une distance de 1,5m l'un de l'autre. Le diamètre d'un conducteur est 0,823 Cm. Si la résistance linéique d'un conducteur est 0,311 Ω /Km, Déterminer l'impédance de la ligne à 50 Hz.

Exercice 3

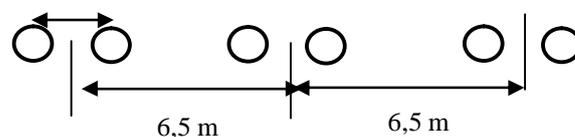
Une ligne monophasé de transmission d'énergie est composée de trois conducteurs de 2,5 mm aller et de deux conducteurs de rayon 5mm retour. La configuration géométrique de la ligne est tel que:



Déterminer l'inductance de la ligne.

Exercice4

Déterminer l'inductance par Km/Phase d'une ligne triphasée 460KV dont chaque phase est composée de deux conducteurs en faisceaux comme indiqué ci-dessous. Le diamètre de chaque conducteur est de 5Cm

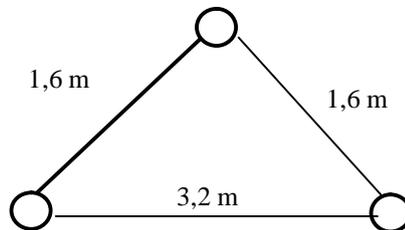


Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

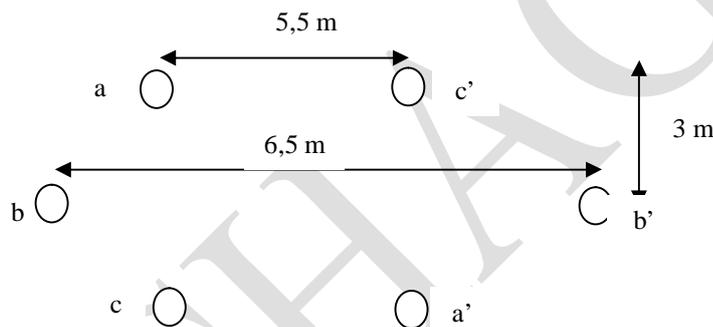
Exercice 5

Déterminer la réactance d'une ligne électrique triphasée fonctionnant à 50 Hz et dont la disposition géométrique est indiquée ci-dessous. Le diamètre du conducteur est de 0,8 Cm.



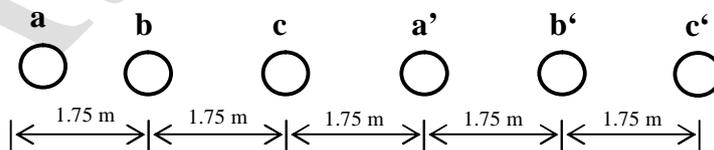
Exercice 6

Déterminer l'inductance d'une ligne triphasée à double circuit, indiquée par la configuration ci-dessous. Le rayon du conducteur est 0,0069m.



Exercice 7

Soit une ligne électrique triphasée à double circuit dont la disposition géométrique est indiquée ci-dessous



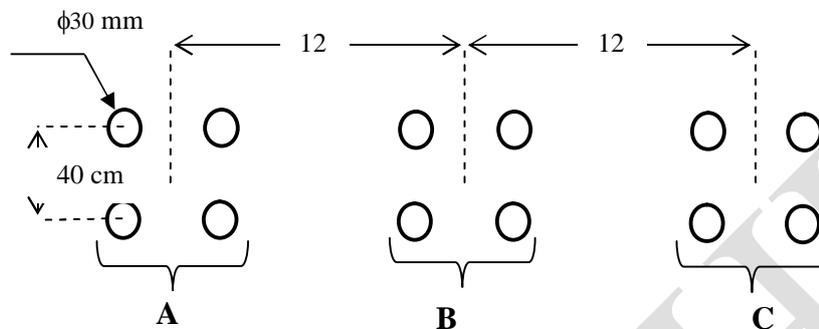
Si le rayon de chaque conducteur est 15mm, déterminer l'inductance par Km / phase

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Exercice 8

On considère une ligne de 700KV dont les conducteurs sont en faisceaux. La disposition géométrique est indiquée par la figure ci-dessous .Chaque conducteur a un diamètre de 30mm. Déterminer l'inductance de cette ligne.

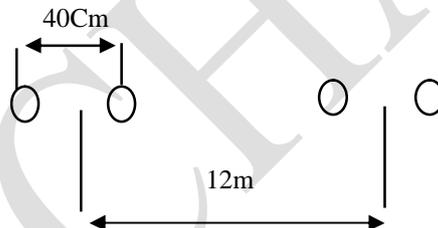


Exercice 9

Déterminer la capacité d'une ligne électrique monophasé dont les conducteurs sont séparés par une distance de 3m. Le diamètre de chaque conducteur est 1,5cm.

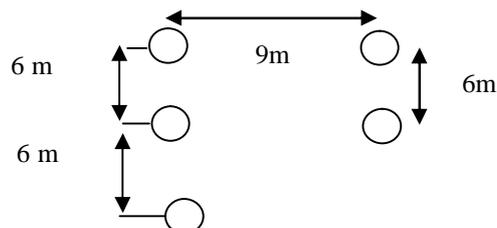
Exercice 10

Une ligne monophasée de 120 Kv, 50 Hz ayant la configuration géométrique indiquée ci-dessous. Le diamètre de chaque conducteur est 25mm. Déterminer la capacité de la ligne par Km de longueur.



Exercice 11

Une ligne monophasé de transmission d'énergie est composée de trois conducteurs de 2,5 mm aller et de deux conducteurs de rayon 5mm retour. La configuration géométrique de la ligne est indiquée ci-dessous. Déterminer la capacité de la ligne.



Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Exercice 12

Dériver une expression de la capacité d'une ligne monophasé tenant compte de l'influence de la terre. Pourquoi on néglige souvent l'effet de la terre?

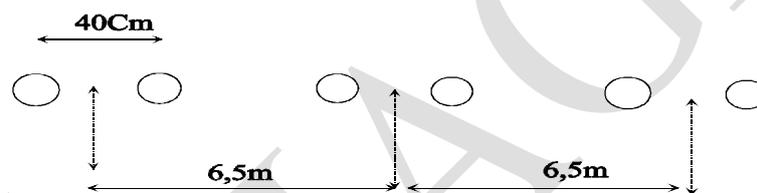
Exercice 13

Si les conducteurs de l'ex1 et l'ex2 se trouvent à une hauteur de 6m par rapport au sol .

- Déterminer la capacité de la ligne sous l'influence de la terre.
- Déterminer le pourcentage de cette effet en l'absence de terre.

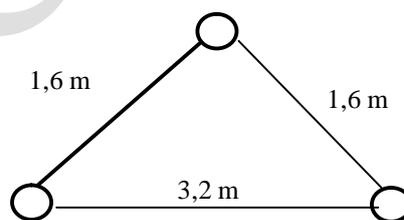
Exercice 14

Déterminer la capacité d'une ligne triphasé par Km/ phase dont chaque phase est composée de deux conducteurs en faisceaux comme indiqué ci-dessous. Le diamètre de chaque conducteur est de 5Cm



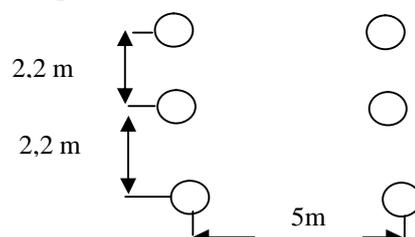
Exercice 15

Déterminer la capacité d'une ligne électrique triphasé fonctionnant à 50 hz et dont la disposition géométrique est indiqué ci-dessous. Le diamètre du conducteur est de 0,8 Cm.



Exercice 16

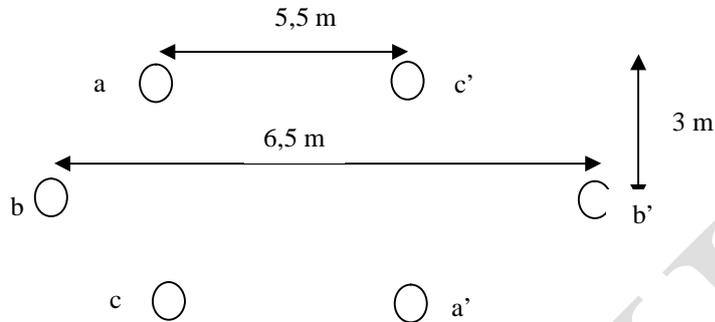
Une ligne triphasé 220KV double circuit dont la configuration géométrique est indiquée ci-dessous et le diamètre de chaque conducteur est de 2Cm. Déterminer C $\mu\text{F}/\text{Km}/\text{Phase}$



Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi

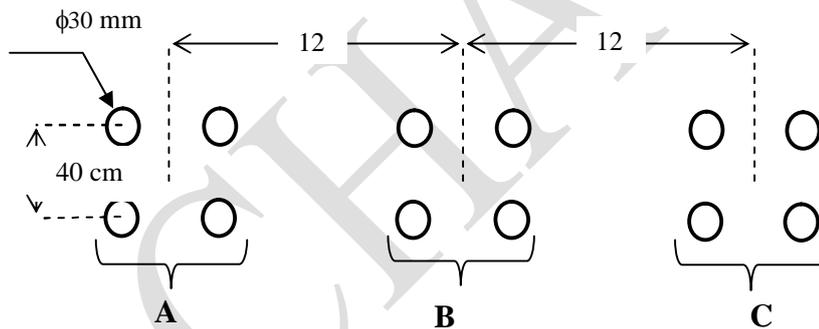
Exercice 17

Déterminer la capacité d'une ligne triphasé 220KV à double circuit indiquée par la configuration ci-dessous .Le rayon du conducteur est 1,5Cm



Exercice 18

On considère une ligne de 700KV dont les conducteurs sont en faisceaux. La disposition géométrique est indiquée par la figure ci-dessous .Chaque conducteur a un diamètre de 30mm. Déterminer la capacité de cette ligne.



CHAPITRE.3

CIRCUIT EQUIVALENT DES LIGNES ELECTRIQUES AERIENNES

3.1 INTRODUCTION

La manière par laquelle une ligne électrique aérienne peut être modélisée dépend plus particulièrement de sa longueur ainsi que de la précision envisagée sur le courant et la tension. Les paramètres des lignes électriques sont normalement distribués uniformément le long de la ligne.

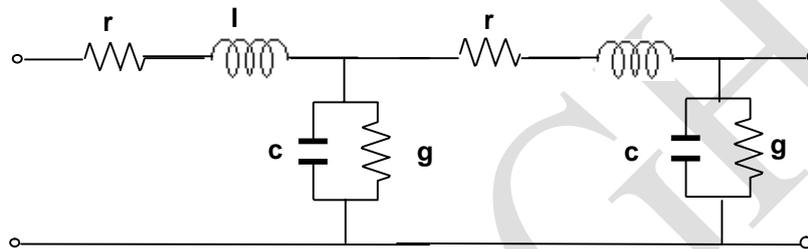


Figure 3.1 Représentation d'une ligne électrique avec ses paramètres Distribués uniformément le long de la ligne

Avec r : résistance par unité de longueur en Ω / m

l : inductance par unité de longueur en H / m

c : capacité par unité de longueur en F / m

g : conductance par unité de longueur en Ω^{-1} / m

Cependant pour des raisons de simplification et dont les résultats de calcul des courants et tensions sont acceptables les lignes électriques sont classées en trois catégories à savoir:

Lignes courtes (distance ≤ 80 Km)

Lignes moyennes ($80 \leq$ distance ≤ 160 Km)

Lignes longues (distance ≥ 160 Km)

3.2 SCHEMA EQUIVALENT D'UNE LIGNE ELECTRIQUE COURTE

Une ligne courte peut être représentée simplement par sa résistance et son inductance. L'effet de la capacité et de la conductance est négligeable.

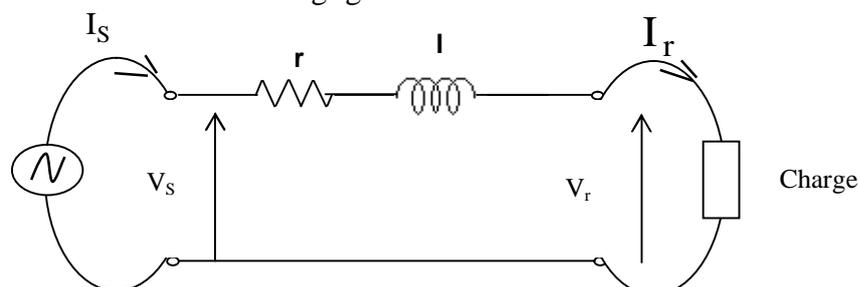


Figure.3.2 Circuit équivalent d'une ligne courte

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

La relation entre la tension et le courant de départ V_s, I_s et la tension et courant d'arrivée

V_r, I_r Peut être exprimée par :

$$V_s = V_r + Z \cdot I_r, \quad I_s = I_r \quad (3.1)$$

$$Z = R + j\omega L$$

$R = r \cdot L$: Résistance totale de la ligne (Ω)

$L = l \cdot L$: Inductance totale de la ligne (H)

La ligne triphasé peut être représentée par une ligne unifilaire c'est à dire une ligne

monophasée de tension simple $V = \frac{U}{\sqrt{3}}$

3.3 PERFORMANCE D'UNE LIGNE ELECTRIQUE.

Par performance d'une ligne on entend son rendement et sa régulation.

$$\eta = \frac{\text{Puissance reçue}}{\text{Puissance fournie}} = \frac{P_r}{P_s} = \frac{P_r}{P_r + \text{Pertes}} \quad (3.2)$$

$$\text{La régulation: } \Delta V_L \% = \frac{V_{R0} - V_R}{V_R} \cdot 100 \quad (3.3)$$

V_{R0} : Tension d'arrivée en circuit ouvert

V_R : Tension d'arrivée en pleine charge.

Une ligne peut être représentée par son diagramme vectoriel tel que:

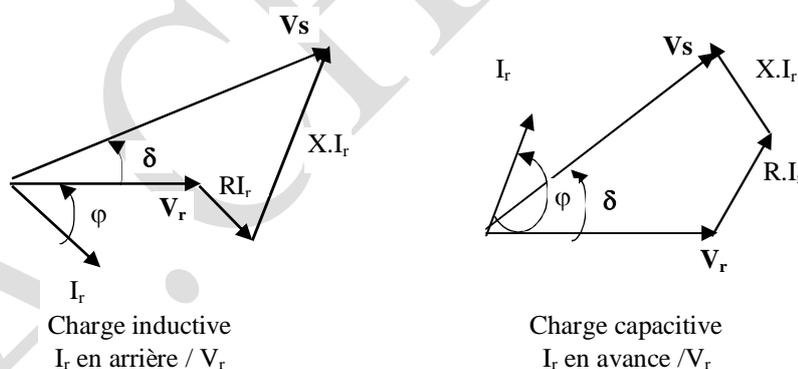


Figure 3.3 Diagramme vectoriel

3.4 CIRCUIT EQUIVALENT D'UNE LIGNE MOYENNE

Jusqu'ici nous avons négligé l'effet capacitif pour les lignes courtes, mais quand la longueur de la ligne croit, la capacité devient graduellement importante et son influence sur le courant et la tension de ligne devient appréciable.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Les paramètres de la ligne R, L et C sont supposés concentrés. La capacité est concentrée au milieu de la ligne ou bien chaque moitié est concentrée aux deux extrémités de la ligne. Cela nous conduit aux deux circuits équivalents T et π .

3.4.1 REPRESENTATION EN π

Le circuit équivalent d'une ligne moyenne est donné par le schéma suivant

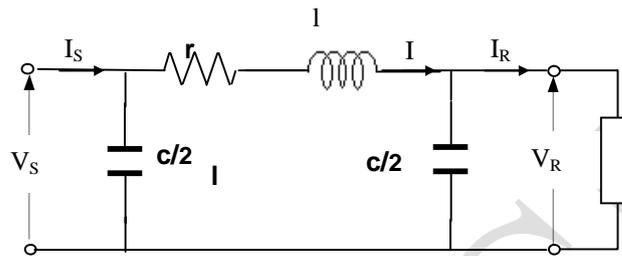


Fig.3.4 Schéma équivalent en π d'une

La relation entre tension et courant de départ et d'arrivée peut être exprimée par

$$\begin{aligned} V_S &= V_R + IZ \\ I_S &= I + V_S \cdot Y/2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

$Z = R + j\omega L$: Impédance totale

$Y = jC\omega$: Admittance totale

V_S et I_S , peuvent être déterminés en fonction de V_R et I_R

$$\begin{aligned} I &= I_R + V_R \cdot Y/2 \\ V_S &= (V_R \cdot Y/2 + I_R) \cdot Z + V_R \\ V_S &= (ZY/2 + 1) \cdot ZI_R \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$I_S = V_S \cdot Y/2 + I_R + V_R \cdot Y/2$$

$$I_S = [(ZY/2 + 1) \cdot V_R + Z \cdot I_R] \cdot Y/2 + V_R \cdot Y/2 + I_R$$

En substituons dans I_S on a

$$I_S = Y/2 \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) V_R + \frac{ZY}{2} \cdot I_R + V_R \cdot Y/2 + I_R \quad (3.6)$$

$$I_S = Y/2 \left(\frac{ZY}{2} + 2 \right) \cdot V_R + \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) \cdot I_R$$

$$I_S = Y/2 \left(\frac{ZY + 4}{2} \right) V_R + \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) I_R \quad \text{et } V_R = Z \cdot I_R$$

$$I_S = Y \left(\frac{ZY}{4} + 1 \right) \cdot V_R + \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) \cdot I_R \quad (3.6)$$

$$V_S = \left(\frac{ZY}{2} + 1 \right) \cdot V_R + Z \cdot I_R$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\begin{aligned} \text{D'une manière générale} \quad V_S &= A \cdot V_R + B \cdot I_R \\ I_S &= C \cdot V_R + D \cdot I_R \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\text{Avec } A = D = \frac{ZY}{2} + 1, \quad B = Z, \quad C = Y \left(1 + \frac{ZY}{4}\right)$$

Les coefficients A, B, C et D sont appelés constantes généralisées des lignes de transmission et ils sont complexes.

EXEMPLE

Une ligne de transmission d'énergie de longueur 100Km est caractérisée par:

$$r=0,28 \Omega/\text{Km}/\text{Phase}, \quad x=0,63 \Omega/\text{Km}/\text{Phase} \text{ et } y=4 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1}/\text{Km}/\text{Phase}.$$

Si la charge connectée à la fin de la ligne est 75 MW avec un $\cos\phi=0,8$ arrière sous une tension de 132KV entre phase.

Déterminer la tension de départ, le courant et le facteur de puissance de départ en utilisant le circuit équivalent en π .

Solution

La résistance totale $R=0,28 \cdot 100=28 \Omega/\text{phase}$

La réactance totale $X=0,63 \cdot 100=63 \Omega/\text{phase}$

L'admittance shunt totale $Y=4 \cdot 10^{-6} \cdot 100=4 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1}/\text{phase}$

Le circuit équivalent en π est donc

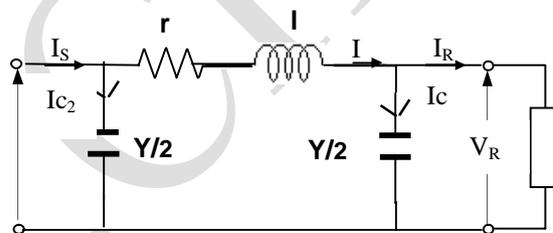


Figure.3.5 Schéma équivalent en π de la

La tension V_R étant prise comme référence $V_R = \frac{132 \cdot 10^3}{\sqrt{3}} = 76,210 \angle 0^\circ = (76,210 + j0)$;

$$V_R = 132 \angle 0 \text{ KV} \quad I_R = \frac{P}{\sqrt{3}U \cdot \cos\phi} = \frac{75 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 132 \cdot 10^3 \cdot 0,8} = 410 \text{ A}$$

$$I_R = 410 \cdot \angle -36,86 = 410(0,8 - j0,6) = 328 - j246$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$I_{C1} = \frac{V_R}{X_C/2} = V_R \cdot Y/2 = 76,210(j2.10^4) = j15,24 \text{ A}$$

$$I_L = I_R + I_{C1} = (328 - j246) + j15,24 = 328 - j230,76 \text{ A}$$

$$V_S = V_R + Z \cdot I_L = 76,210.10^3 + (28 + j63)(328 - j230,76)$$

$$V_S = 99,93 + j14,2 \text{ KV}$$

$$V_S = 100,93 \angle 8,08^\circ \text{ KV}, U_S = \sqrt{3} \cdot V_S = 174,81 \angle 8,08^\circ \text{ KV}$$

$$I_S = I_L + I_{C2}$$

$$I_S = V_S \cdot Y/2 = 100,93 \angle 8,08^\circ \cdot 2.10^{-4} \angle 90 = 20,186 \angle 98,08^\circ$$

$$I_{C2} = -2,837 + j19,985$$

$$I_S = (328 - j230,76) + (-2,837 + j19,985) = 325,127 - j210,775 \text{ A}$$

$$I_S = 387,47 \angle -32,95^\circ \text{ A}$$

$$\text{donc } \varphi_s = -(8,08 + 32,95) = 41,03^\circ, \cos \varphi = 0,75 \text{ arri\`ere}$$

Le diagramme vectoriel correspondant sera:

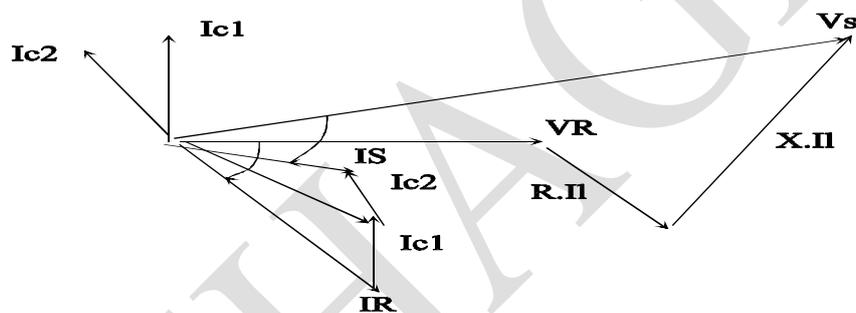


Figure 3.6 Diagramme vectoriel

3.4.2 REPRESENTATION EN T

La ligne peut être représentée par un circuit équivalent en T tel que:

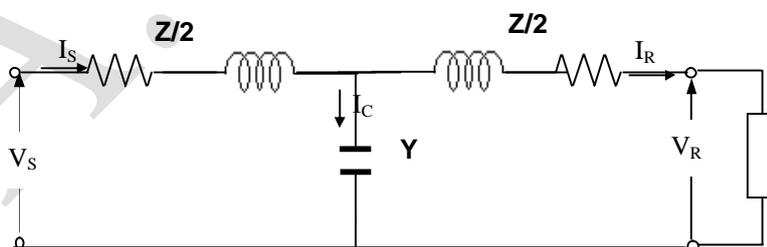


Figure 3.7 Schéma équivalent en T de la ligne

Puisque La tension $V_C = V_R + I_R \cdot Z/2$ et le courant $I_C = V_C \cdot Y$

$$I_S = I_R + I_C = I_R + V_C \cdot Y = I_R + (V_R + I_R \cdot Z/2) \cdot Y \quad (3.8)$$

$$V_S = V_C + I_S \cdot Z/2 = V_R + I_R \cdot Z/2 + \{ (I_R + V_R + I_R \cdot Z/2) Y \} \cdot Z/2 \quad (3.9)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$V_S = V_R (1 + Z \cdot Y / 2) + I_R \left(\frac{Z}{2} + \frac{Z}{2} + \frac{YZ^2}{4} \right) \quad (3.10)$$

$$V_S = V_R \left(1 + \frac{ZY}{2} \right) + I_R \left(Z + \frac{YZ^2}{4} \right) \quad (3.11)$$

$$V_S = V_R \left(1 + \frac{ZY}{2} \right) + Z \cdot I_R \left(1 + \frac{YZ}{4} \right) \quad (3.12)$$

$$V_S = \left(1 + \frac{ZY}{2} \right) \cdot V_R + Z \left(1 + \frac{YZ}{4} \right) \cdot I_R \quad (3.13)$$

$$I_S = Y \cdot V_R + \left(1 + \frac{ZY}{2} \right) \cdot I_R \quad (3.14)$$

Autrement dit les paramètres d'entrée en fonction des paramètres de sortie sont.

$$\begin{aligned} V_S &= A \cdot V_R + B \cdot I_R \\ I_S &= C \cdot V_R + D \cdot I_R \end{aligned} \quad (3.15)$$

Avec $A = D = 1 + \frac{ZY}{2}$, $B = Z \left(1 + \frac{YZ}{4} \right)$ et $C = Y$

Le diagramme vectoriel peut être représenté comme suite

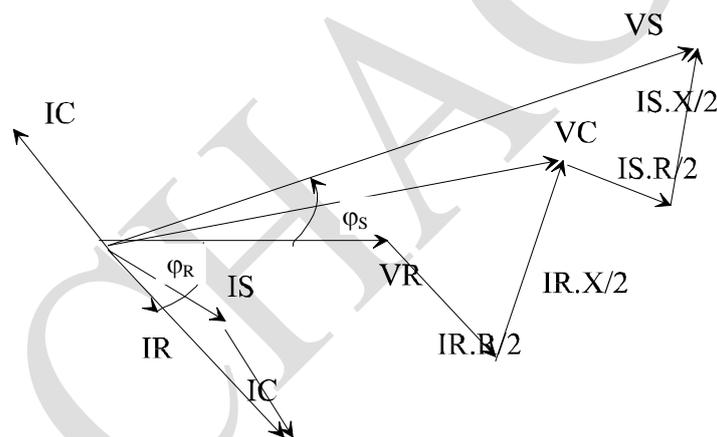


Figure 3.8 Diagramme vectoriel correspondant au circuit équivalent en T

EXEMPLE

Une ligne triphasé de longueur 100Km et de tension 132KV à l'arrivée est caractérisée par :

Résistance/Km/Phase=0,15Ω

Inductance/Km/Phase=1,20mH

Capacité/Km/Phase =0,01 μF

En utilisant le circuit équivalent en T, déterminer la tension et courant de départ sachant que la ligne alimente une charge de 72 MW avec un $\cos\phi=0,8$ arrière

SOLUTION

La résistance totale est $R=0,15 \cdot 100=15\Omega$

La réactance inductive $X=314 \cdot 1,20 \cdot 100=37,7\Omega$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

La réactance shunt $X_C = 1 / 314,0, 01 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 3183 \Omega$

Le circuit équivalent en T est:

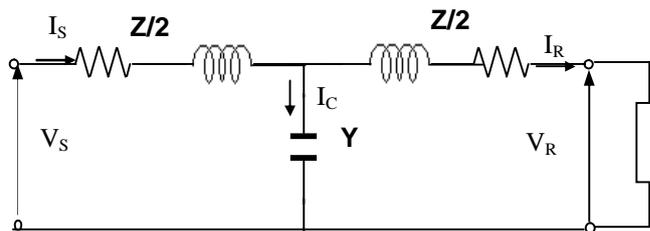


Figure.3.9 Schéma équivalent en T de la ligne

$$V_R = \frac{132}{\sqrt{3}} = 76,210 \text{ KV}, V_R = 76,210 \angle 0^\circ \text{ (référence)}$$

$$I_R = \frac{P}{\sqrt{3}U \cos \varphi} = \frac{72 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 132 \cdot 10^3 \cdot 0,8} = 393,65 \text{ A}$$

$$I_R = 393,65(0,8 - j0,6) = 314,92 - j236,2 \text{ A}$$

$$\Delta V_1 = I_R \cdot Z / 2 = (314,92 - j236,2)(7,5 + j18,85) = 6,814 + j4,164 \text{ KV}$$

$$V_C = V_R + \Delta V_1 = 76,210 + (6,814 + j4,164) = 83,024 + j4,164 \text{ KV}$$

$$I_C = V_C \cdot Y = (83,024 + j4,164) \cdot 10^3 / (-j3183) = -1,3 + j26 \text{ A}$$

$$I_S = I_C + I_R = (-1,3 + j26) + (314,92 - j236,2) = 313,62 - j210,2$$

$$I_S = 377,54 \angle -33,83 \text{ A}$$

$$V_S = V_C + \frac{I_S}{Z/2} = (83,024 + j4,164) \cdot 10^3 + (313,62 - j210,2)(7,5 + j18,85)$$

$$V_S = 89,350 + j8525 = 89,750 \angle 5,4^\circ \text{ KV}$$

$$U_S = \sqrt{3} \cdot 89,750 = 155,7 \text{ KV}$$

La différence de phase entre la tension et le courant de départ

$$\varphi_S = 33,9 + 5,4 = 39,3^\circ, \text{ donc } \cos \varphi = 0,774 \text{ (arrière)}$$

Le diagramme vectoriel correspondant sera donc

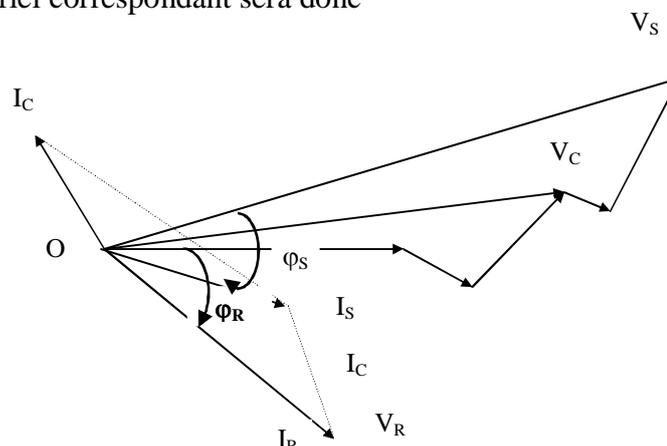


Figure 3.10 Diagramme vectoriel correspondant au circuit équivalent en T de la ligne

3.5 CIRCUIT EQUIVALENT D'UNE LIGNE LONGUE

Jusque là pour les lignes courtes et moyennes, les paramètres des lignes ont été prises comme paramètres concentrés. Dans le cas des lignes longues((160Km),la solution exacte doit tenir compte du fait que les paramètres sont distribués uniformément le long de la ligne.

Considérons le circuit suivant:

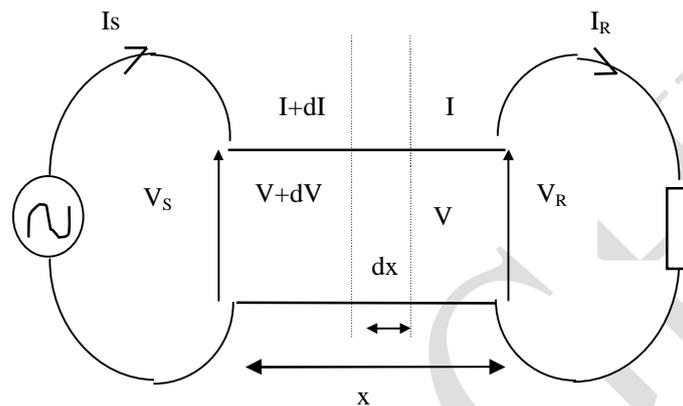


Figure 3.11 Modèle d'une ligne longue

Par convention on va considérer:

- z: impédance série par unité de longueur
- y: admittance shunt par unité de longueur
- $Z= z.l$: impédance série totale
- $Y=y.l$: admittance shunt totale

Considérons un petit élément dx de la ligne tel que est x la distance entre le point d'arrivée et cet élément. Le point d'arrivée est pris comme référence c'est à dire $x= 0$

zdx impédance série de l'élément dx

ydx l'admittance shunt de l'élément dx.

oit V et I la tension et courant à la distance x

$V+dV$, $I+dI$ la tension et le courant à la distance dx

Le schéma équivalent de l'élément dx peut être représenté par

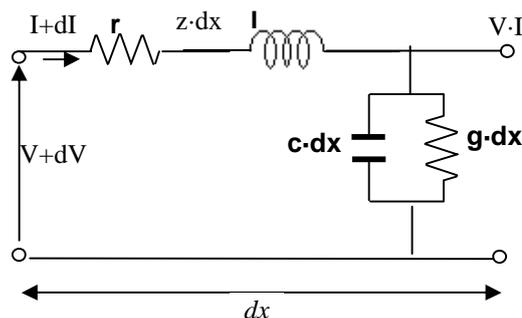


Fig.3.12 Schéma équivalent de l'élément dx

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Toutefois l'accroissement en tension dans la même direction que x est aussi le produit du courant dans l'élément circulant en direction opposée par rapport à l'augmentation de x , par l'impédance de l'élément.

$$dV = Iz \cdot dx \quad \frac{dV}{dx} = I \cdot z$$
$$dI = Vy \cdot dx \quad \frac{dI}{dx} = Vy$$

En différentiant les équations par rapport à x on obtient:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = z \cdot \frac{dI}{dx}$$
$$\frac{d^2I}{dx^2} = y \cdot \frac{dV}{dx} \quad (3.16)$$

En substituant $\frac{dI}{dx}$ et $\frac{dV}{dx}$ dans ces deux équations, on obtient:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = y \cdot z \cdot V$$
$$\frac{d^2I}{dx^2} = y \cdot z \cdot I \quad (3.17)$$

Ces deux équations sont des équations différentielles du deuxième degré dont la solution est de la forme:

$$V = A_1 \cdot \exp(\sqrt{y \cdot z} \cdot x) + A_2 \cdot \exp(-\sqrt{y \cdot z} \cdot x)$$
$$I = \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_1 \cdot \exp(\sqrt{y \cdot z} \cdot x) - \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_2 \cdot \exp(-\sqrt{y \cdot z} \cdot x) \quad (3.18)$$

Les constantes A_1 et A_2 peuvent être déterminés en utilisant les conditions initiales, autrement dit :

Pour $x=0$, $V=V_R$ et $I=I_R$ que nous substituons l'expression de V et I , nous obtenons

$$V_R = A_1 + A_2 \quad \text{et} \quad I_R = \frac{1}{\sqrt{z/y}} (A_1 - A_2) \quad (3.19)$$

Posons $Z_c = \sqrt{z/y}$ et $\gamma = \sqrt{y \cdot z}$, nous déterminons A_1 et A_2

$$A_1 = \frac{V_R + I_R \cdot Z_c}{2}, \quad A_2 = \frac{V_R - I_R \cdot Z_c}{2}$$

Dans ce cas la tension et le courant seront:

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\begin{aligned} V &= \frac{V_R + I_R \cdot Z_c}{2} \cdot e^{\gamma \cdot x} + \frac{V_R - I_R \cdot Z_c}{2} \cdot e^{-\gamma \cdot x} \\ I &= \frac{1}{Z_c} \left[\frac{V_R + I_R \cdot Z_c}{2} \cdot e^{\gamma \cdot x} - \frac{V_R - I_R \cdot Z_c}{2} \cdot e^{-\gamma \cdot x} \right] \end{aligned} \quad (3.20)$$

D'autre part

$$Z_c = \sqrt{z/y} \text{ et } \gamma = \sqrt{y \cdot z}$$

α Constante d'atténuation (nipper/unité de longueur)

β : Constante de phase (radian/unité de longueur)

Si nous réécrivons les expressions de V et I en fonction de α et β nous obtenons:

$$\begin{aligned} V &= \frac{V_R + I_R \cdot Z_c}{2} \cdot e^{\alpha \cdot x} \cdot e^{j\beta \cdot x} + \frac{V_R - I_R \cdot Z_c}{2} \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot e^{-j\beta \cdot x} \\ I &= \frac{1}{Z_c} \left[\frac{V_R + I_R \cdot Z_c}{2} \cdot e^{\alpha \cdot x} \cdot e^{j\beta \cdot x} - \frac{V_R - I_R \cdot Z_c}{2} \cdot e^{-\alpha \cdot x} \cdot e^{-j\beta \cdot x} \right] \end{aligned} \quad (3.21)$$

$e^{j\beta \cdot x} = \cos \beta \cdot x + j \sin \beta \cdot x$ a toujours une amplitude égale à 1 et produit un déplacement en

phase β radian / unité de longueur. Donc

Le premier terme $\frac{1}{2}(V_R + I_R Z_c) \cdot e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x}$ augmente en amplitude et avance en phase quand la distance augmente. On l'appelle tension incidente

Contrairement le second terme $\frac{1}{2}(V_R - I_R Z_c) \cdot e^{-\alpha x} \cdot e^{-j\beta x}$ diminue en amplitude et retarde en phase. On l'appelle tension réfléchie. De même pour le courant.

Toutefois si la ligne est terminée sur son impédance caractéristique Z_c , la tension d'arrivée

est $V_R = Z_c I_R$, le deuxième terme (tension réfléchie) est nul.

Une ligne fermée sur son impédance caractéristique est dite aussi ligne infinie du fait que sur une longueur infinie il n'y aura pas d'onde réfléchie.

D'autre part pour une ligne sans pertes ($r=0, g=0$) on a

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} = \sqrt{\frac{r + j \cdot w \cdot l}{g + j \cdot w \cdot c}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Pour les lignes aériennes l'impédance caractéristique est approximativement de l'ordre de

400 Ω et pour les câbles de l'ordre de 40 Ω . L'angle de phase de Z_c pour les lignes est

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

habituellement entre 0° et -15°

D'une manière générale on peut écrire les expressions pour la tension et le courant sous la forme $V = A.V_R + B.I_R$ et $I = C.V_R + D.I_R$, avec $(AD) - (BC) = 1$

EXEMPLE

Une ligne de transmission d'énergie électrique 50Hz est caractérisée par :

$r = 0,2 \text{ ohm/Km}$, $l = 1,3 \text{ mH/Km}$ et $c = 0,01 \mu\text{f/Km}$

La tension à l'arrivée est de 132KV. Si la ligne est en circuit ouvert déterminer

- i) la tension incidente à l'arrivée
- ii) La tension réfléchie à l'arrivée
- iii) la tension incidente et réfléchie à une distance de 120Km de l'arrivée.

SOLUTION

L'impédance série par unité de longueur est

$$z = r + jx = (0,2 + j1,3 \cdot 3,14 \cdot 10^{-3}) = 0,2 + j0,408 = 0,454 \angle 63,88^\circ$$

L'admittance shunt par unité de longueur est

$$y = j\omega C = j \cdot 3,14 \cdot 0,01 \cdot 10^{-6} = 3,14 \cdot 10^{-6} \angle 90^\circ$$

L'impédance caractéristique $Z_C = (z/y)^{1/2} =$

$$Z_C = \left[\frac{0,454 \angle 63,88^\circ}{3,14 \cdot 10^{-6} \angle 90^\circ} \right]^{1/2} \quad Z_C = 380 \angle -13,06^\circ$$

La constante de propagation est $\gamma = (y \cdot z)^{1/2} = \alpha + j\beta$

$$= (0,314 \cdot 0,454 \cdot 10^{-6})^{1/2} \angle (90 + 63,88) / 2 =$$
$$= (0,2714 + j1,169) \cdot 10^{-3}$$

Puisque la tension $V_R = 132 \cdot 10^3 / 3^{1/2} = 76200$ Volts et $I_R = 0$ (circuit ouvert)

i) La tension incidente à l'arrivée $x=0$ est donc

$$V_i = (V_R + I_R \cdot Z_C) / 2 = V_R / 2 = 38100 \text{ Volts}$$

ii) la tension réfléchie à l'arrivée est aussi

$$V_r = (V_R - I_R \cdot Z_C) / 2 = V_R / 2 = 38100 \text{ Volts}$$

iii) La tension incidente à la distance 120 Km de l'arrivée ($x=120 \text{ Km}$)

$$V_i = \frac{1}{2} V_R \cdot \exp(\alpha x) \cdot \exp(j\beta x) =$$

$$V_i = 76,2 \cdot \exp(0,2714 \cdot 10^{-3} \cdot 120) \cdot \exp(j1,169 \cdot 10^{-3} \cdot 120) =$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$V_i = 39,35 \angle 8,02^\circ \text{ KV}$$

La tension réfléchiée à la distance 120 Km de l'arrivée est

$$V_R = \frac{1}{2} V_R \exp(-\alpha x) \cdot \exp(-j\beta x) =$$

$$V_R = 76,2 \cdot \exp(-0,0325) \cdot \exp(-j0,140) =$$

$$V_R = 36,88 \angle -8,02^\circ \text{ KV}$$

3.5.1 CHEMA EQUIVALENT EN π D'UNE LIGNE LONGUE

Afin d'établir le schéma équivalent d'une ligne longue on va introduire les fonctions hyperboliques pour en tenir compte de la distribution des paramètres le long de la ligne.

Puisque: les deux expressions peuvent s'écrire sous la forme suivante:

$$V = V_R \cdot \frac{e^{\gamma \cdot x} + e^{-\gamma \cdot x}}{2} + I_R \cdot Z_C \cdot \frac{e^{\gamma \cdot x} - e^{-\gamma \cdot x}}{2}$$

$$I = \frac{V_R}{Z_C} \cdot \frac{e^{\gamma \cdot x} - e^{-\gamma \cdot x}}{2} + I_R \cdot \frac{e^{\gamma \cdot x} + e^{-\gamma \cdot x}}{2}$$
(3.22)

Maintenant en exprimant la tension et le courant de départ en fonction de la tension et courant d'arrivée

C'est à dire pour $x = L$

$$V = V_R \cdot \sinh \gamma x + I_R Z_C \cdot \cosh \gamma x$$

$$I = \frac{V_R}{Z_C} \cdot \cosh \gamma x + I_R \sinh \gamma x$$
(3.23)

Pour un système triphasé le courant donné par ces équations est le courant de ligne par contre la tension est la tension simple.

De même on peut déduire la tension et le courant d'arrivée en fonction du courant et tension de départ.

$$V_R = V_S \cdot \cosh \gamma l - I_S \cdot \sinh \gamma l$$

$$I_R = I_S \cdot \cosh \gamma l - \frac{V_S}{Z_C} \cdot \sinh \gamma l$$
(5.24)

Afin de modéliser une ligne longue en un schéma équivalent en (on va considérer le schéma suivant:

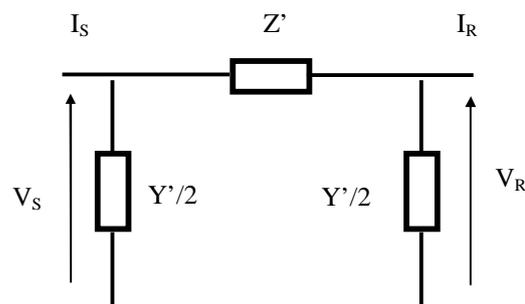


Fig.3.13 Schéma équivalent En π d'une ligne longue

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Pour ce schéma on peut écrire les équations suivantes

$$\begin{aligned} V_S &= \left(\frac{Z'Y'}{2} + 1\right) \cdot V_R + Z' I_R \\ I_S &= Y' \left(1 + \frac{Z'Y'}{4}\right) V_R + \left(1 + \frac{Z'Y'}{2}\right) I_R \end{aligned} \quad (3.25)$$

Par comparaison aux équations précédentes on peut tirer que

$$Z' = Z_C \sinh \gamma l \quad \text{C'est à dire que } Z' = \sqrt{z/y} \cdot \sinh(\gamma \cdot l) = z \cdot l \frac{\sinh(\gamma \cdot l)}{\gamma \cdot l}$$

$$\text{Ou bien } Z' = \frac{Z \cdot \sinh(\gamma l)}{\gamma \cdot l}$$

Avec $Z = zL$: impédance série totale de la ligne.

De la même manière on a:

$$\frac{Z' \cdot Y'}{2} + 1 = \cosh(\gamma l), \text{ en substituant } Z' = Z_C \sinh(\gamma l),$$

Nous obtenons

$$\frac{Y' Z_C \sinh(\gamma l)}{2} + 1 = \cosh(\gamma l) \quad (3.26)$$

$$\text{et } \frac{Y'}{2} = \frac{1}{Z_C} \cdot \frac{\cosh(\gamma l) - 1}{\sinh(\gamma l)} = \frac{1}{Z_C} \cdot \tanh \frac{\gamma l}{2}$$

$$\text{ou bien } \frac{Y'}{2} = (Y/2) \cdot \frac{\tanh\left(\frac{\gamma \cdot l}{2}\right)}{\frac{\gamma \cdot l}{2}} \quad (3.27)$$

Avec $Y = yl$: admittance shunt totale de la ligne.

3.5.2 CIRCUIT EQUIVALENT EN T D'UNE LIGNE LONGUE

Considérons le circuit en T suivant :

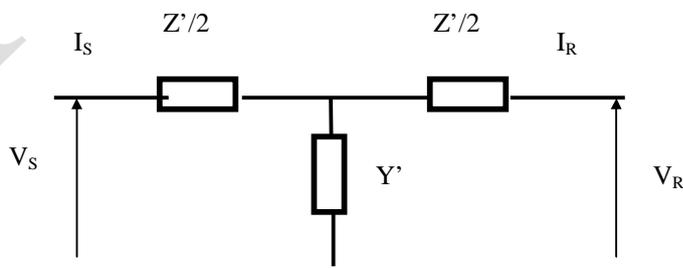


Figure.3.14 Schéma équivalent En T d'une ligne longue

Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi

De ce schéma on peut écrire les équations suivantes

$$V_s = \left(1 + \frac{Y' \cdot Z'}{2}\right) \cdot V_r + Z' \cdot \left(1 + \frac{Y' \cdot Z'}{4}\right) \cdot I_R$$

$$I_S = Y' \cdot V_R + \left(1 + \frac{Y' \cdot Z'}{2}\right) \cdot I_R$$
(3.28)

Par comparaison aux équations précédentes de

$$V_S = V_R \cdot \cosh \gamma l + I_R Z_C \cdot \sinh \gamma l$$

$$I_S = I \cosh \gamma l + (V_R / Z_C) \cdot \sinh \gamma l$$

On a :

$$1 + \frac{Y' \cdot Z'}{2} = \cosh(\gamma l)$$

$$Z' \left(1 + \frac{Y' \cdot Z'}{4}\right) = Z_c \cdot \sinh(\gamma l)$$

$$Y' = \frac{\sinh(\gamma l)}{Z_c}, \text{ et } 1 + \frac{Y' \cdot Z'}{2} = \cosh(\gamma l)$$
(3.29)

Donc on peut tirer:

$$Y' = \frac{1}{Z_c} \cdot \sinh(\gamma l) = \frac{\sqrt{y/z} \cdot \sqrt{y \cdot z \cdot l} \cdot \sinh(\gamma l)}{\sqrt{y \cdot z \cdot l}}$$

$$Y' = y \cdot l \cdot \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma \cdot l} = Y \cdot \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma \cdot l}$$
(3.30)

En substituons $Y' = \frac{\sinh \gamma l}{Z_c}$ dans $1 + \frac{Y' \cdot Z'}{2} = \cosh \gamma l$, on a

$$1 + \frac{Z' \sinh \gamma l}{2 Z_c} = \cosh \gamma l$$

$$\frac{Z'}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sinh \frac{\gamma l}{2}}{Z_c} \cdot \cosh \frac{\gamma l}{2} = \cosh^2 \frac{\gamma l}{2} + \sinh^2 \frac{\gamma l}{2} - \cosh^2 \frac{\gamma l}{2} + \sinh^2 \frac{\gamma l}{2}$$

$$\frac{Z'}{2} \cdot 2 \cdot \frac{\sinh \frac{\gamma l}{2} \cdot \cosh \frac{\gamma l}{2}}{Z_c} = 2 \sinh^2 \frac{\gamma l}{2}$$

$$\frac{Z'}{2} = Z_c \tanh \frac{\gamma l}{2} = \sqrt{\frac{z}{y}} \cdot \frac{\sqrt{yz \cdot l}}{2} \cdot \frac{\tanh \frac{\gamma l}{2}}{\sqrt{yz \cdot l / 2}} = \frac{Z}{2} \cdot \frac{\tanh \frac{\gamma l}{2}}{\gamma l / 2}$$
(3.31)

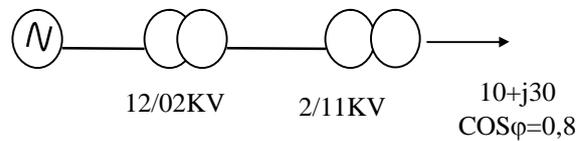
Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

EXERCICES

Exercice 1

Déterminer la tension de départ et rendement de la ligne du système suivant :



Les résistances des transformateurs sont de 0.04Ω coté basse tension

Les résistances des transformateurs sont de 1.3Ω coté haute tension

Les réactances sont de 0.125Ω coté basse tension et 4.5Ω coté haute tension.

Exercice 2

Une ligne triphasée de longueur 100 Km alimente une charge de 20 Mw avec un $\cos \varphi = 0.8$ arrière sous une tension de 66 Kv. Les conducteurs sont disposés en triangle équilatéral de 2m de coté. Le diamètre de chaque conducteur est 1.5 Cm, la résistance linéique est $0.1 \Omega / \text{Km}$. Déterminer le rendement et la régulation de la ligne en utilisant les circuits équivalent en π et en T.

Exercice 3

Une ligne de transmission d'énergie électrique est caractérisée par:

$r=0,2 \Omega / \text{Km}$, $L=1,3 \text{ mH} / \text{Km}$ et $C=0,01 \text{ F} / \text{Km}$

La tension d'arrivée est de 132 Kv, si la ligne est en circuit ouvert à l'arrivée déterminer:

- 1) La tension incidente à la fin de la ligne
- 2) la tension réfléchie à la fin de la ligne
- 3) La tension incidente est réfléchie à une distance de 100 Km de l'arrivée.

Si la ligne est de 120Km et délivre une puissance 40 MW sous une tension 132KV avec un $\cos \varphi = 0,8$ arrière, déterminer le rendement de la ligne.

Exercice 4

Une ligne triphasé de longueur 100Km ayant les paramètres suivants:

Impédance série $z=0,28 + j0,63 \Omega / \text{Km} / \text{phase}$

Admittance shunt $y= j4 \cdot 10^{-6} \Omega^{-1} / \text{Km} / \text{phase}$

Cette ligne alimente une charge de 75 MW avec un $\cos \varphi = 0,8$ arrière sous une tension 132Kv

Calculer en utilisant le modèle en π , la tension et le courant de départ.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Exercice 5

Déterminer la tension et courant de départ en utilisant le circuit équivalent en T pour l'exercice 4

Exercice 6

Soit une ligne de transmission d'énergie de longueur 225 Km alimentant une charge 125MW à la tension de 200KV et

$\cos\varphi = 1$. Déterminer

- i) la tension incidente et réfléchie à la fin de la ligne
- ii) La tension incidente et réfléchie au début de la ligne.

La ligne est caractérisée par: $r=0,172 \Omega / \text{Km}$, $l=2,18 \text{ mH} / \text{Km}$ et $c=0,0136 \mu\text{f} / \text{km}$

Exercice 7

On définit le coefficient de réflexion K_R tel que :

$$K_R = \frac{V_r}{V_i}$$

Avec V_i : tension incidente

V_r : tension réfléchie

Exprimer K_R en fonction de l'impédance caractéristique Z_C et impédance de charge Z_R pour $x=0$

Chapitre 4

**TRANSFERT DE PUISSANCES
 SUR LE RESEAU ELECTRIQUE**

4.1 Introduction:

Quand un régime permanent de circulation d'énergie est établi dans un réseau électrique, on peut écrire les équations reliant les puissances actives P_i et réactives Q_i injectées ou soutirées en chaque sommet i et les tensions en modules $|V|$ et phases θ . La détermination des tensions et courants sur une ligne électrique peut être effectuée en utilisant la notation complexe. En schématisant chaque liaison (du sommet i au sommet k) par un π symétrique tel que ($i=1, k=2$)

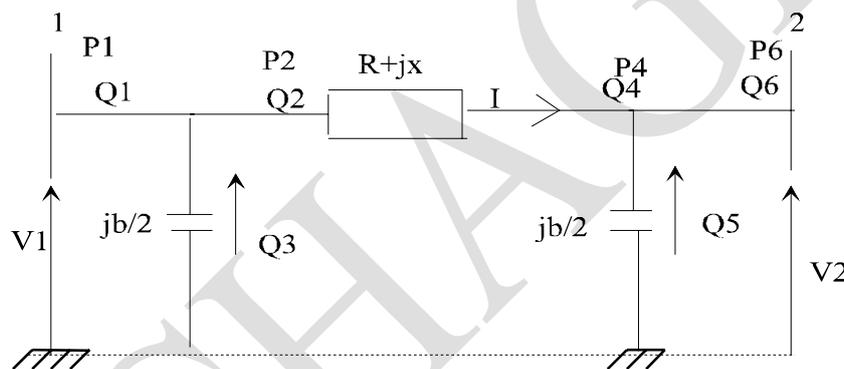


Figure.4.1 Circuit équivalent en π d'une ligne

Les lignes sont normalement spécifiées par :

Une impédance série : $Z=R+jx \ \Omega /Km$

Une admittance shunt $Y=G+jb \ \mu mhos/Km$

En pratique G est extrêmement petit ($G \approx 0$) et par conséquent $=jb = jc\omega$

ou b représente la susceptance shunt $\mu mhos/Km$

Il y a de plus un bilan de conservation, aux pertes près, sur $\sum P_i$ et $\sum Q_i$. Ce bilan peut être assuré par un sommet quelconque (où l'on peut aussi fixer $\theta=0$)

4.2 IMPEDANCES SERIES

Les pertes dans les impédances série sont donnés par $S=V.I^*$

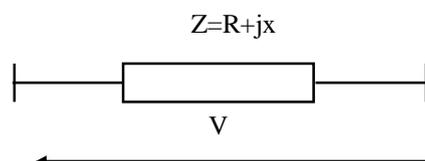


Figure.4 2 Impédance série d'une ligne électrique

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Où $V=Z.I$ c'est à dire que $S=Z.I.I^* =Z (I_R+jI_I)(I_R-jI_I)$

$$S=P+jQ=Z (I_R^2 +I_I^2)=Z.|I|^2 \quad (4.1)$$

$$\text{Avec } P=R.|I|^2 \text{ et } Q=X.|I|^2$$

Si $R=0$ alors $P=0$, $X=0$ alors $Q=0$

4.3 SUSCEPTANCE SHUNT

En complexe la tension \bar{V} peut s'écrire

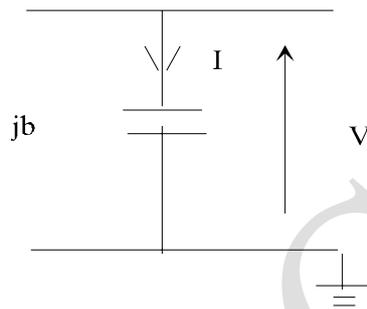


Fig. 4.3 Susceptance shunt d'une ligne

$$\bar{V} = V_R + jV_I \quad (4.2)$$

$$I = jb\bar{V} = jb(V_R + jV_I) = -bV_I + jbV_R \quad (4.3)$$

$$I^* = -bV_I - jbV_R = -b(V_I + jV_R) \quad (4.4)$$

La puissance S dans la susceptance est donnée par $S=VI^*=P+jQ$

C'est à dire que

$$S = V.I^* = (V_R + jV_I)[-b(V_I + jV_R)] = -b(V_R + jV_I)(V_I + jV_R)$$

$$S = -jb(V_R^2 + V_I^2) = -jb|V|^2 \quad (4.5)$$

Comme $S=P+jQ$, donc $P=0$ et $Q=-jb|V|^2$, en d'autres termes la puissance réactive Q est délivrée par la susceptance de la ligne.

Si nous considérons le premier circuit nous pouvons écrire le bilan de puissance suivant

$$P_2+jQ_2=P_1+j(Q_1+Q_3) \quad \text{avec } Q_3=(b/2).|V_1|^2 \quad (4.6)$$

$$P_4+jQ_4=P_2+jQ_2-Z|I|^2 \quad (4.7)$$

$$P_6+jQ_6=P_4+j(Q_4+Q_5) \quad (4.8)$$

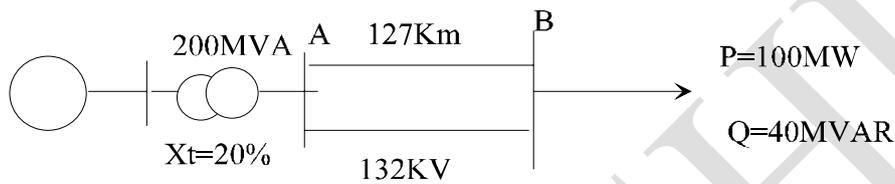
Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\text{avec } Q_s = (b/2) \cdot |V_2|^2 \text{ où } V_2 = V_1 - Z \cdot I$$

EXEMPLE

Calculer la tension à la sortie du générateur pour le système indiqué ci-dessous sachant que la tension au jeu de barre B est $V_B = 1 \text{ pu}$



Parametres de la ligne

$$Z = 0,0676 + j0,454 \text{ pu/circuit}$$

$$b = j0,106 \text{ pu /circuit}$$

dans 100 MVA

SOLUTION

En utilisant le système de base $S_B = 100 \text{ MVA}$

$$X_t = j0,2 \cdot (100/200) = j0,1 \text{ pu}$$

L'impédance série équivalente de la ligne est $Z = Z_L/2$

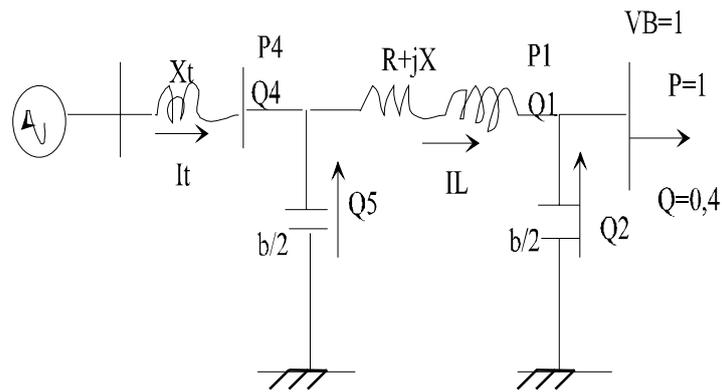
$$Z = 0,0338 + j0,227 \text{ pu}$$

L'admittance shunt équivalente de la ligne est

$$b = j0,212 \text{ ou bien } b/2 = j0,106 \text{ pu}$$

Le circuit équivalent du système sera donc

Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi



le bilan de puissance au jeu de barre B est

$$P_1 + jQ_1 = P + jQ - jQ_2$$

Avec $jQ_2 = jb/2 \cdot |V_B|^2 = j(0,106)(1,0)^2 = j0,106$ pu où $V_B = 1,0 \angle 0^\circ$

$$P_1 + jQ_1 = (1 + j0,4) - j0,106 = 1 + j0,294 \text{ pu}$$

Puisque $S = V \cdot I^*$ alors $S_1 = V_B \cdot I_L^*$

$$I_L^* = S_1 / V_B = (1 + j0,294) / (1 + j0) = 1 + j0,294 \text{ pu}$$

$$I_L = 1 - j0,294$$

$$P_3 + jQ_3 = P_1 + jQ_1 + Z |I_L|^2 = (1 + j0,294) + (0,0338 + j0,227)(1,086)$$

$$P_3 + jQ_3 = 1,0367 + j0,540 \text{ pu}$$

$$V_A = V_B + Z \cdot I_L = (1 + j0) + (0,0338 + j0,227)(1 - j0,294) = 1,1 + j0,215 \text{ pu}$$

$$|V_A| = 1,12 \text{ pu}$$

$$P_4 + jQ_4 = P_3 + jQ_3 - jQ_5$$

$$jQ_5 = jb/2 \cdot |V_A|^2 = j0,106 \cdot (1,12)^2 = j0,133 \text{ pu}$$

$$P_4 + jQ_4 = 1,0367 + j0,540 - j0,133 = 1,0367 + j0,407 \text{ pu}$$

$$I_t^* = S_4 / V_A = (P_4 + jQ_4) / V_A = (1,0367 + j0,407) / (1,1 + j0,215)$$

$$V_G = V_A + jX_t \cdot I_t = 1,118 + j0,313 \text{ pu}$$

4.4 CONTROLE DE LA TENSION COMPENSATION DE LA PUISSANCE REACTIVE

Un système est dit bien conçu s'il peut délivrer une énergie d'alimentation fiable et de bonne qualité. Par bonne qualité on entend un niveau de tension dans des limites acceptables. Chaque fois que le niveau de tension en un point du système est soumis à des variations cela est dû à un déséquilibre entre la puissance fournie et consommée. En effet quand une charge est alimentée à travers une ligne de transmission dont la tension de départ est constante, la tension de la charge dépend de l'amplitude de la charge et du facteur de puissance de la charge. La variation de tension en un nœud est un indicateur de déséquilibre entre la puissance réactive délivrée et celle consommée.

Cependant une importation de la puissance réactive donne une augmentation des pertes de puissances et de la chute de tension à travers l'impédance d'alimentation.

4.4.1 CHUTE DE TENSION SUR UNE LIGNE

Afin d'illustrer les relations entre la puissance réactive et la chute de tension, considérons le circuit équivalent ci-dessous

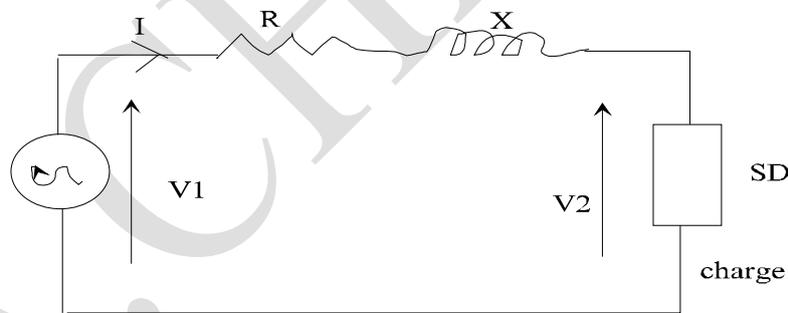


Figure. 4.4 circuit équivalent du réseau électrique

La chute de tension due au passage du courant I dans l'impédance $Z=R+jX$ est

$$\Delta V=Z.I= V_1-V_2$$

Si nous traçons le diagramme vectoriel de ce circuit

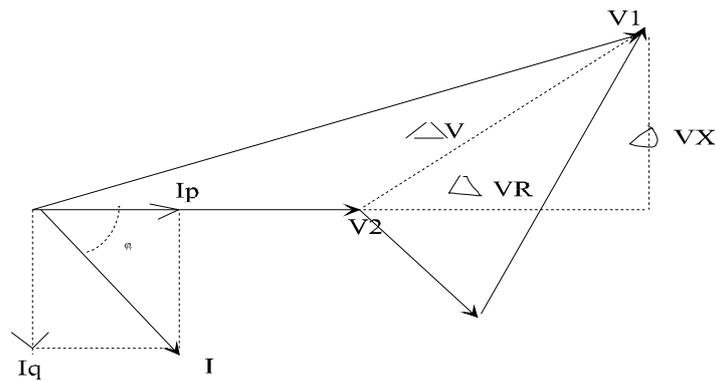


Figure. 4.5 Diagramme vectoriel associé au circuit précédent

Puisque $S_D = V_2 \cdot I^* = P_D + jQ_D$ alors $I = P_D - jQ_D / V_2$, V_2 prise comme référence

$$\Delta V = Z \cdot I = (R + jX) \left(\frac{P_D - jQ_D}{V_2} \right) = \frac{R \cdot P_D + X \cdot Q_D}{V_2} + j \frac{X \cdot P_D - R \cdot Q_D}{V_2} \quad (4.9)$$

$$\Delta V = \Delta V_R + j \Delta V_X$$

C'est à dire que la chute de tension a une composante ΔV_R en phase avec V_2 et une composante ΔV_X en quadrature avec V_2 .

Il est clair que la chute de tension dépend simultanément de la puissance active et réactive de la charge.

Comme $\Delta V = V_1 - V_2$ donc $V_1 = V_2 + \Delta V$ et en considérant le module de V_1

$$|V_1|^2 = \left(V_2 + \frac{R \cdot P_D - X \cdot Q_D}{V_2} \right)^2 + \left(\frac{X \cdot P_D - R \cdot Q_D}{V_2} \right)^2$$

$$|V_1|^2 = (V_2 + \Delta V_R)^2 + (\Delta V_X)^2$$

Comme, $\Delta V_X \ll V_2 + \Delta V_R$, on peut, approximer (4.10)

$$|V_1|^2 \approx \left(V_2 + \frac{R \cdot P_D + X \cdot Q_D}{V_2} \right)^2$$

$$V_1 - V_2 \approx \frac{R \cdot P_D + X \cdot Q_D}{V_2}$$

Puisque la réactance X est le paramètre prédominant dans l'impédance du réseau c'est à dire $R \ll X$, on peut écrire que

$$\Delta V = V_1 - V_2 \approx X \cdot Q_D / V_2 \quad (4.11)$$

Donc la cause de la chute de tension à travers une impédance est due principalement au courant réactif passant dans cette impédance, ou en d'autres termes elle est due à la variation

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

de la puissance réactive. Pour maintenir V_2 constante si le courant I change, il faut varier la puissance réactive au point de raccordement de la charge. Cependant avant de discuter les différents moyens de contrôle de la tension en détail, il est impératif de savoir, les différentes sources de puissances réactives dans un système électrique.

4.5 PRODUCTION ET ABSORPTION DE LA PUISSANCE REACTIVE

4.5.1 LES CONSOMMATEURS D'ENERGIE REACTIVE

La plupart des appareils d'utilisation sont des consommateurs d'énergie réactive puisqu'ils fonctionnent grâce à un champ magnétique.

- LES MACHINES SYNCHRONES: elles ont la faculté de consommer ou de produire l'énergie réactive selon qu'elles sont sous ou surexcitées.
- LES TRANSFORMATEURS: Les transformateurs absorbent de la puissance réactive magnétisante, pour maintenir le champ magnétique dans le noyau. Cette puissance est de l'ordre de 7 à 13% pour les transformateurs du réseau de transport, de la puissance transitée.
- LES MOTEURS: Au moment de leur démarrage, il y'a un appel très important de puissance réactive.
- AUTRES : d'autres usagers qui consomment de la puissance réactive sont les fours électriques les lampes fluorescentes etc.....

4.5.2-LIGNES DE TRANSMISSIONS

Supposons que la ligne est sans pertes c'est à dire que $R=0$



Figure. 4.6 Ligne sans pertes

La puissance réactive absorbée par la ligne sera $Q_a = L\omega I^2 = X \cdot I^2$ (VAR)

La puissance produite parla ligne (due aux capacités shunts) est $Q_d = C\omega V^2$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Dans le cas où la puissance produite est égale à la puissance absorbée c'est à dire

$$Q_a = Q_d, \omega LI^2 = \omega CV^2 \quad V/I = \sqrt{L/C} = Z_n \text{ où } Z_n \text{ représente l'impédance naturelle de la ligne.}$$

On peut conclure, que les conditions de charge dans les quelles la puissance réactive générée par la ligne est égale à celle absorbée par la ligne est quand l'impédance de charge est égale à l'impédance caractéristique de la ligne ($Z_R = Z_n$)

Dans ce cas précis, la tension de la charge est constante, par contre si:

$$\omega LI^2 > \omega CV^2 \text{ c'est à dire } (Q_a > Q_d), \text{ la tension diminue (V fléchie)}$$

$$\omega LI^2 < \omega CV^2 \text{ c'est à dire } (Q_a < Q_d), \text{ la tension croit (V augmente)}$$

Mais en générale, la charge est plus grande que l'impédance caractéristique de la ligne et par conséquent on se trouve toujours dans la condition $\omega LI^2 > \omega CV^2$, autrement dit il y'a toujours absorption de la puissance réactive donc diminution de la tension. Tout ça peut être traduit par le diagramme suivant

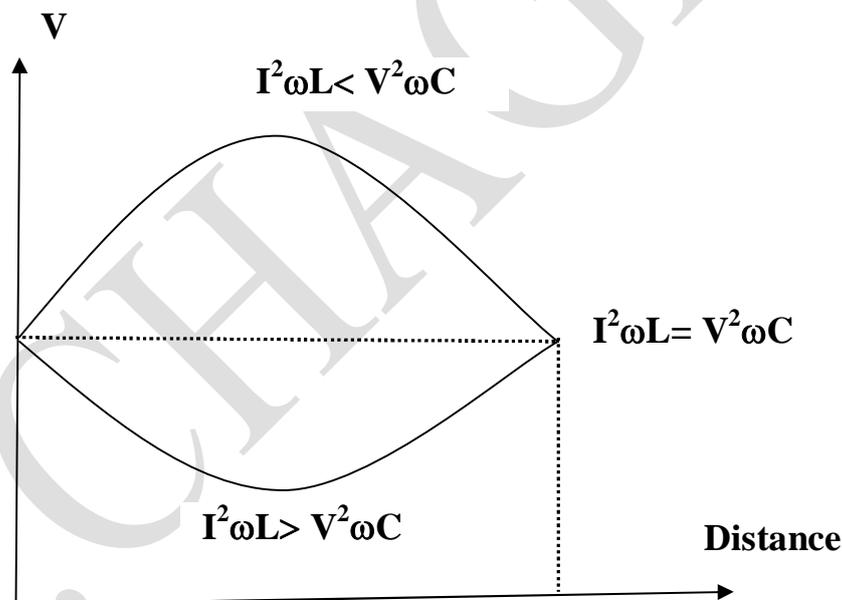


Figure. 4.7 Variation de la tension sur une ligne

4.6. CONTROLE DE LA TENSION

La chute de tension sur un élément de réseau s'exprime par

$$\Delta V = V_1 - V_2 = \frac{r.P + x.Q}{V_2} \approx \frac{x.Q}{V_2}$$

L'examen de cette équation montre que pour maintenir V_2 constante au niveau du consommateur, on dispose de plusieurs solutions à savoir :

- Augmentation de la tension de départ V_1 .

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

- Diminution de la réactance de la ligne par insertion de réactance capacitive.
- Fourniture de la puissance réactive au niveau des usagers (Compensation de la puissance réactive) .Cette compensation peut être obtenue soit par
 - i) la connexion de capacité shunts
 - ii) la connexion de compensateur synchrone.
 - iii) la connexion de réactance shunt (pour les faibles charges, ou charges capacitatives).

4.6.1 AUGMENTATION DE LA TENSION DE DEPART

Le rôle principal d'un transformateur est de transformer l'énergie électrique d'un niveau de tension à un autre. Cependant presque tous les transformateurs utilisés dans les réseaux électriques sont pourvus de commutateurs de prises pour ajuster la tension en changeant le rapport de transformation. Ce moyen est très populaire du fait qu'il peut être utilisé pour le contrôle de la tension à tous les niveaux. En principe il y'a deux types de transformateurs à prises:

- i) **Transformateur à commutateur de prises à vide**, moins utilisé car Ce type de transformateur nécessite la déconnexion du transformateur quand la tension doit être ajustée. La tension du secondaire est variée en changeant le rapport de transformation.
- ii) **Transformateur à commutateur de prises en charge**, très répandu, surtout dans les réseaux de transport. Ce type de transformateur permet d'ajuster la tension sans aucune interruption de service..Les transformateurs avec réglage en charges sont d'une très grande diversité en ce qui concerne les schémas de connexion, la construction et les dispositifs de réglage. Les prises sont manœuvrables automatiquement par les régulateurs de tension. Tous les schémas de changeurs de prises dérivent plus au moins directement du schéma de principe suivant :

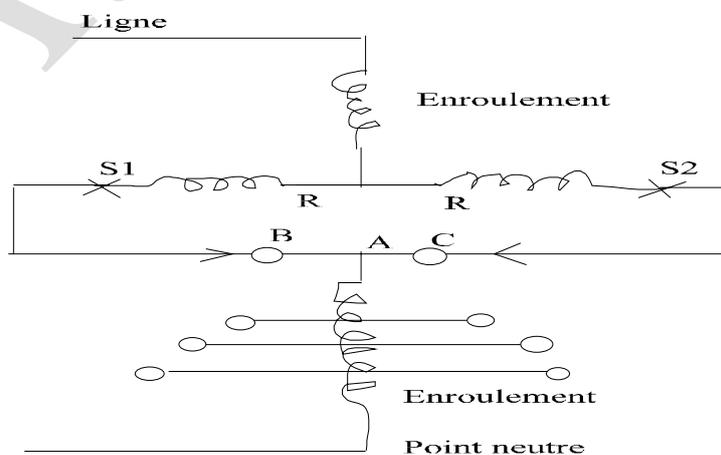


Figure 4.8 Transformateur à prise en charge

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Dans la position indiquée, la tension est maximale et le courant se partage dans les deux bobines R dans des proportions égales, résultant ainsi en une impédance minimale et un flux nul. Pour réduire la tension, S1 s'ouvre et le courant total passe à travers l'autre bobine. Le sélecteur B se déplace au contact suivant et S1 se ferme. Maintenant un courant circule dans R superposé au courant de charge.

S2 s'ouvre et C se déplace au commutateur suivant ; S2 se referme et l'opération est ainsi achevée. Six opérations de commutation sont donc nécessaires pour une seule commutation de prises. La variation de tension entre une prise et une autre est souvent de 1,25% de la tension nominale.

La tension V'_2 coté basse tension du transformateur ramenée cote haute tension peut être déterminée par la relation :

$$V'_2 = V_1 - \frac{r.P + x.Q}{V_1} \quad (4.12)$$

où V_1 représente la tension coté haute tension du transformateur; P et Q sont la puissance active et réactive de la charge coté basse tension ; r et x sont la résistance et la réactance du transformateur ou les résistances et réactances de la ligne et du transformateur respectivement.

La tension actuelle coté basse tension du transformateur est donnée par

$$V_2 = V'_2 - \frac{V_{2r}}{V_{tap}} \quad (4.13)$$

Où V_{2r} représente la tension nominale coté basse tension du transformateur et V_{tap} est la tension de réglage coté enroulement haute tension du transformateur à commutateur de prise à vide ou en charge.

Quand le contrôle de tension est effectué par des transformateurs, V_{tap} est sélectionnée de façon à ce que la tension V_2 est proche de la tension désirée V_{2d} dans la mesure du possible.

EXEMPLE

Deux transformateurs sont exploités dans une sous-station de

110 /10 KV.

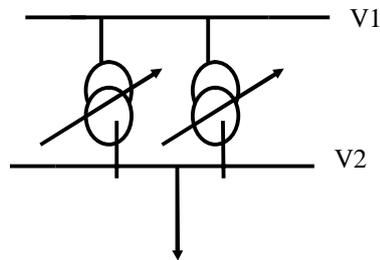
L'impédance des deux transformateurs est $Z_t = 0,94 + j21,7 \Omega$.

Dans des conditions de charge maximale $S_{max} = 38,6 + j18,3$ MVA , la tension au niveau du jeu de barre haute tension est 103KV.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Dans des conditions de charge minimale $S_{\min}=16,5+j6,3$ MVA, la tension au niveau du jeu de barre haute tension est 108,5KV



Les transformateurs sont pourvus de commutateurs de prises en charges tel que $115 \pm 9 \times 1,78\%$ /10,5KV.

Déterminer le rapport de transformation pour effectuer un contrôle de la tension au niveau du jeu de barre 2 sachant que $V_{2\max.ad}=1,05V_2$ et $V_{2\min.ad}=1,0V_2$

Solution

$$\text{Puisque } V_1 = V'_2 + \frac{r_t \cdot P + x_t \cdot Q}{V'_2}$$

Alors dans le cas de charge maximale

$$V_{2\max} = V_1 - \frac{r_t \cdot P + x_t \cdot Q}{V_{2\max}}$$

$$V'_{2\max} = 103 - \frac{0,94.38,6 + 21,7.18,3}{V'_{2\max}}$$

$$(V'_{2\max})^2 - 103V'_{2\max} + (0,94.38,6 + 21,7.18,3) = 0$$

$$\text{donc, } V'_{2\max} = 98,7KV$$

De la même manière dans le cas de charge minimale

$$V'_{2\min} = 108,5 - \frac{0,94.16,5 + 21,7.6,3}{V'_{2\min}}$$

$$(V'_{2\min})^2 - 108,5V'_{2\min} + (0,94.16,5 + 21,7.6,3) = 0$$

$$\text{donc, } V'_{2\min} = 107,2KV$$

Comme la tension admissible dans le cas de charge maximale est

$V_{2\max}=1,05.10=10,5KV$, la tension de réglage désirée est

$$V_{dtap} = \frac{98,7.10,5}{10,5} = 98,7KV$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

En sélectionnant la tension de réglage la plus proche possible c'est à dire

$$V_{2\max.\text{tap}}=115-8.0, 0178.115=98,64\text{KV}$$

Dans ce cas la tension actuelle du coté basse tension est

$$V_{2\max}=98,7(10,5/98,64)=10,5\text{KV}$$

De la même manière dans le cas de charge minimale

$$V_{2\min}=1,0V_{2n}=10\text{KV et } V_{\text{dtap}}=(107,2).(10,5/10)=112,5\text{KV}$$

$$V_{\text{dtap}}=115-1.0, 0178.115=112,95\text{KV}$$

La tension actuelle coté basse tension est

$$V_{2\min}=107,2(10,5/112,95)=10\text{KV}$$

4.6.2 REGLAGE PAR TENSION ADDITIONNELLE

Ce réglage nécessite l'introduction d'un appareil de réglage (Booster) en série dans la ligne qui permet d'ajouter une tension additionnelle

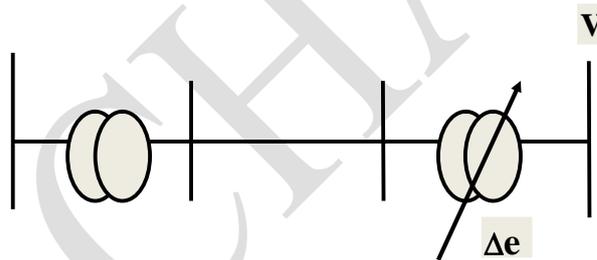


Figure. 4.9 Réglage par tension additionnelle

La f.é.m. de ces transformateurs (régulateur de lignes) Δe peut être

Déterminée par l'expression

$$V_{2.d} = V'_2 \cdot \frac{V_{2n}}{V_{1n} + \Delta e} \quad (4.14)$$

4.6.3 INSERTION DE CAPACITE SERIE

Une capacité série réduit la réactance inductive entre la source d'alimentation et la charge, c'est à dire réduit la chute de tension Selon l'expression

$$\Delta V = \frac{r.P + (x_L - x_C).Q}{V_2} \quad (4.15)$$

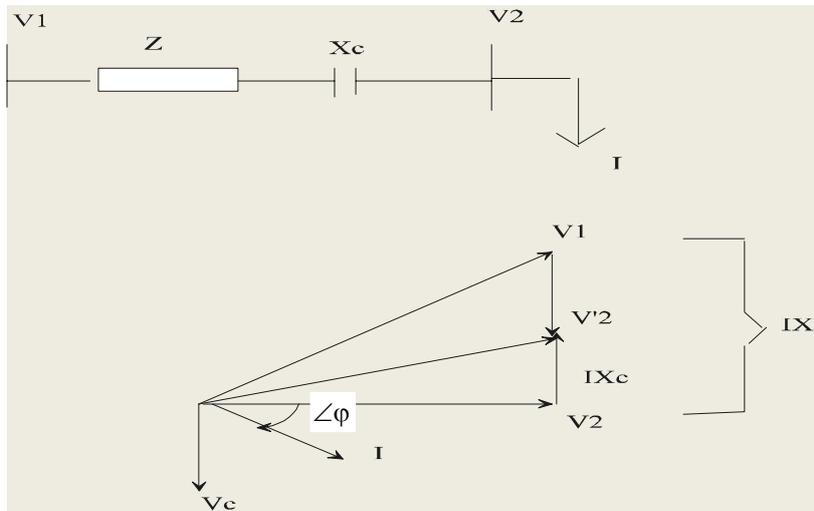


Figure. 4.10 Régulation par insertion de capacité

$\Delta V = V_1 - V_2 = R.I.\cos\phi + jI(X_L - X_C)\sin\phi$ En pratique X_C est choisie de manière que le facteur $I.(X_L - X_C)\sin\phi$ devient négatif et numériquement égal à $R.I.\cos\phi$, telle que $\Delta V = 0$.

Le rapport X_C / X_L en % représente le pourcentage de compensation $Q = I^2.X_C$ et la tension produite par la capacité est $V_C = IX_C \sin\phi$.

Certaines précautions doivent être prises quant à l'utilisation des condensateurs séries dans les lignes, elles peuvent provoquer des fonctionnements anormaux tel que l'amorçage hyper synchrone des moteurs, Ferro-résonance etc.

4.7 COMPENSATION DE LA PUISSANCE REACTIVE

4.7.1 COMPENSATEUR SYNCHRONE

Dans ce cas la régulation de la tension est basée sur l'ajustement de l'excitation de la machine (Alternateur). Pour mieux comprendre ce procédé, considérons un alternateur alimentant un jeu de barre infini (c'est à dire $V = ct^e$).



Figure 4.11 Principe du compensateur Synchrones

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$I = \frac{|E|\angle\delta - |V|}{jX}, \text{ alors, } I^* = \frac{|E|\angle-\delta - |V|}{-jX}$$

$$S = VI^* = P + jQ = \frac{V \cdot E \angle -\delta - V^2}{-jX} = \frac{V \cdot E \angle 90 - \delta - V^2 \angle 90}{X} \quad (4.16)$$

$$\text{Donc, } P = \frac{V \cdot E \cos(90 - \delta)}{X} = \frac{V \cdot E \sin \delta}{X}$$

$$\text{et, } Q = \frac{V \cdot E}{X} \sin(90 - \delta) - \frac{V^2}{X} = \frac{V}{X} (E \cos \delta - V)$$

Un accroissement sur δ résulte en un grand changement dans P que dans Q quand δ est petit. Maintenant si nous considérons l'expression $Q = V/X \cdot (E \cos \delta - V)$

Si $E \cos \delta > V$ alors $Q > 0$, l'alternateur produit de la puissance réactive c'est-à-dire la machine se comporte comme un condensateur. Cette condition est satisfaite quand la machine est surexcitée.

Par contre si $E \cos \delta < V$, alors $Q < 0$, la machine absorbe de la puissance réactive du système. Cette condition est réalisée quand la machine est sous excitée, c'est à dire que la machine se comporte comme une inductance shunt. Le diagramme ci-dessous nous donne, suivant la position du vecteur I, les différents modes de fonctionnement de la machine.

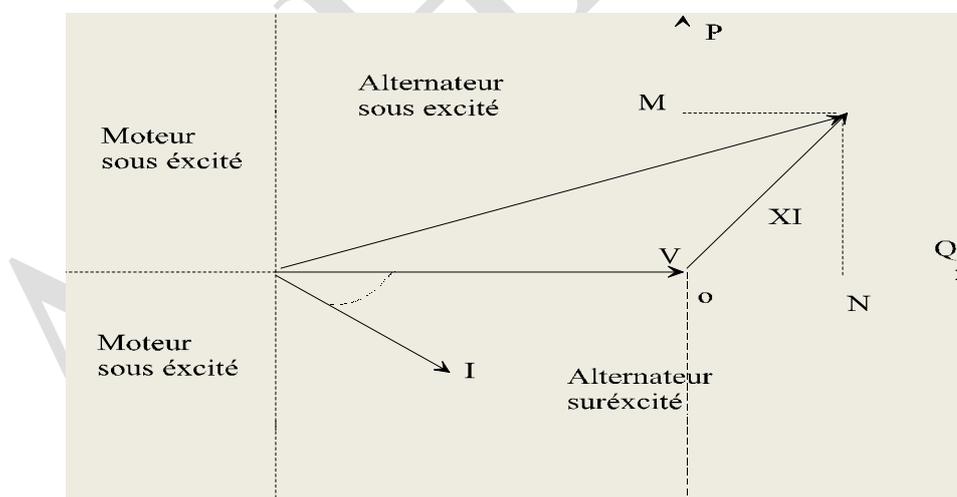


Figure. 4.12 Diagramme relatif au compensateur synchrone

Pour déterminer la puissance du compensateur synchrone on va considérer les deux situations suivantes :

i)- lorsque $S_2 = S_{2\max}$, $V_1 = V_{2\min} + (P_{2\max} \cdot R + Q_{2\max} \cdot X) / V_{2\min}$ (4.17)

ii)-Lorsque $S_2 = S_{2\min}$, $V_1 = V_{2\max} + (P_{2\min} \cdot R + Q_{2\min} \cdot X) / V_{2\max}$ (4.18)

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Supposons que $V_{2min} < V_{2min.ad}$ Admissible et $V_{2max} > V_{2max.ad}$ Admissible, par l'introduction du compensateur synchrone on aura pour S_{2max}

$$V_1 = V_{2min.ad} + (P_{2max}.R + (Q_{2max} - Q_{CS}).X) / V_{2min.ad}$$

De même pour S_{2min}

$$V_1 = V_{2max.ad} + (P_{2min}.R + (Q_{2min} - Q'_{CS}).X) / V_{2max.ad}$$

A partir de ces relations on peut trouver avec une bonne approximation que

$$\begin{aligned} Q_{CS} &= \frac{V_{2min.ad}(V_{2min.ad} - V_{2min})}{X} \\ Q'_{CS} &= \frac{V_{2max.ad}(V_{2max} - V_{2max.ad})}{X} \end{aligned} \quad (4.19)$$

En pratique pour que le compensateur soit utilisé au maximum dans les deux sens avec un minimum de puissance le rapport $Q'_{CS}/Q_{CS} \cong 0,6$

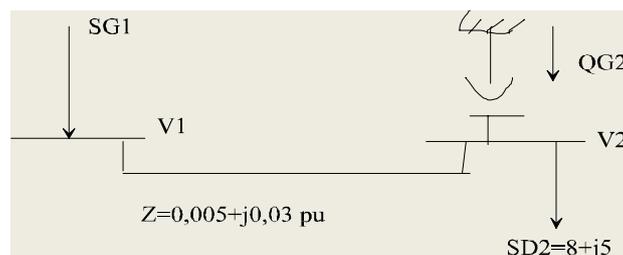
4.7.2 CONTROLE DE LA TENSION PAR CAPACITE SHUNT

On peut faire jouer aux condensateurs shunt le même rôle que celui que jouent les compensateurs synchrones, c'est à dire, compenser tout ou une partie de chutes de tension dans les lignes. L'intérêt des condensateurs shunts est de fournir la puissance réactive aux points de consommation en évitant ainsi de faire circuler la puissance réactive entre la source d'alimentation et les consommateurs. Dans ce cas la chute de tension sera:

$$\Delta V = \frac{r.P + (Q - Q_{Cb}).X}{V_2} \quad (4.20)$$

EXEMPLE

Soit le système à deux jeux de barre suivant dont les caractéristiques sont indiquées sur le schéma



Déterminer Q_{G2} pour maintenir $|V_1| = |V_2| = 1pu$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

SOLUTION

En prenant V_2 comme référence, c'est à dire que $V_2=1\angle 0^0$

$$S_2 = V_2 \cdot I^* = P_2 + j(Q_{D2} - Q_{G2})$$

$$I = \frac{S_2^*}{V_2^*} = \frac{P_2 - j(Q_{D2} - Q_{G2})}{V_2}$$

$$V_1 = V_2 + Z \cdot I = V_2 + Z \cdot \frac{(P_2 - jQ_{D2} + jQ_{G2})}{V_2}$$

$$V_1 = 1 + (0,005 + j0,03) \frac{(8 - j5 + jQ_{G2})}{1}$$

Puisque $|V_1|=1$ pu, on doit avoir

$$|1 + (0,005 + j0,03)(8 + j(Q_{G2} - 5))| = 1$$

$$|1,040 - 0,003(Q_{G2} - 5) + j(0,240 + 0,005(Q_{G2} - 5))| = 1$$

$$[1,040 - 0,0030(Q_{G2} - 5)]^2 + [(0,240 + 0,005(Q_{G2} - 5))]^2 = 1$$

C'est une équation du deuxième ordre dont la solution donne

$$Q_{G2} = 7,41 \text{ pu}$$

Ayant trouvé Q_{G2} , on peut continuer notre analyse pour déterminer S_{G1}

En effet $I = (8 + j2, 410)/1 = 8,355\angle 16,76^0$ et

$$V_1 = 1 + (0,005 + j0, 030)(8 + j2,410) = 1\angle 14,60^0$$

Le module de V_1 est égal à 1 est vérifié.

Finalement $S_{G1} = V_1 \cdot I^* = 1.8, 355\angle 14,60 - 16,76 = 8,355\angle -2,16^0 =$

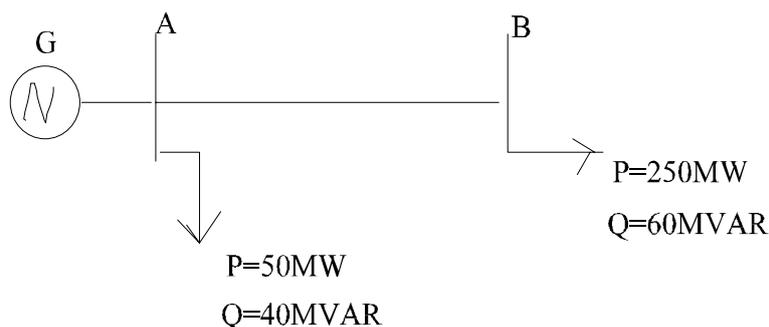
$$8,349 - j0, 315 \text{ pu}$$

$$P_{G1} = 8,349 \text{ pu et } Q_{G1} = -0,315 \text{ pu}$$

EXERCICES

Exercice1

Soit le réseau électrique suivant



Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Caractéristiques de la ligne AB dans le système de base $S_B=100\text{MVA}$:

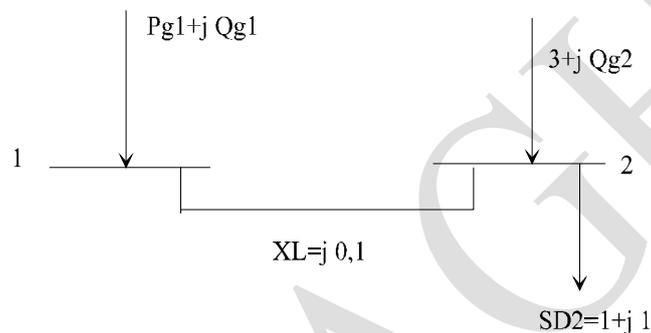
$$Z=0,05+j0,12$$

$$b=j0,024 \text{ pu}$$

Si la tension au jeu de barre B est $V_B = 1\text{pu}$, déterminer la tension au jeu de barre A ainsi que la puissance active et réactive délivrée par le générateur.

EX.2

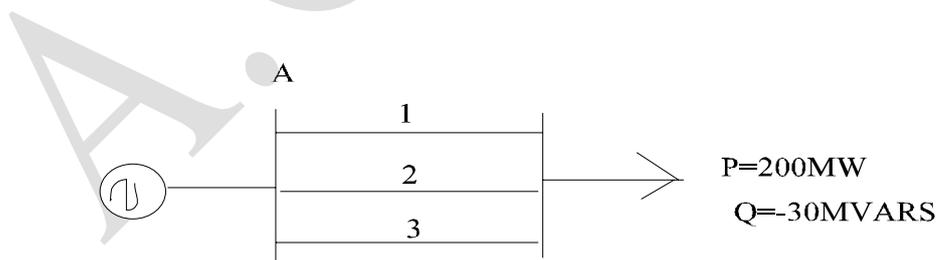
On considère un système à deux jeux de barres modelé selon le schéma simplifié indiqué ci-dessous



Les tensions des deux jeux de barres doivent être maintenues constantes en amplitude c'est à dire que $|V_1| = |V_2| = 1\text{pu}$. Déterminer les puissances P_{g1} , Q_{g1} , Q_{g2} ainsi que le transfert de puissance entre les deux jeux de barres.

EX.3

Soit le réseau électrique représenté ci-dessous et comprenant trois lignes de 132Kv en parallèles.



Les paramètres des lignes sont tel que

Lignes	Longueurs	Impédances séries par circuit Ω / Km	Suceptances shunt par circuit $\mu\Omega^{-1} / \text{Km}$
1 et 2	127,4 Km	$0,0925+j0,621$	4,78
3	136,7 Km	$0,1754+j0,663$	4,49

Analyse des Réseaux Electriques :

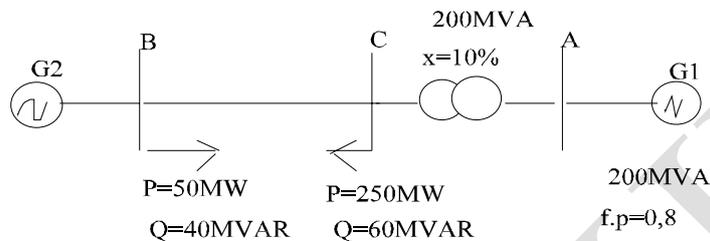
Pr. A.Chaghi

En utilisant comme base $S_b=100\text{MVA}$

- i) Si $V_B=1\text{pu}$, déterminer V_A , P_A et Q_A
- ii) Si $V_A=1\text{pu}$, déterminer V_B pour $P_B=Q_B=0$

EX.4

Soit le réseau électrique indiqué ci-dessous



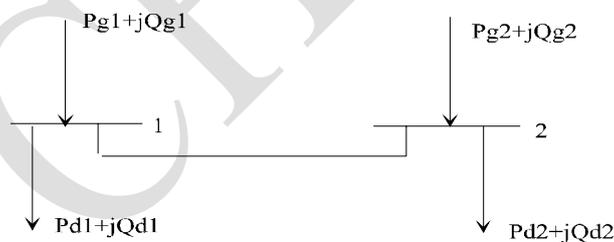
La ligne BC est caractérisée par

$Z= 0,05+j0,12\text{ pu}$ et $b=j0,024\text{ pu}$ dans le système de base $S_b=100\text{MVA}$

Si la tension au jeu de barre A est $V_A=100\%$, déterminer la tension V_B ainsi que P_{G2} et Q_{G2}

EXO.1

On considère le système à deux jeux de barres indiqué ci-dessous. La ligne connectant les deux jeux de barres est modélisée par sa réactance $X=0,10\text{pu/phase}$



Déterminer Q_{g1} et Q_{g2} pour les spécifications suivantes:

$$P_{d1}+jQ_{d1}=5+j3\text{ pu} \quad P_{g1}=0,0\text{ pu} \quad |V_1|=1,1\text{ pu}$$

$$P_{d2}+jQ_{d2}=1+j1 \quad P_{g2}=6,0\text{ pu} \quad |V_2|=1,0\text{ pu}$$

EXO.2

On considère encore le système de l'exercice 1, si les deux tensions doivent être maintenues constantes $|V_1|=|V_2|=1\text{pu}$ et $P_{g1}=P_{g2}=3\text{pu}$,

Déterminer la puissance réactive à chaque extrémité de la ligne ainsi que Q_{g1} et Q_{g2} .

EXO3

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

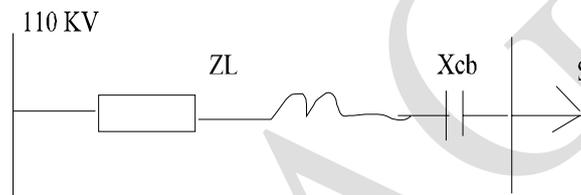
Une charge de 25MVA ,33KV, avec un facteur de puissance 0,8 arrière est connectée à l'extrémité d'une ligne triphasée. Un compensateur synchrone est connecté à la fin de la ligne de manière à maintenir la tension aux deux extrémités de la ligne à 33KV.

Déterminer la puissance réactive délivrée par le compensateur synchrone, si la ligne a une résistance de 5Ω par phase et une réactance de 20Ω par phase.

EXO.4

Une sous-station régionale est connectée à un centre de production d'énergie à travers une ligne 110 KV, 80 Km de longueur d'impédance $Z= 21+j34$ Ohms .La charge maximale de la sous-station est $S=22+j20$ MVA

Les conditions de fonctionnement pour cette charge exige que la chute de tension ne doit pas dépasser 6 %. Afin de réduire la chute de tension, une capacité standard 66KV, 40KVAR est commutée en série sur chaque phase de la ligne comme indiqué ci-dessous.



Déterminer le nombre de capacités nécessaires dans ces conditions. Faire ces calculs en négligeant les pertes sur la ligne.

CHAPITRE 5

COURT-CIRCUIT TRIPHASE SYMETRIQUE

5.1 INTRODUCTION

Une évaluation des courants de court-circuit est nécessaire préalablement à toute étude pour

*Le choix de l'appareillage des équipements des installations de transport et de distribution d'énergie électrique afin de résister

- * aux effets thermiques des courants de court-circuit
- * aux effets électrodynamiques des courants de court-circuit
- * de vérifier que le courant relatif à un défaut pour lequel le fonctionnement d'une protection doit être assurée, est toujours suffisant pour son activation.
- * de vérifier qu'une protection n'est jamais sollicitée pour le court-circuit à un niveau donné auquel elle doit rester insensible (principe de sélectivité)

5.2 COURT-CIRCUIT TRIPHASE SYMETRIQUE

Le courant de court-circuit triphasé résulte de l'action de la force électromotrice à l'origine sur la somme des impédances directes par phase interposées jusqu'à l'endroit du défaut (impédances internes des générateurs+impédances de liaisons)

5.2.1 ETABLISSEMENT DU COURANT DE COURT-CIRCUIT

En réalité le courant sinusoïdal du régime établi, n'est présent qu'après une courte période intermédiaire où les phénomènes sont plus complexes. Ce courant de court-circuit peut être simulé par l'application d'une tension sinusoïdale

$$V = V_m \cdot \cos(\omega t + \theta) = \sqrt{2} \cdot V_{\text{eff}} \cdot \cos(\omega t + \theta) \text{ à un circuit inductif R.L}$$

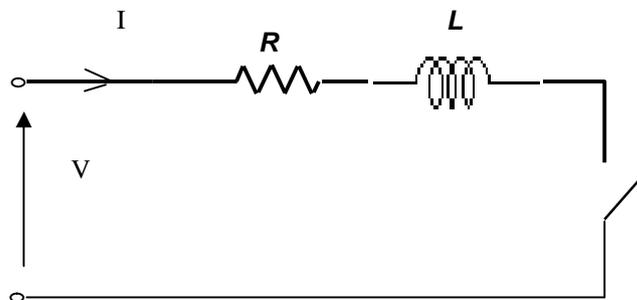


Figure 5.1 Circuit inductif

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

La résolution de cette équation différentielle $V=R+Ldi/dt$ donne lieu à un courant qui peut être considéré comme la résultante d'un courant sinusoïdal égal au courant du régime établi, et d'un courant asymétrique décroissant en exponentielle inverse:

$$i = \frac{V_m}{Z} \left[\cos(\omega.t + \theta - \varphi) - e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \cos(\theta - \varphi) \right] = i_p + i_{a.p} \quad (5.1)$$

avec, $Z = \sqrt{R^2 + (\omega.L)^2}$, et, $\varphi = \text{Tan}^{-1}(\omega.L/R)$

$$\text{Donc } i_{cc} = i_p + i_{ap} \quad (5.2)$$

$$i_p = I_{sym} = \frac{V_m}{|Z|} \cdot \cos(\omega.t + \theta - \varphi) \quad (5.3)$$

$$i_{a.p} = I_{asym} = -\frac{V_m}{|Z|} \cdot \cos(\theta - \varphi) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad (5.4)$$

Le 1^{er} terme varie sinusoïdalement dans le temps

Le 2^{iem} terme est apériodique (asymétrique) et décroît exponentiellement avec une constante de temps $\tau = L/R$. Ce deuxième terme constitue aussi la composante continue du courant de court-circuit.

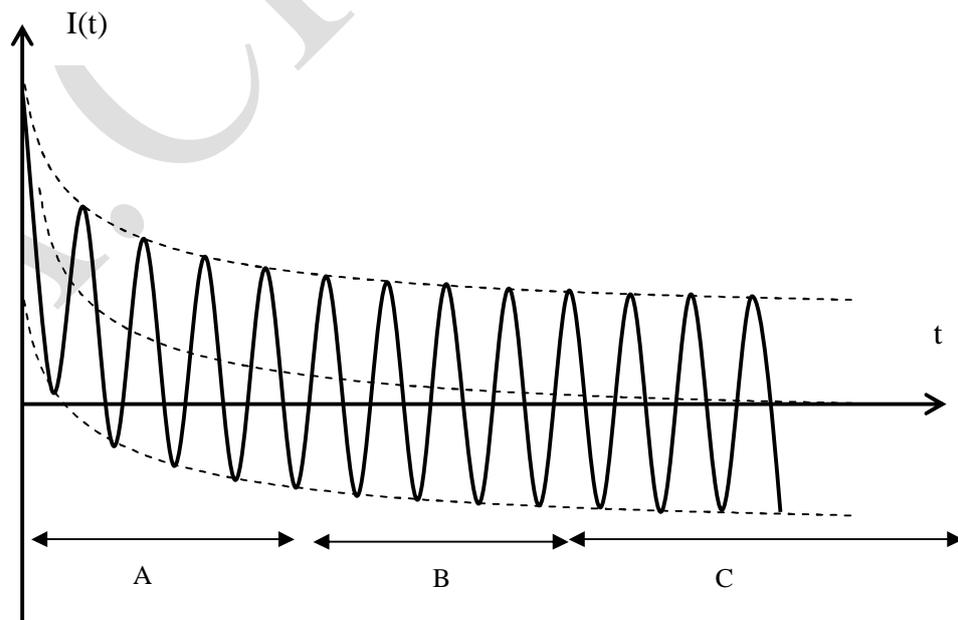


Figure 5.2 Etablissement du courant de court-circuit

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Le déroulement dans le temps du courant de court circuit symétrique est régi par deux composantes, c'est à dire que

$$i_{cc}(t) = i_p + i_{ap} \quad (5.5)$$

$$i_p = i_{sym} = \frac{V_m}{|Z|} \cos(\omega t + \theta - \varphi) \quad (5.6)$$

$$i_{ap} = i_{asym} = \frac{-V_m}{|Z|} \cos(\theta - \varphi) \cdot e^{-\frac{R}{L}t} \quad (5.7)$$

On doit noter que le terme apériodique est nul, si la fermeture de S (ou le court-circuit) se produit en un point de la tension tel que

$$(\theta - \varphi) = \pi / 2$$

Il est maximal si $\theta - \varphi = 0$

Si $\theta - \varphi = 0$ ou bien $\theta - \varphi = \pi$, la composante continue a une valeur maximale initiale, qui est égale à la valeur maximale de la composante sinusoïdale. La composante continue peut avoir n'importe quelle valeur entre 0 et $\frac{V_{max}}{Z}$, dépendant de la valeur instantanée de tension ou le court-circuit se produit et du facteur de puissance.

Cette composante décroît selon l'expression

$$\frac{\sqrt{2}E}{Z} \cdot e^{-Rt/L}, \text{ avec } \tau = \frac{L}{R}$$

Dans le cas de self pure $\tau \rightarrow \infty$, il n'y a pas d'amortissement.

La valeur de la crête maximale a lieu pour $t = \frac{\pi}{\omega} = 10\text{ms}$ pour $f=50\text{Hz}$. Elle est alors

$$i(\text{creteMax}) = \frac{\sqrt{2}E}{Z} (1 + e^{-\pi \cdot R/X}) = K \frac{\sqrt{2}E}{Z}, \quad (5.8)$$

$$\text{avec, } K = (1 + e^{-\pi R/X})$$

K est le coefficient de surintensité dynamique (coefficient de choc) qui donne la valeur de la crête en le multipliant par l'amplitude du courant de court-circuit en régime établi.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

En pratique, on admet généralement que K , n'excède pas la valeur de 1,8 c'est à dire que la valeur maximale de crête atteint au plus $1,8 \cdot \sqrt{2} \cong 2,5$ fois la valeur efficace du courant I_{CC} du régime établi.

5.2.2 COURT-CIRCUIT AUX BORNES D'UN ALTERNATEUR

Le déroulement dans le temps du court-circuit triphasé symétrique de l'alternateur est successivement régi par trois réactances, Subtransitoire, Transitoire et Synchrones: X' , X'' , X .

Les réactances subtransitoire et transitoire sont assorties d'une constante de temps, respectivement, τ'' , τ' et le courant qu'elles définissent à l'instant $t=0$ décroît dans le temps suivant la loi

Avec $\tau = \tau'$ ou τ'' .

Le courant de court-circuit est donné en valeur efficace en fonction du temps par le diagramme ci-dessous

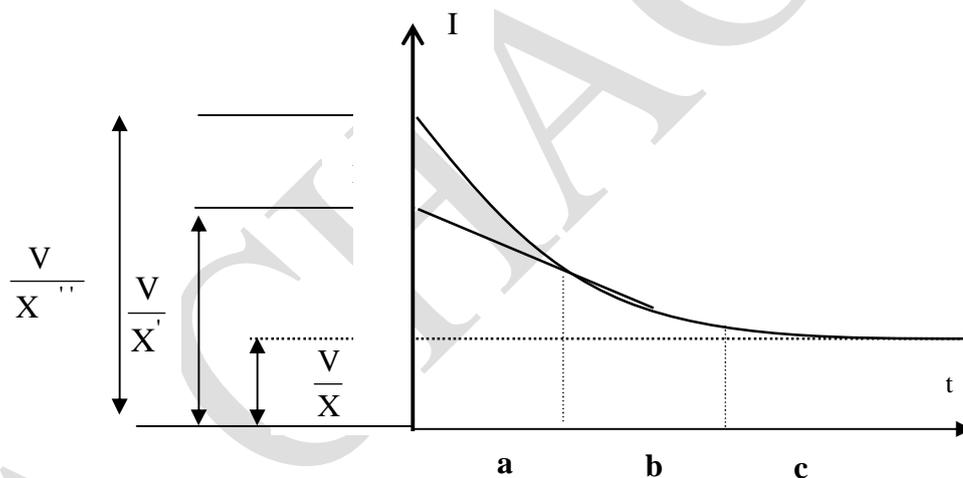


Figure.5.3 Valeur efficace du courant de court-circuit en $f(t)$

Pour se faire une idée de la vitesse de croissance dans chaque régime, au bout de $t=\tau$, $i(t)$ est réduit à 0,37 de $i(t=0)$

L'ordre de grandeur des constantes de temps est $\tau''=15$ à 20ms et $\tau'=1$ à 1,2s

5.2.3 Court-circuit triphasé symétrique en régime établi

Le courant de court-circuit triphasé résulte de la force électromotrice à l'origine (tension simple) sur la somme des impédances directes par phase interposées jusqu'à l'endroit du défaut.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

On admet souvent de négliger les résistances.

$\sum X_i$ = Impédance du générateur + impédance de court-circuit des transformateurs + impédances des liaisons (lignes ou câbles).

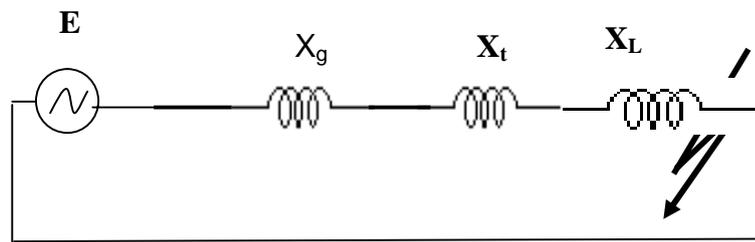


Figure 5.4 Circuit équivalent des impédances entre la Source et le point de défaut

Le courant de court-circuit peut être rattaché à une puissance de court-circuit

$$S_{CC} = 3VI_{CC} = \sqrt{3}UI_{CC} \text{ C'est la puissance mise en jeu dans le régime court-circuit.}$$

5.3 IMPEDANCES DE COURT-CIRCUIT DES DIFFERENTS ELEMENTS

5.3.1 ALTERNATEUR

En régime de court-circuit, l'alternateur se désexcite dans le temps. On tient compte en supposant que la force électromotrice reste constante, et en lui affecte des réactances de court-circuit de plus en plus grandes. Celles-ci sont données par le constructeur en % tel que:

$X''\%$ réactance subtransitoire, $X'\%$ réactance transitoire et X réactance synchrone

Le régime subtransitoire régit les premières périodes suivant l'apparition du court-circuit ($T''=15-20ms$).

Ensuite prend place le régime transitoire pendant quelques secondes (de l'ordre de 0,5s) , $T'(1\text{à}1,2s)$. Enfin le régime synchrone qui est le régime permanent. Le schéma équivalent de l'alternateur en court-circuit est le suivant

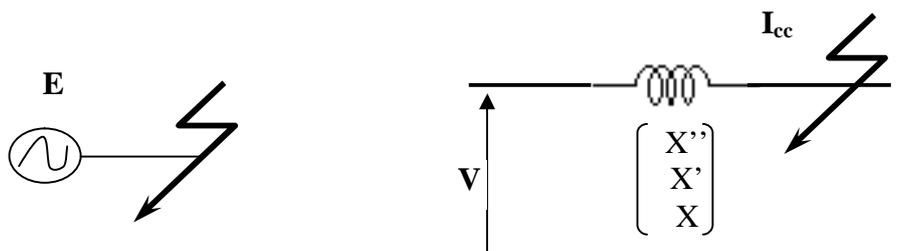


Figure 5.5 Impédance de court-circuit de l'alternateur

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

La résistance de l'enroulement de l'alternateur est négligeable et l'impédance assimilable à une réactance $Z_g=X_g$

5.3.2 MOTEURS

En régime de court-circuit, les moteurs deviennent des générateurs et apportent leur contribution au court-circuit.

a) MOTEURS SYNCHRONES

Ils se comportent comme des alternateurs et on définit des réactances subtransitoires transitoires, synchrones. Mais les temps affectés aux différents régimes sont plus courts, X''_m , X'_m , et X_m .

b) MOTEURS ASYNCHRONES

Leur désexcitation est rapide en régime de court-circuit. De plus, suivant leur inertie ils peuvent s'arrêter rapidement. Généralement, on tient compte en évaluant l'apport des moteurs M.T à 4 fois leur intensité nominale pendant un temps très court (2/100s) c'est à dire pendant le régime subtransitoire. La contribution des moteurs B.T à un court-circuit est pratiquement nulle.

5.3.3 TRANSFORMATEURS

En régime de court-circuit, le transformateur est caractérisé par son impédance de court-circuit (réactance $X \gg R$) assimilable à une réactance. C'est la réactance qui, mise à sa place donnerait le même I_{cc} . Elle se chiffre en %

$$X(\Omega) = X(\%) \cdot \frac{U_n^2}{S_n}$$

Elle est donc évaluée soit à partir de la tension primaire, soit de la tension secondaire, les deux évaluations étant dans le rapport n^2 .

Valeurs moyennes transformateurs HT/ MT $X = 8 \div 12\%$

Valeur moyennes transformateurs MT /BT $X \approx 4\%$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

5.3.4 LIGNES ET CABLES

Les lignes à fortes sections sont à prédominance selfiques. Il n'en est pas de même pour les lignes à faibles sections. En haute tension, les sections sont toujours grandes et on assimile en générale la ligne à une réactance $0,4 \Omega / \text{Km}$

En moyenne tension les lignes ont des impédances de l'ordre

$$0,5+j0,35 \text{ à } 0,1+j0,35 \Omega / \text{Km}$$

Les câbles ont des impédances de l'ordre de $0,5+j0,12$ à

$$0,06+j0,12 \Omega / \text{Km}.$$

5.3.5 RESEAUX D'ALIMENTATION (RESEAUX AMONT)

L'arrivée d'un réseau est caractérisée par une puissance de court-circuit. C'est la puissance qui serait dissipée dans tout le réseau, pour un court-circuit à l'arrivée. Il en résulte une impédance équivalente du réseau.

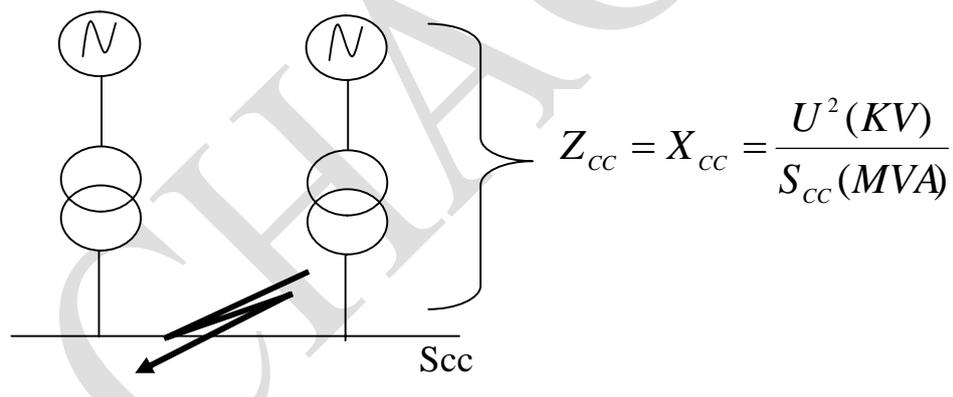


Figure.5.6.a-Réseau amont

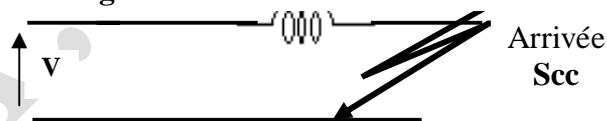


Figure.5.6.b.-Circuit équivalent associé au réseau Précédent

$$X_{cc} = \frac{U^2}{S_{cc}} = \frac{U^2}{\sqrt{3} U I_{ccc}}$$

Puisque $X\% = \frac{X_{cc}}{X_B} = \frac{X_{cc}}{U_B^2 / S_B} = \frac{X_{cc}}{U_B^2} \cdot S_B$ (5.9)

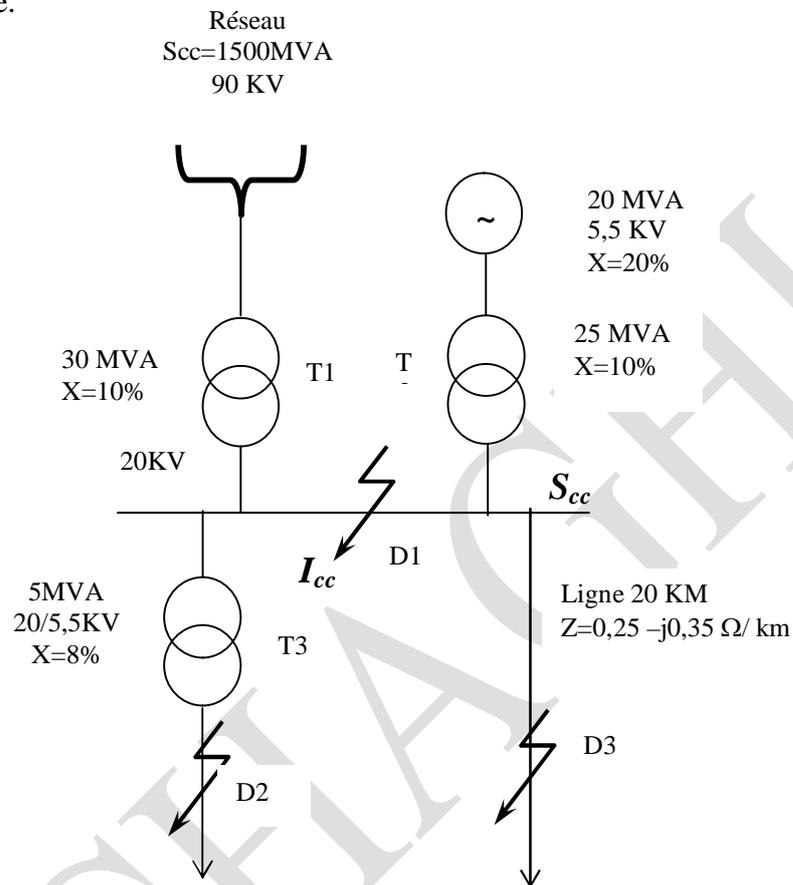
$$X\% = X_{cc} \frac{S_B}{X_{cc} \cdot S_{cc}} = \frac{S_B}{S_{cc}}$$

Analyse des Réseaux Electriques :

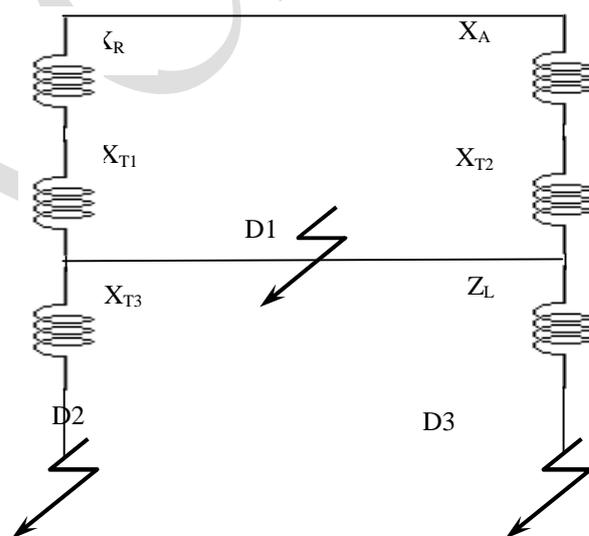
Pr. A.Chaghi

EXEMPLE

Soit le réseau électrique suivant, dont on veut calculer les courants de court-circuit à différents niveaux du système.



Le circuit équivalent sera



Soit $S_B=30\text{MVA}$ et $U_B=20\text{KV}$ les valeurs de bases choisies, par conséquent :

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$Z_B = \frac{(U_B)^2}{S_B} = \frac{(20.10^3)^2}{30.10^6} = 0,666.\Omega$$

$$I_B = \frac{S_B}{\sqrt{3}.U_B} = \frac{30.10^6}{\sqrt{3}20.10^3} = 0,866KA$$

Evaluation des grandeurs en % (pu) des différentes réactances des éléments du système.

$$\text{Réseau d'arrivée 90KV: } X_R = \frac{30.10^6}{1500.10^6} = 0,02.\text{pu}$$

$$\text{Transformateur } T_1: X_{T1} = 0,1.\frac{30}{30} = 0,1.\text{pu}$$

$$\text{Alternateur: } X_A = 0,2.\frac{30}{20} = 0,3.\text{pu}$$

$$\text{Transformateur } T_2: X_{T2} = 0,1.\frac{30}{25} = 0,12.\text{Pu}$$

$$\text{Transformateur } T_3: X_{T3} = 0,08.\frac{30}{5} = 0,48.\text{Pu}$$

$$\text{Ligne: } Z_L = 20(0,25 + j0,35).\frac{S_b}{U_b^2} = (5 + j7)\frac{30}{20^2} = 0,375 + j0,525.\text{pu}$$

Calcul des différents courants de court-circuit.

Défaut D1:

Par des mises successives en série puis en parallèle des réactances des éléments, on trouve

$$X_{eq} = 0,0933.\text{pu} \text{ et } I_{D1} = \frac{1}{0,0933} = 10,718.\text{pu}$$

$$I_{D1} = 10,718.I_b = 10,718.0,866 = 9,28KA$$

$$S_{CC} = \sqrt{3}.U_b I_b = \sqrt{3}20.10^3.9,28.10^3 = 321,46.\text{MVA}$$

Défaut D2

Par mises successives en série puis en parallèle puis en série des réactances, on trouve

$$X_{eq} = 0,5733.\text{pu} \text{ et } I_{D2} = \frac{1}{0,5733} = 1,744.\text{pu}$$

$$I_{D2} = 1,744.0,866 = 1,510.\text{KA}$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Défaut D3

de la même manière par mises successives en série puis en parallèle des réactance ,on trouve que

$$Z_{eq} = 0,375 + j0,6183 \text{ pu}$$

$$I_{D.3} = \frac{E}{|Z|}$$

$$|Z| = \sqrt{(0,375)^2 + (0,6183)^2} = 0,723 \text{ pu}$$

$$I_{D.3} = \frac{1}{0,723} = 1,382 \text{ pu}, I_{D.3} = 1,19 \text{ KA}$$

On pourrait faire le même calcul en utilisant les valeurs absolues (réelles).

De même, on pourrait aussi déterminer, la contribution des deux sources (alternateur et réseau) aux différents points.

EXERCICES

Exercice 1

Une tension alternative 50Hz de valeur efficace est appliquée à un circuit R.L série en fermant un interrupteur. La résistance est de 10Ω et une inductance de 0,1H.

- i) Déterminer la valeur de la composante continue du courant parés la fermeture de l'interrupteur si la valeur de la tension instantanée est 50V
- ii) Quelle est la valeur instantanée de la tension qui produira la composante continue maximale du courant.

Exercice 2

Un jeu de barre de 11,8KV est alimenté par trois alternateurs de caractéristiques

20MVA, $X' = 0,08 \text{ pu}$, 60MVA, $X' = 0,1 \text{ pu}$ et 20MVA, $X' = 0,09 \text{ pu}$

Déterminer le courant de court-circuit et la puissance de court-circuit suite à un défaut triphasé symétrique au jeu de barre.

Exercice 3

UN réseau 15kV urbain est alimenté par un transformateur 220/15KV de 100MVA dont la réactance est 14% .La puissance de court-circuit amont (220KV) est voisine de 10000MVA .

Déterminer la valeur de la bobine de réactance à placer au départ de chacune des artères

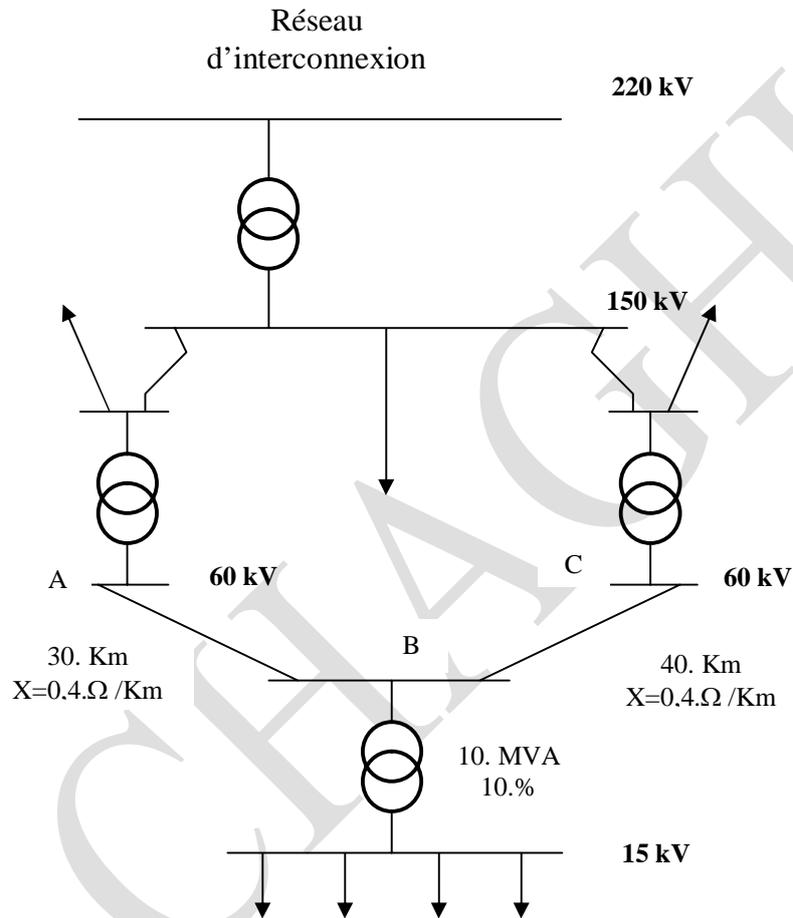
Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

15KV pour que la puissance de court-circuit en aval de la bobine demeure inférieure à 250MVA.

Exercice4

Soit le réseau représenté ci-après :



Calculer l'intensité et la puissance de court-circuit sur le jeu de barre 15KV.

CHAPITRE.6

COURT-CIRCUIT EN REGIME ASYMETRIQUE

6.1 INTRODUCTION

En fonctionnement normal, les réseaux triphasés constituent des ensembles sensiblement équilibrés, mais dans le cas où ils sont le siège de défauts, cet équilibre fait souvent place à une dissymétrie importante. Le calcul des courants de défauts en régime déséquilibré devient alors important, notamment pour :

- Le choix de l'appareillage des équipements des installations de transport et de distribution afin de résister aux effets thermiques et électrodynamiques des court-circuits

Seulement ce calcul en régime asymétrique est assez compliqué, et la méthode des composantes symétriques simplifie notablement ce genre de calcul.

6.2. COMPOSANTES SYMETRIQUES

6.2.1 DEFINITION ET UTILISATION

Un système triphasé déséquilibré peut être décomposé en trois systèmes triphasés équilibrés appelés système direct, inverse et homopolaire.

Le système direct consiste en trois vecteurs de même module déphasés de 120^0 et ayant la même séquence que le système d'origine.

Le système inverse consiste aussi en trois vecteurs de même module déphasés de 120^0 mais de séquence opposée au système d'origine.

Le système homopolaire consiste aussi en trois vecteurs de même module avec un déphasage nul.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

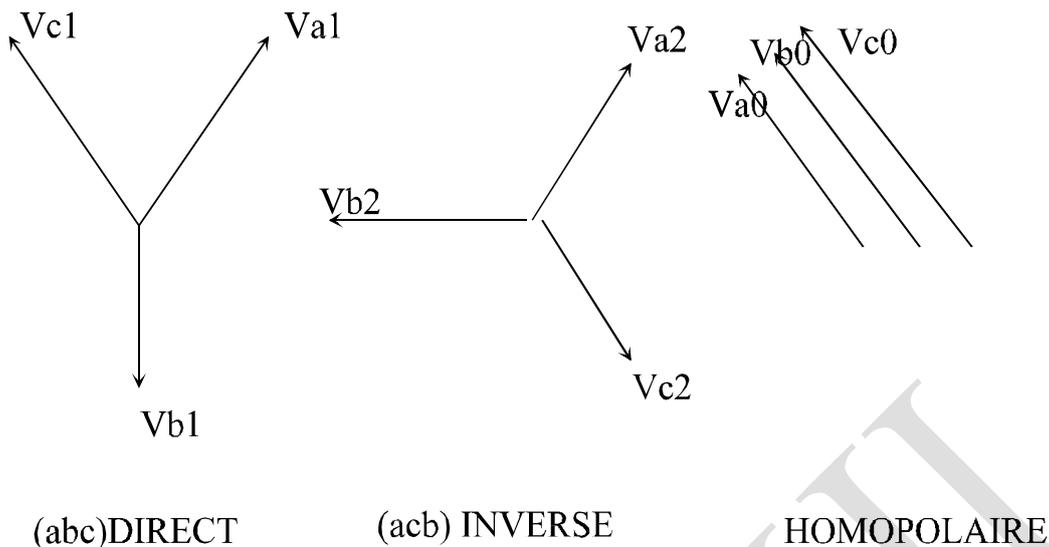


Figure. 6-1 composantes symétriques

Autrement dit un système triphasé déséquilibré constitué de trois vecteurs V_A , V_B et V_C peut s'écrire en fonction des trois systèmes direct, inverse et homopolaire selon:

$$\begin{aligned} V_A &= V_{a.1} + V_{a.2} + V_{a.0} \\ V_B &= V_{b.1} + V_{b.2} + V_{b.0} \\ V_C &= V_{c.1} + V_{c.2} + V_{c.0} \end{aligned} \quad (6.1)$$

6.2.2 DEFINITION ET PROPRIETES DE L'OPERATEUR "a"

Le principe de la méthode des composantes symétriques consiste à ramener un système de trois vecteurs quelconques à trois systèmes de vecteurs symétriques. Pour faciliter cette opération on fait appel à un opérateur 'a' tel que :

$$\begin{aligned} a &= 1 \angle 120^\circ = 1.e^{j.2\pi/3} = -0,5 + j0,866 \\ a^2 &= 1 \angle 240^\circ = 1.e^{j.4\pi/3} = -0,5 - j0,866 \\ a^3 &= 1 \angle 360^\circ = 1.e^{j.2\pi} = 1 \end{aligned} \quad (6.2)$$

C'est à dire que le vecteur V , affecté de opérateur a est déphasé de 120° en avance par rapport au vecteur V . Donc

$$\begin{aligned} V + a.V + a^2.V &= 0 \quad \text{ou bien} \quad 1 + a + a^2 = 0 \\ V_{b.1} &= a^2.V_{a.1} & V_{c1} &= a.V_{a.1} \\ V_{b.2} &= a.V_{a.2} & V_{c.2} &= a^2.V_{a.2} \\ V_{b.0} &= V_{a.0} & V_{c.0} &= V_{a.0} \end{aligned} \quad (6.3)$$

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Le système déséquilibré précédent peut s'écrire dans ce cas en fonction des composantes du système direct selon

$$\begin{aligned} V_A &= V_{a.1} + V_{a.2} + V_{a.0} \\ V_B &= a^2 \cdot V_{a.1} + a \cdot V_{a.2} + V_{a.0} \\ V_C &= a \cdot V_{a.1} + a^2 \cdot V_{a.2} + V_{a.0} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Ou bien sous forme matricielle

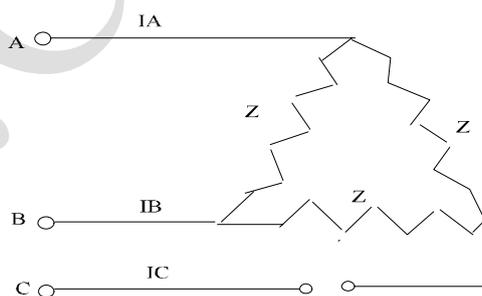
$$\begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a.0} \\ V_{a.1} \\ V_{a.2} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} V_{a.0} \\ V_{a.1} \\ V_{a.2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

De la même manière on peut déduire le système de courants déséquilibrés

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a.0} \\ I_{a.1} \\ I_{a.2} \end{bmatrix} \quad \dots \text{et} \dots \quad \begin{bmatrix} I_{a.0} \\ I_{a.1} \\ I_{a.2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

EXEMPLE

On considère un circuit triphasé ayant une phase coupée indiqué ci-dessous



Les courants des trois phases sont respectivement

$$I_A = 10 \angle 0^\circ, \quad I_B = 10 \angle 180^\circ \quad \text{et} \quad I_C = 0$$

Dans ce cas les composantes symétriques seront

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$I_{a.0} = \frac{1}{3}[10.\angle 0^0 + 10.\angle 180^0 + 0] = 0$$

$$I_{a.1} = \frac{1}{3}[10.\angle 0^0 + 10.\angle (180 + 120) + 0] = 5 - j2,89 = 5,78\angle -30^0$$

$$I_{a.2} = \frac{1}{3}[10.\angle 0^0 + 10.\angle (180 + 240) + 0] = 5 + j2,89 = 5,78\angle 30^0$$

$$I_{b.1} = a^2.I_{a.1} = 5,78\angle -150^0, I_{c.1} = a.I_{a.1} = 5,78\angle 90^0$$

$$I_{b.2} = a.I_{a.2} = 5,78\angle 150^0, I_{c.2} = a^2.I_{a.2} = 5,78\angle -90^0$$

$$I_{b.0} = 0, et I_{c.0} = 0$$

6.3 REALITE PHYSIQUE DES COMPOSANTES SYMETRIQUES

La décomposition des courants et des tensions en leurs composantes symétriques n'est pas uniquement un artifice de calcul, mais correspond bien à une réalité physique. Les composantes symétriques d'un système de tensions ou de courants déséquilibrés peuvent en effet se mesurer directement et indépendamment les unes des autres. La constitution du réseau et la nature des appareils utilisés influent d'une manière différente sur chacune d'elles.

La composante directe engendre dans les moteurs des champs tournants dans le sens direct, elle entre dans le calcul du couple utile des machines tournantes et doit être sauvegardée lorsqu'on cherche à atténuer les coups dus aux courants de court-circuit.

La composante homopolaire intervient dans le courant homopolaire des défauts à la terre et dans tous les problèmes d'induction entre les lignes de transport d'énergie et les lignes de télécommunication.

Les composantes symétriques de la puissance, déterminées par les composantes du même nom des courants et des tensions sont ainsi directement mesurables et se manifestent de façon différente.

En particulier, dans un réseau triphasé, les génératrices synchrones ou asynchrones donnent à la composante directe de la puissance, tandis que les défauts sont créateurs des composantes inverses et homopolaires, celle-ci se dirigent du lieu du défaut vers tous les éléments équilibrés du réseau, en s'atténuant progressivement.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

6.4 UTILISATION DES COMPOSANTES SYMETRIQUES POUR LE CALCUL DES COURANTS DE COURT-CIRCUIT.

Le calcul de l'intensité du courant de court-circuit consécutif à un défaut nécessite le recours aux composantes symétriques. L'utilisation des composantes symétriques pour l'étude d'un défaut n'est possible qu'à condition de définir au préalable un principe de superposition.

6.4.1 PRINCIPE DE SUPERPOSITION

Soit un réseau de constitution symétrique, ne comportant qu'une F.E.M E équilibrée, mais dont les courants et les tensions peuvent se trouver déséquilibrés par l'apparition d'un court-circuit au point P .

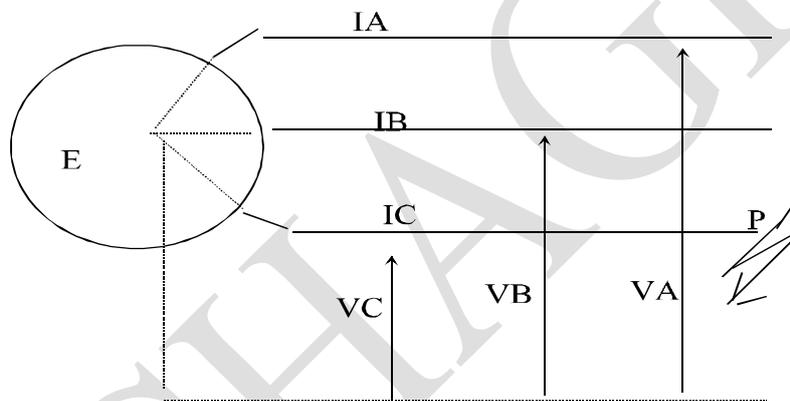


figure.6.3 court-circuit en un point P

Par convention la F.E.M constitue un système direct c'est à dire que ses composantes symétriques inverse et homopolaire sont nulles.

L'impédance du réseau, comprise entre la source et le point P prend dans chacun des systèmes direct, inverse et homopolaire les valeurs respectives Z_d , Z_i et Z_o .

Le fonctionnement du réseau peut alors être interprété en considérant la superposition de plusieurs régimes correspondants chacun à l'un des systèmes direct, inverse et homopolaire.

Soit V_1 , V_2 et V_0 les composantes symétriques des tensions au point du défaut P et I_1 , I_2 et I_0 les composantes symétriques des courants. Les trois régimes superposés seront donc :

- a) Un régime direct avec une F.E.M E et une impédance $Z_d=Z_1$: se traduisant par

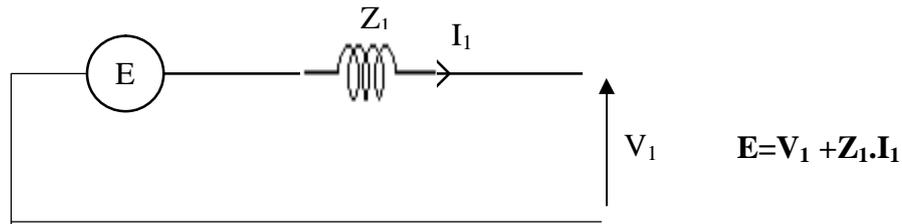


Figure. 6.4. a Schéma direct

b) Un régime inverse sans F.E.M

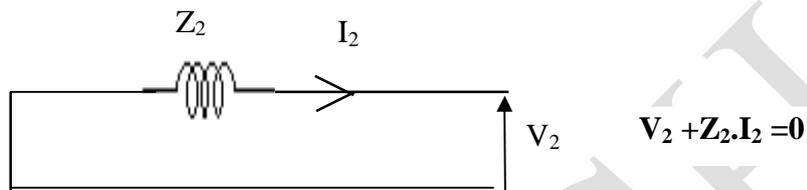


Figure 6.4 b Schéma inverse

c) Un régime homopolaire sans F.E.M

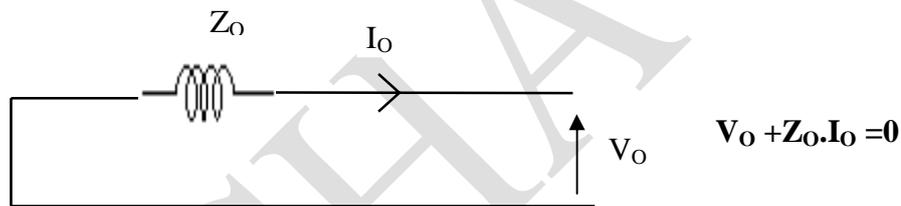


Figure 6.4.c Schéma Homopolaire

Les trois régimes définis correspondent aux phénomènes qui se produisent pendant le court-circuit qu'on peut résumer sous forme matricielle selon

$$\begin{bmatrix} v_{a,0} \\ v_{a,1} \\ v_{a,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a,0} \\ I_{a,1} \\ I_{a,2} \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

On pourrait aussi tenir compte des courants de charges relatif au fonctionnement normal, toutefois ces courants sont faibles devant les courants de court-circuit, on en fait généralement abstraction

6.5 METHODE DE CALCUL DES COURANTS DE COURT-CIRCUIT ASYMETRIQUES

Le court-circuit est supposé ne se produire qu'en un seul point du réseau à la fois .Ceci afin de simplifier les calculs. Il peut être consécutif à des défauts de formes diverses notamment:

Défaut monophasé

Défaut biphasé simple

Défaut biphasé à la terre.

Pour obtenir l'un de ces cas, il faut

- i) Ecrire les équations caractérisant le défaut
- ii) Ecrire les équations traduisant le principe de superposition.
- iii) Résoudre le système d'équations ainsi obtenu par rapport à (I_1, I_2, I_0) et (V_1, V_2, V_0) en tenant compte des relations existantes.
- iv) Chercher les répercussions produites par le défaut sur le réseau lui même. On détermine fréquemment les valeurs des tensions sur le jeu de barre du poste d'alimentation qui alimente la ligne en défaut.

6.6 COURT-CIRCUIT AU BORNE D'UN ALTERNATEUR

6.6.1 CAS DU COURT-CIRCUIT MONOPHASE

Le circuit pour un défaut monophasé aux bornes d'un alternateur non chargé peut être représenté selon le circuit suivant:

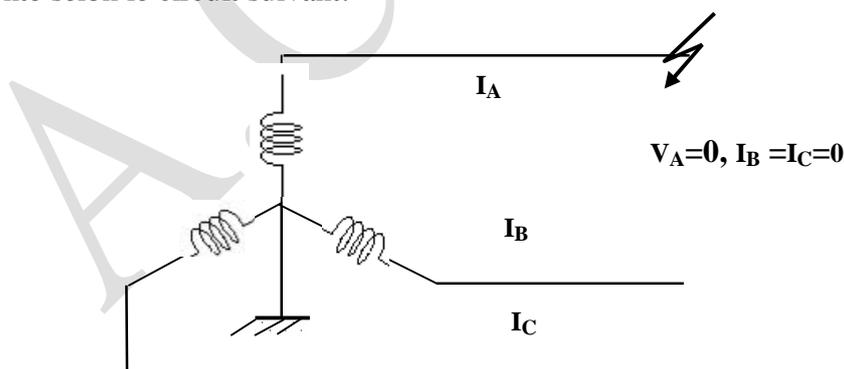


Figure 6.5 Court-circuit Monophasé

Tenant compte que la phase A est atteinte du défaut, les composantes symétriques seront dans ce cas

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

$$\begin{bmatrix} I_{a.0} \\ I_{a.1} \\ I_{a.2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ c'est à dire que, } I_{a.0} = I_{a.1} = I_{a.2} = \frac{I_A}{3} \quad (6.8)$$

En substituons $I_{a.1}$, $I_{a.2}$ et $I_{a.0}$ dans les équations du principe de superposition on aura

$$\begin{bmatrix} v_{a.0} \\ v_{a.1} \\ v_{a.2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{a.1} \\ I_{a.1} \\ I_{a.1} \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

$$v_{a.0} + v_{a.1} + v_{a.2} = E - (Z_0 + Z_1 + Z_2) \cdot I_{a.1} = 0$$

$$\text{donc, } I_{a.1} = \frac{E}{Z_0 + Z_1 + Z_2}$$

Autrement dit les trois séquences sont en série dans le cas de court-circuit monophasé telle que

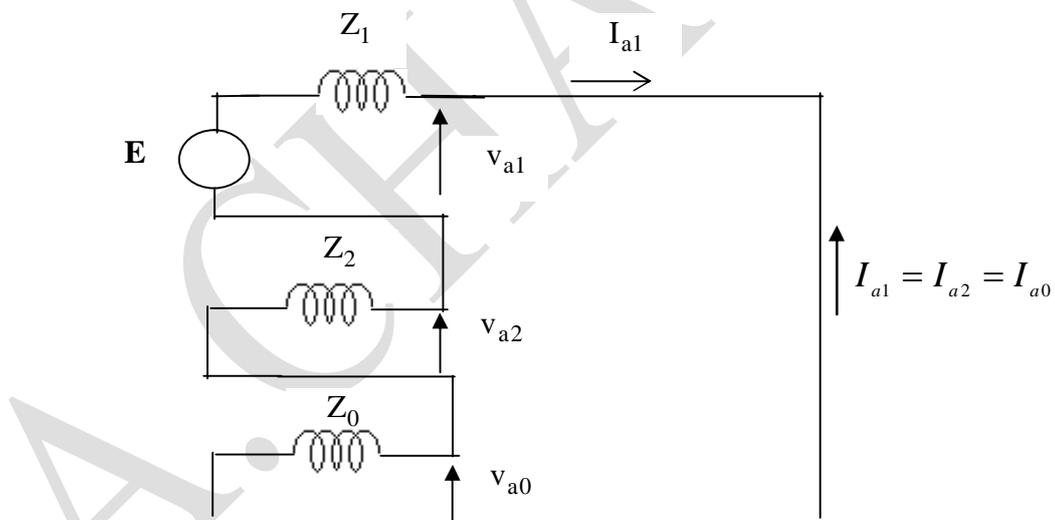


Figure 6.6 Circuit équivalent des séquences pour un C.C monophasé

6.6.2 CAS D'UN COURT-CIRCUIT BIPHASE

Le circuit pour un défaut biphasé au borne d'un alternateur non chargé peut être représenté selon le schéma suivant:

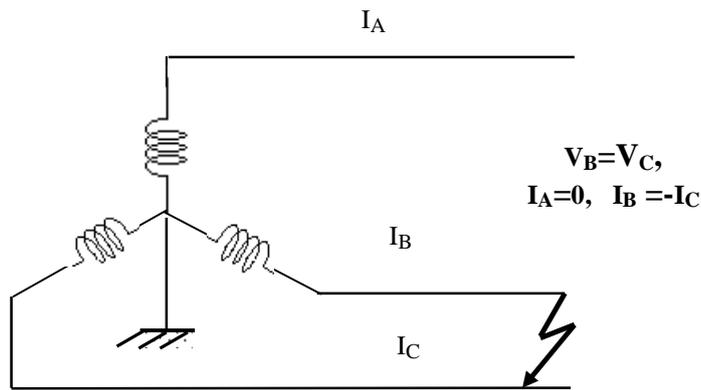


Figure 6.7 Court-circuit Biphase simple

Si nous considérons que les phases B et C sont court-circuitées et compte tenu du schéma nous pouvons écrire que

$$\begin{bmatrix} v_{a.0} \\ v_{a.1} \\ v_{a.2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_B \\ V_C \end{bmatrix}, \text{ donc : } v_{a.1} = v_{a.2}$$

puisque, $I_B = -I_C$, et, $I_A = 0$, alors

$$\begin{bmatrix} I_{a.0} \\ I_{a.1} \\ I_{a.2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -I_C \\ I_C \end{bmatrix}, \text{ donc, } I_{a.0} = 0, \text{ et, } I_{a.2} = -I_{a.1}$$

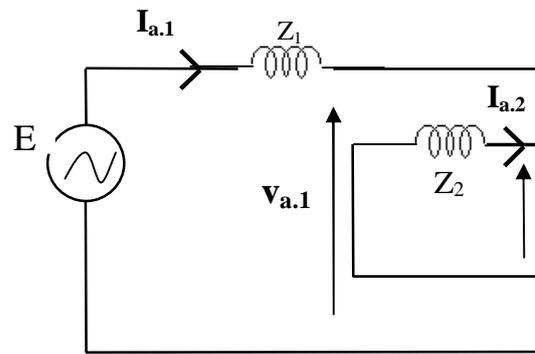
$$\begin{bmatrix} 0 \\ v_{a.1} \\ v_{a.2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{a.1} \\ -I_{a.1} \end{bmatrix}$$

$$E - I_{a.1} \cdot (Z_1 + Z_2) = 0, \text{ c'est à dire que : } I_{a.1} = \frac{E}{Z_1 + Z_2} \quad (6.10)$$

Ceci se traduit par le circuit équivalent des séquences selon

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi



2.7 Circuit équivalent des séquences pour un court-circuit biphasé

6.6.3 CAS D'UN COURT-CIRCUIT BIPHASE A LA TERRE

Un court-circuit biphasé à la terre au borne d'un alternateur peut être traduit par le schéma suivant où les phases B et C sont court-circuitées à la terre.

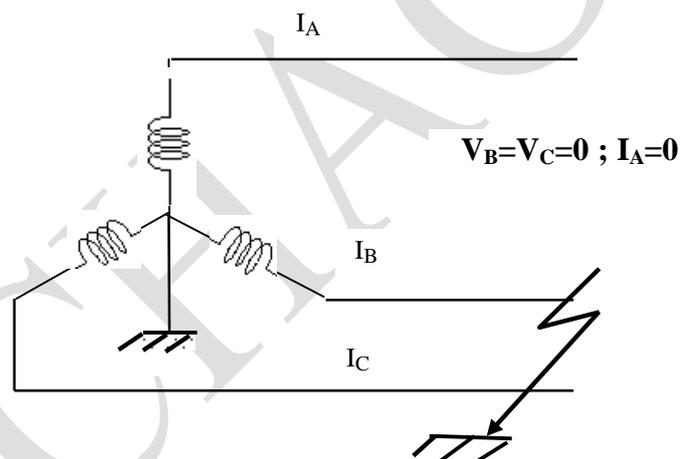


Figure 6.8 Court-circuit Biphasé à la terre

Les composantes symétriques des tensions dans ce cas sont données par

$$\begin{bmatrix} v_{a.0} \\ v_{a.1} \\ v_{a.2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow v_{a.0} = v_{a.1} = v_{a.2} = \frac{V_A}{3} \quad (6.11)$$

Puisque

$$\begin{bmatrix} v_{a.0} \\ v_{a.1} \\ v_{a.2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{a.0} \\ I_{a.1} \\ I_{a.2} \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Analyse des Réseaux Electriques :
Pr. A.Chaghi

En remplaçant $v_{a,1} = E - Z_1 I_{a,1}$, on aura

$$\begin{bmatrix} E - Z_1 I_{a,1} \\ E - Z_1 I_{a,1} \\ E - Z_1 I_{a,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a,0} \\ I_{a,1} \\ I_{a,2} \end{bmatrix} \quad (6.13)$$

En multipliant les deux membres par Z^{-1} où :

$$Z^{-1} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

On obtient alors

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E - Z_1 I_{a,1} \\ E - Z_1 I_{a,1} \\ E - Z_1 I_{a,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Z_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Z_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ E \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I_{a,0} \\ I_{a,1} \\ I_{a,2} \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Maintenant en multipliant les deux membres par le vecteur $[1 \ 1 \ 1]$ et puisque

$I_{a,1} + I_{a,2} + I_{a,0} = I_A = 0$ nous obtenant après simplification de calcul

$$I_{a,1} = \frac{E \cdot (Z_0 + Z_2)}{Z_1 \cdot Z_0 + Z_1 \cdot Z_2 + Z_0 \cdot Z_2} \quad (9.16)$$

Cette expression se traduit par les trois séquences qui se trouvent être connectées comme selon le schéma suivant.

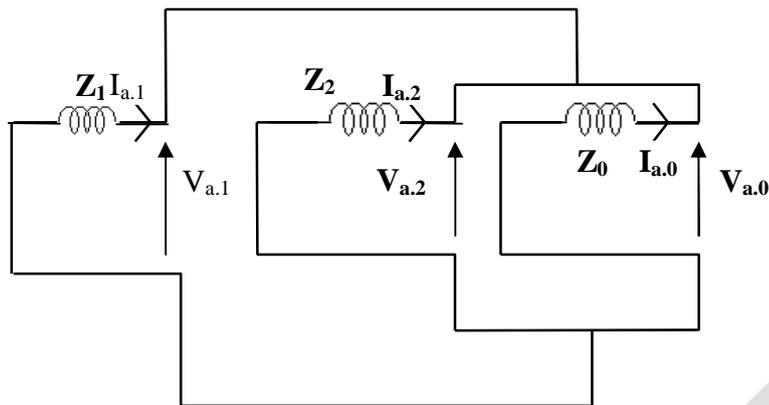


Figure.2.9 Circuit équivalent des séquences pour un court-circuit Biphase à la terre

6.7 IMPEDANCES SYMETRIQUES DES ELEMENTS DU RESEAU ELECTRIQUE

6.7.1 MACHINES SYNCHRONES

L'impédance directe Z_1 prend normalement la valeur de l'impédance transitoire ou subtransitoire.

L'impédance inverse Z_2 est approximativement $2Z_1$

L'impédance homopolaire dépend de la nature de la connexion du neutre à la terre.

6.7.2 LIGNE ET CABLE

L'impédance Z_1 et Z_2 prennent les valeurs de l'impédance balancée c'est à dire l'impédance du régime normal.

Par contre l'impédance homopolaire dépend de plusieurs facteurs tel que la nature du chemin de retour à la terre ,de la mise à la terre de la ligne ,du fil de garde etc.....

En cas d'absence d'information on suppose que

$Z_0 / Z_1 = 3,5$ pour une ligne sans fil de garde

$Z_0 / Z_1 = 2$ pour une ligne avec fil de garde

$Z_0 / Z_1 = 5,5$ pour une ligne double circuit

$Z_0 / Z_1 = 1 \div 1,25$ pour les câbles souterrains.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

6.7.3 TRANSFORMATEURS

L'impédance directe et inverse prennent la valeur de l'impédance en régime symétrique $Z_1=Z_2=Z$

Par contre l'impédance homopolaire dépend de la nature des connexions des enroulements primaire et secondaire. Cette impédance affecte aussi l'impédance homopolaire du réseau.

Cependant pour le calcul de court-circuit on néglige généralement la résistance et on tient uniquement compte de la réactance individuelle de chaque type de transformateur dont le schéma équivalent est donné par le tableau ci-dessous.

SYMBOLES	CIRCUIT EQUIVALENT

CIRCUIT EQUIVALENT HOMOPOLAIRE
DES DIFFERENTS TYPES DE TRANSFORMATEURS

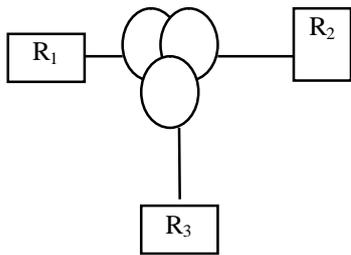
7.7.4 REACTANCES DU TRANSFORMATEUR A TROIS ENROULEMENTS

Le transformateur à trois enroulements est un transformateur dans lequel chaque colonne est munie d'un enroulement primaire, d'un enroulement secondaire et d'un enroulement tertiaire.

Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

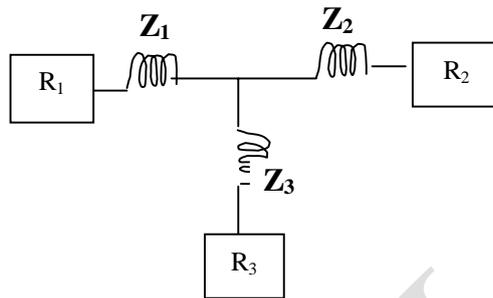
Les réactances mesurées sont les réactances prises deux à deux c'est à dire



$$X_{12} = X_1 + X_2$$

$$X_{13} = X_1 + X_3$$

$$X_{23} = X_2 + X_3$$



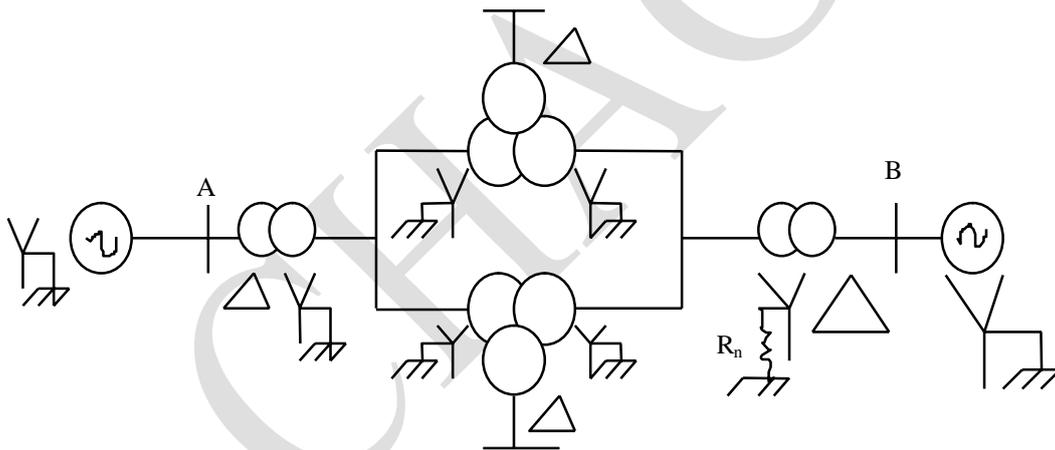
$$X_1 = 1/2 (X_{12} + X_{13} - X_{23})$$

$$X_2 = 1/2 (X_{12} + X_{23} - X_{13})$$

$$X_3 = 1/2 (X_{23} + X_{13} - X_{12})$$

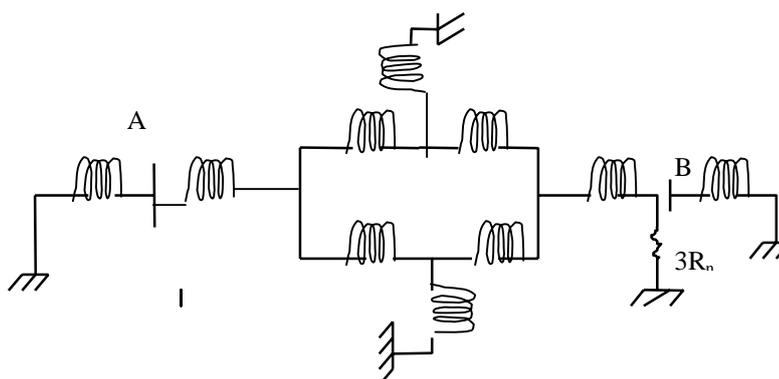
EXEMPLE

Donner le schéma homopolaire du réseau suivant :



SOLUTION

Le schéma équivalent homopolaire de ce circuit tenant compte des différentes connexions des transformateurs citées dans le tableau précédent est:



Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Cependant dans le cas du neutre mis à la terre à travers une résistance R_n ou une réactance X_n , un courant de $3I_{a0}$ produit une chute de tension de $3I_{a0}.R_n$, ($3I_{a0}.X_n$) et pour en tenir compte dans le schéma équivalent homopolaire on suppose une résistance $3R_n$, ($3X_n$) parcouru par un courant $I_{a.0}$

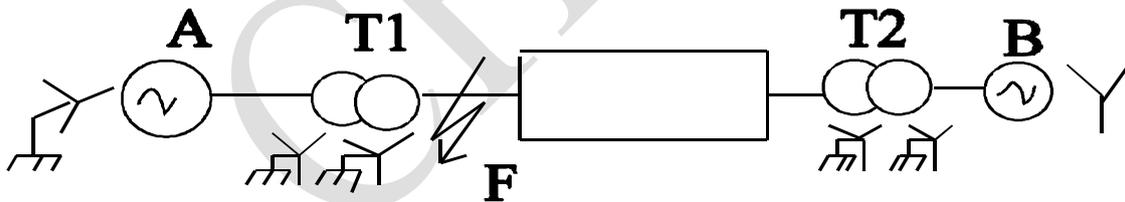
2.8 COURT-CIRCUIT SUR UN RESEAU

Le calcul du courant de court circuit asymétrique sur un réseau quelconque se calcul en appliquant les principes énoncés précédemment.

- i) Etablir le schéma équivalent direct, inverse et homopolaire par rapport au point de défaut.
- ii) Déterminer les impédances (réactances) équivalentes par rapport au point de défaut, en simplifiant le schéma par l'application de la transformation étoile triangle si nécessaire et l'association des impédances séries parallèles.
- iii) Selon le type de défaut, on détermine le courant symétrique direct $I_{a.1}$

EXEMPLE

On considère le réseau électrique suivant



Les réactances des éléments du réseau sont telles que :

Générateur A : $X_1 = 0,3$, $X_2 = 0,2$, $X_0 = 0,05$

Générateur B : $X_1 = 0,25$, $X_2 = 0,15$, $X_0 = 0,03$

Transformateur T_1 : $X_1 = X_2 = X_0 = 0,12$

Transformateur T_2 : $X_1 = X_2 = X_0 = 0,1$

Lignes : $X_1 = X_2 = 0,3$, $X_0 = 0,07$

Déterminer le courant de court-circuit suite à un défaut monophasé au point F ?

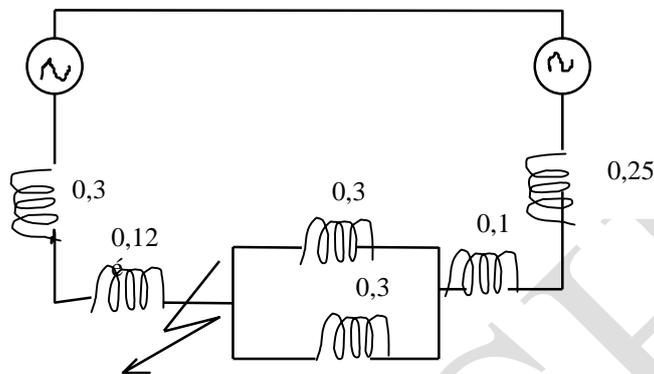
Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

SOLUTION

Les schémas équivalents directs, inverses et homopolaires sont respectivement :

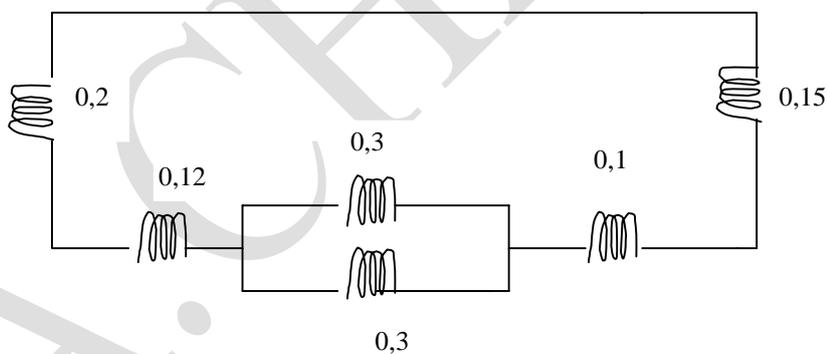
a) Schéma équivalent directe



La réactance directe équivalente par rapport au point de défaut f , après mise en série et parallèle des différentes réactances est

$$X_{1,eq} = j0,23 \text{ pu}$$

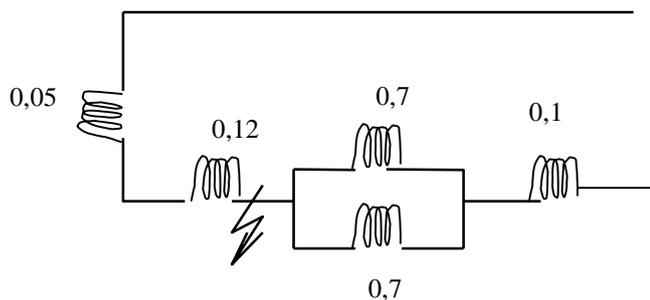
b) Schéma équivalent inverse



La réactance inverse équivalente par rapport au point de défaut dans ce cas est

$$X_{2,eq} = j0,18 \text{ pu}$$

c) Schéma équivalent homopolaire



Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

La réactance homopolaire équivalente par rapport au point de défaut est $X_{0,eq} = j0,17$ pu

Puisque le courant symétrique direct dans le cas d'un courant de court-circuit monophasé est

$$I_{a.1} = \frac{E}{X_{1,eq} + X_{2,eq} + X_{0,eq}}, \text{ donc}$$

$$I_{a.1} = \frac{1}{j.(0,23 + 0,18 + 0,17)} = -j1,724 \text{ pu}$$

$$\text{Comme, } I_{CC} = 3.I_{a.1} = -j5,172 \text{ pu}$$

EXEMPLE 2

Pour l'exercice précédent déterminer le courant de court-circuit suite à un défaut biphase à la terre au point F.

SOLUTION

Tenant compte des réactances équivalentes calculées précédemment et étant donné que pour un court-circuit biphase à la terre, le courant symétrique direct est donné par

$$I_{a.1} = \frac{1}{X_{1,eq} + (X_{0,eq} \cdot X_{2,eq} / X_{0,eq} + X_{2,eq})}$$

$$I_{a.1} = \frac{1}{j(0,23 + (0,17 \cdot 0,18 / 0,17 + 0,18))} = -j3,18 \text{ pu}$$

Comme dans le cas d'un court-circuit biphase à la terre les séquences inverse et homopolaire sont en parallèle et en série avec la séquence directe alors :

$$I_{a.2} = -I_{a.1} \cdot \frac{X_{0,eq}}{X_{0,eq} + X_{2,eq}} = j3,18 \cdot \frac{0,17}{0,17 + 0,18} = j1,55 \text{ pu}$$

$$I_{a.0} = -I_{a.1} \cdot \frac{X_{2,eq}}{X_{0,eq} + X_{2,eq}} = j3,18 \cdot \frac{0,18}{0,18 + 0,17} = j1,63 \text{ pu}$$

Le courant de court-circuit biphase à la terre est donné par

$$I_{CC} = I_B + I_C$$

$$I_B = I_{a.0} + a^2 \cdot I_{a.1} + a \cdot I_{a.2} = j1,63 + (-0,5 - j0,866)(-j3,18) + (-0,5 + j0,866)(j1,55)$$

$$I_B = -4,09 + j2,45 \text{ Pu}$$

$$I_C = I_{a.0} + a \cdot I_{a.1} + a^2 \cdot I_{a.2} = j1,63 + (-0,5 + j0,866)(-j3,18) + (-0,5 - j0,866)(j1,55)$$

$$I_C = 4,09 + j2,45 \text{ pu}$$

$$I_{CC} = I_B + I_C = j4,90 \text{ Pu}$$

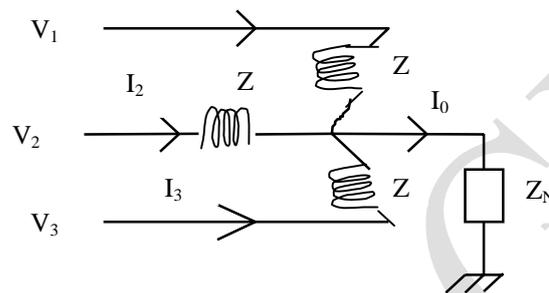
EXERCICES

Exercice1

Exprimer la puissance apparente S d'un système triphasé asymétrique en fonction des composantes symétriques des tensions et courants $V_{a,0}$, $V_{a,1}$, $V_{a,2}$, $i_{a,0}$, $i_{a,1}$, $i_{a,2}$.

Exercice.2

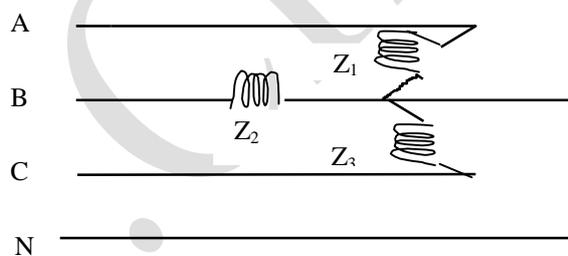
Soit le circuit suivant



Déterminer le courant homopolaire I_0 en fonction V_0 , Z et Z_n

Exercice 3

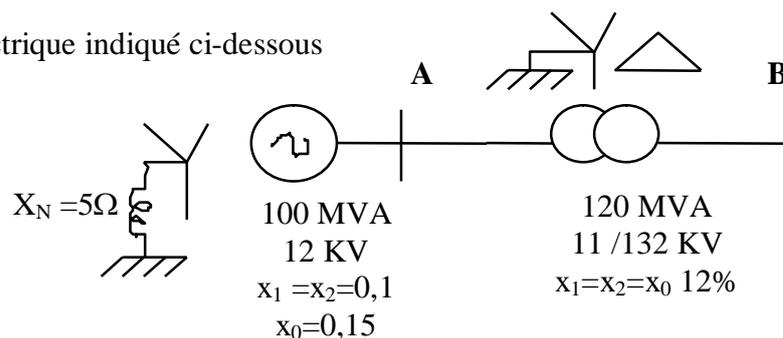
Soit le système électrique suivant:



Si $Z_1 \neq Z_2 \neq Z_3$, démontrer que $V_0 = z_0 \cdot i_0 + z_1 \cdot i_1 + z_d \cdot i_2$, ou z_0 , z_i , z_d et i_0 , i_1 , i_2 sont respectivement les composantes symétriques des impédances et des courants.

Exercice 4

Soit le réseau électrique indiqué ci-dessous



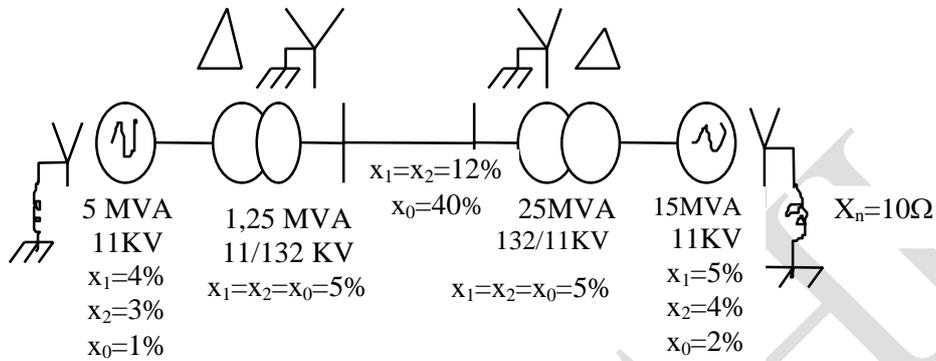
Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

Déterminer le courant de court-circuit suite à un défaut monophasé au point A. (Prendre $S_B=100\text{MVA}$)

Exercice 5

On considère le circuit électrique indiqué ci-dessous

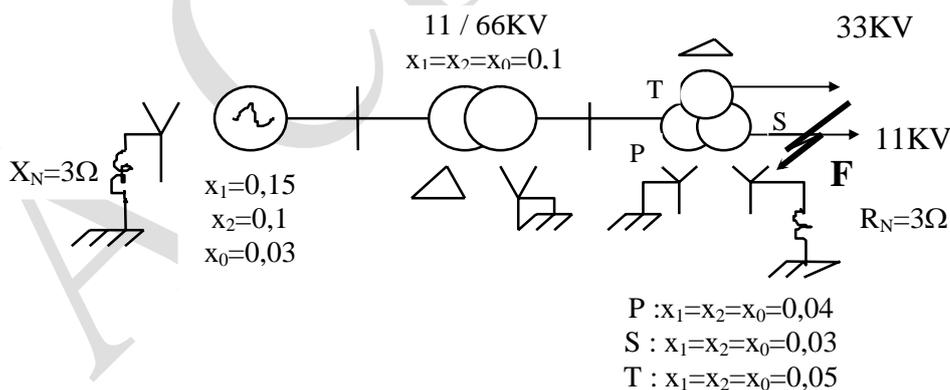


Déterminer le courant de court-circuit suite à un défaut

- Monophasé au point A
- Biphasé simple
- Biphasé à la terre.

Exercice 6

On considère le réseau électrique ci-dessous



Si les réactances en unités relatives sont exprimées dans le système de base $S_B=10\text{ MVA}$, calculer la valeur du courant de court-circuit suite à un défaut monophasé au point F.

Exercice 7

i) Pour l'exercice 4, déterminer la réactance X_N en ohms nécessaire pour maintenir le courant de court-circuit monophasé à trois fois I_N suite à un défaut au point A

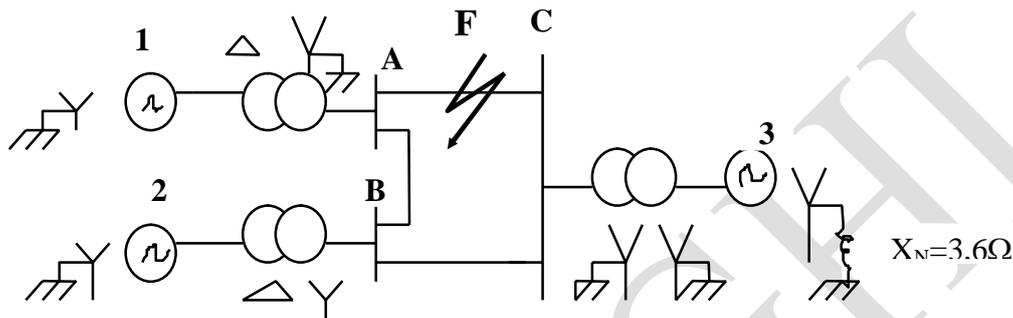
Analyse des Réseaux Electriques :

Pr. A.Chaghi

ii) Quel est l'effet de X_N sur un courant de court-circuit biphasé au point B. ($S_B=100\text{MVA}$, $U_B=132\text{KV}$)

Exercice 8

Soit le réseau indiqué ci-dessous et comprenant trois centre de production, reliés entre eux par un ensemble de lignes 60KV.



Les paramètres des éléments du réseau sont exprimés dans le système de base $S_B=1000\text{MVA}$ et sont tel que:

Centres de production $x_1=0,20$, $x_2=0,15$, $x_0=0,05$

Transformateurs $x_1=0,1$, $x_2=0,15$, $x_0=0,12$

Lignes $x_1=x_2=0,3$, $x_0=0,20$

Déterminer le courant de court-circuit biphasé à la terre suite un défaut au point F, situé au milieu de la ligne AC.

BIBLIOGRAPHIE

- 1. J.P Poujet : Réseaux électriques, Masson 1979**
- 2. Theodore Wildi ; Electrical Machines Drives and Power Systems ;
Fifth Edition 2002;**
- 3 J. Arrillaga, and C.P. Arnold; "Computer Analysis of Power System", John Wiley & Sons, 1990.**
- 4 William D. Stevensen; "Elements of power system analysis", Edition Dunod, paris, 1999.**
- 5 H. Saadat; "Power System Analysis", McGraw-Hill, 1999.**
- 6 J.P Bickford : An introduction to power système load flow calculation. Power Systemes Laboratory UMIST 1979.**
- 7 Stagg and El-Abiad : Computer methodes in power system analysis Mc Graw-Hill 1981.**
- 8 Olle.I.Elgerd: Electrical Energy systems theory, An introduction, Mc Graw-Hill 1982**