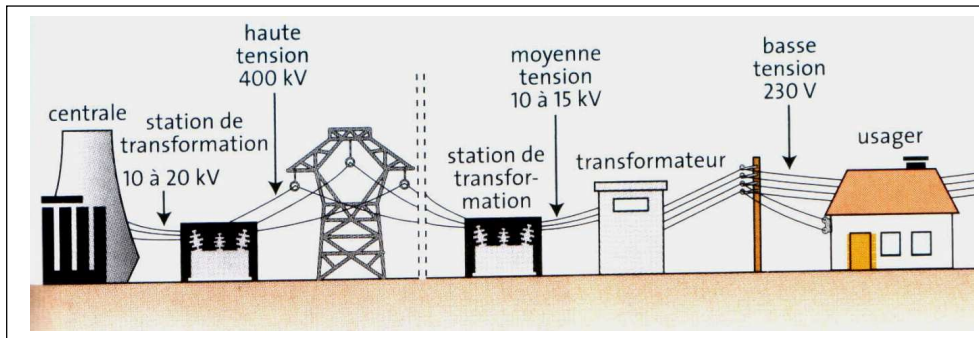


## CHAPITRE 3

# Circuits et Puissances Electriques en triphasé

### 3.1 Introduction aux systèmes triphasés.

La production d'énergie électrique se fait à partir de différentes sources d'énergies fossiles (charbon, gaz naturel ou pétrole), d'énergie hydraulique, d'énergie solaire, d'énergie éolienne et d'énergie nucléaire.



#### ➤ Intérêt du triphasé par rapport au monophasé

1. Les machines triphasées ont des puissances 50% supérieures aux machines monophasées de même taille, donc leur coût est inférieur.
2. Lors du transport de l'énergie électrique, les pertes sont moindres en triphasé. Pour ces raisons, la distribution de l'électricité (de la centrale vers les consommateurs) se fait à partir de quatre bornes. Trois bornes de phases et une borne Neutre.

### 3.2 Systèmes triphasés équilibrés.

#### 3.2.1 Définitions

Un système triphasé est un ensemble de 3 grandeurs (tensions ou courants) sinusoïdales de même fréquence, déphasées les unes par rapport aux autres.

Le système triphasé est équilibré si les tensions (courants) sont déphasées les unes par rapport aux autres de  $2\pi/3$  et si elles ont **même valeur efficace**.

#### 3.2.2 Installations triphasées

Une installation triphasée contient au moins :

- **Réseau triphasé** : C'est une source de 3 tensions formant un système triphasé équilibré de tensions.
- **Un récepteur** : C'est une charge formée de 3 impédances identiques (si le système est équilibré).
- **Des lignes de liaisons**.

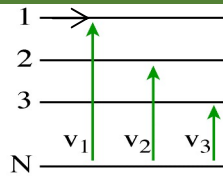
##### 3.2.2.1 Présentation du réseau triphasé

La distribution d'énergie se fait à partir de quatre bornes :

Trois bornes de **phase** repérées par 1, 2, 3 ou A, B, C et Une borne **neutre** N.

**tensions simples ou étoilées**

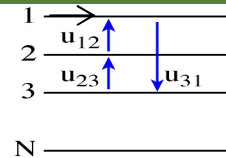
entre les phases et le neutre.  $v_1, v_2, v_3$  :



**tensions composées**

entre les phases.

$u_{12}, u_{23}, u_{31}$  :



**Les tensions simples**  $v_1, v_2, v_3$  représentent les différences de potentiel entre chaque fil de ligne et le neutre. Elles sont aussi appelées *tension entre phase et neutre*. Leur valeur efficace est notée  $V$ .

**Les tensions composées**  $u_{12}, u_{23}, u_{31}$  représentent les différences de potentiel entre deux fils de ligne (phases). Elles sont aussi appelées *tensions entre phases*. Leur valeur efficace est notée  $U$ .

**Les courants de Lignes** :  $i_1, i_2, i_3$

Le 4<sup>ème</sup> fil, appelé neutre N. Le courant de neutre  $i_N = i_1 + i_2 + i_3 = 0$  si le système est équilibré.

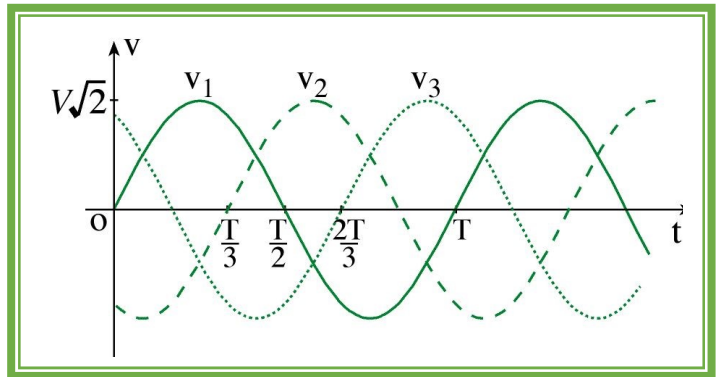
**Tensions Simples.**

Système triphasé équilibré de tension :

$$V_1(t) = V\sqrt{2}\sin\omega t$$

$$V_2(t) = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

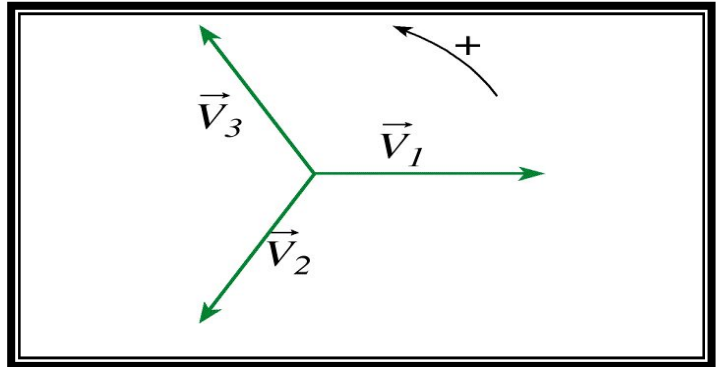
$$V_3(t) = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$



**Représentation de Fresnel :**

$$\underline{V}_1 = Ve^{j0}; \underline{V}_2 = Ve^{j(-\frac{2\pi}{3})}; \underline{V}_3 = Ve^{j(-\frac{4\pi}{3})}$$

**Système Equilibré :**  $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{0}$

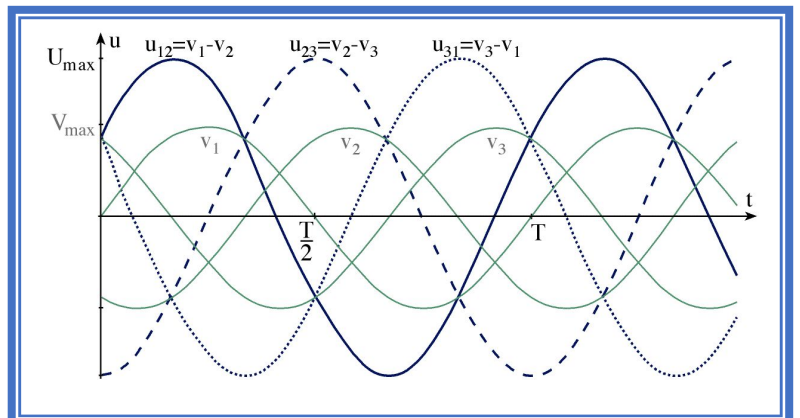


**Tensions composées**

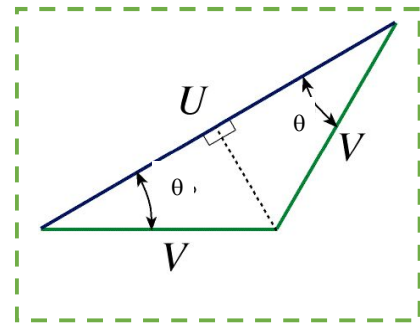
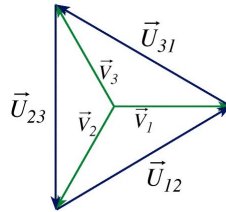
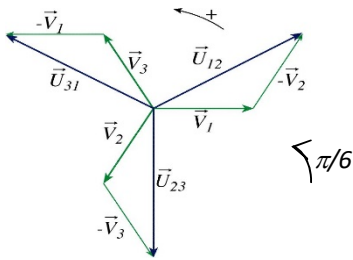
$$U_{12} = V_1 - V_2 \Rightarrow \vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$$

$$U_{23} = V_2 - V_3 \Rightarrow \vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3$$

$$U_{31} = V_3 - V_1 \Rightarrow \vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1$$



**Représentation de Fresnel :**



D'après le triangle on a :  $\theta = \frac{180-120}{2} = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$

$$\underline{U}_{12} = Ue^{j\frac{\pi}{6}}; \underline{U}_{23} = Ue^{j(\frac{-\pi}{2})}; \underline{U}_{31} = Ue^{(-\frac{7\pi}{6})}$$



$$U_{12}(t) = U\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$U_{23}(t) = U\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

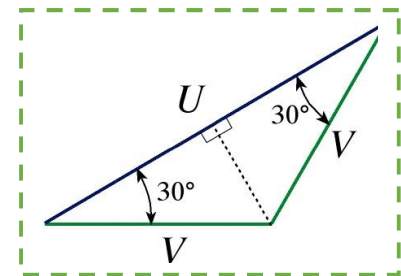
$$U_{31}(t) = U\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{7\pi}{6}\right)$$

**RELATION ENTRE V ET U**

On déduit la relation entre la valeur efficace des tensions simples et celle des tensions composées :

$$U/2 = V \cos(30)$$

$$\text{D'où : } U = \sqrt{3}V$$



**Remarque :** Le réseau est caractérisé par ses deux tensions : tension simple et tension composée. Ces deux tensions sont dans le rapport de  $\sqrt{3}$ . On caractérise le réseau par sa tension composée qui est toujours présente, la tension simple n'existe que si le neutre est

**Exemple 1 :**

Le réseau basse tension de SANALGAZ est un réseau 230 V / 400 V, de 50 Hz :

1. Que signifie 230V et 400V ?
2. Ecrire les expressions instantanées des trois tensions simples.
3. Ecrire les expressions instantanées des trois tensions composées.

**1. V = 230 V, tension efficace simple et U = 400 V, tension efficace composée du réseau.**

**2. Les tensions simples instantanées :  $V_1(t) = 230\sqrt{2}\sin(314t)$ ,**

$$V_2(t) = 230\sqrt{2}\sin\left(314t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ et } V_3(t) = 230\sqrt{2}\sin\left(314t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

**3. Les tensions composées instantanées:  $U_{12}(t) = 400\sqrt{2}\sin\left(314t + \frac{\pi}{6}\right)$ ,**

$$U_{23}(t) = 400\sqrt{2}\sin\left(314t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ et } U_{31}(t) = 400\sqrt{2}\sin\left(314t - \frac{7\pi}{6}\right)$$

**Exemple 2 :**

1. Calculer la tension simple d'un réseau 230 V :
2. Calculer la tension composée du même réseau.

1.  $V = \frac{230}{\sqrt{3}} = 127 \text{ V.}$
2.  $U = 230 \text{ V.}$

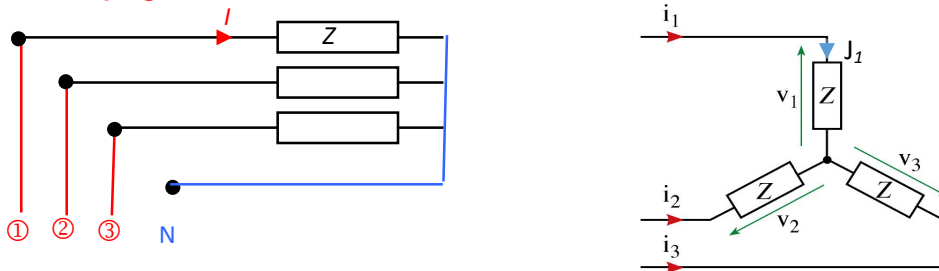
**3.3 Couplages des générateurs et des récepteurs**

**3.3.1 Définition d'un récepteur triphasé**

Les récepteurs triphasés équilibrés sont constitués de trois dipôles identiques, d'impédance  $Z$ . **Les courants qui traversent les éléments  $Z$  du récepteur sont appelés courants de phase** du récepteur et notés  $J$ .

**Les courants qui passent dans les fils** du réseau triphasé sont appelés **Courants de Ligne** et notés  $I$ .

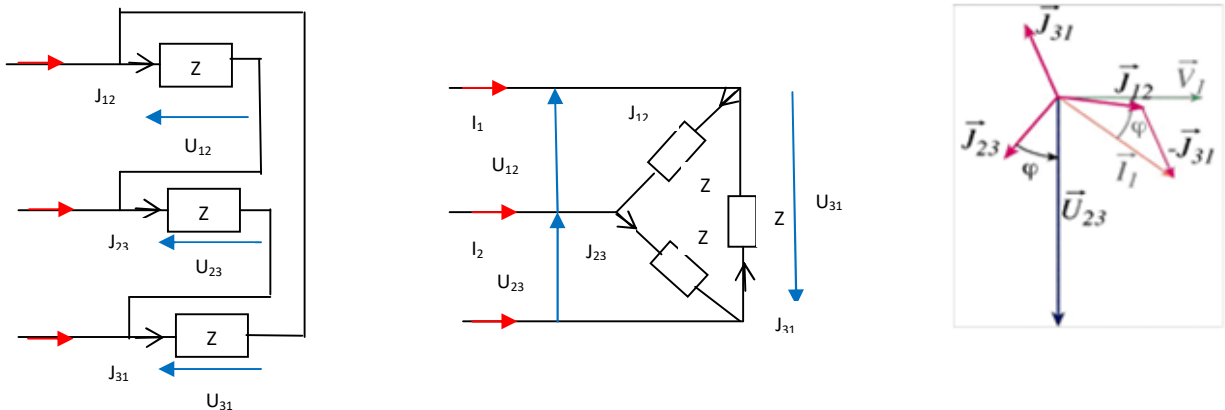
**A. Couplage étoile : Y**



**Remarque**

- *Le courant de phase du récepteur  $J$  = au courant de ligne  $I$*
- *La tension aux bornes d'un élément  $Z$  est la tension simple du réseau  $V$*

**B. Couplage triangle : Δ**



Chaque borne de chacun des 3 composants est reliée à une phase du réseau.

La tension aux bornes d'un élément est la tension composée du réseau :  $U$

Le courant de phase  $J$  diffère du courant de ligne  $I$

La loi des nœuds impose :  $i_3 = j_{31} - j_{23}$  ;  $i_2 = j_{23} - j_{12}$  ;  $i_1 = j_{12} - j_{31}$  ;

Par le même calcul que les tensions on trouve  $I = \sqrt{3} J$

**Remarque**

- Le courant de ligne  $I = \sqrt{3} \times$  Le courant de phase du récepteur  $J$
- La tension aux bornes d'un élément  $Z$  est la tension composée  $U$

**Exemple 3 :**

1. Soit un moteur asynchrone dont la tension aux bornes d'un enroulement est 400V, quel devra être son couplage sur un réseau 400 V ?

.....

1. Couplage triangle car 400V est la tension composée.

**Exemple 4 :**

1. Un radiateur triphasé est couplé en étoile, quel devra être la tension du réseau pour maintenir aux bornes d'un de ses éléments la tension de 230 V ?
2. Même question s'il est couplé en triangle.

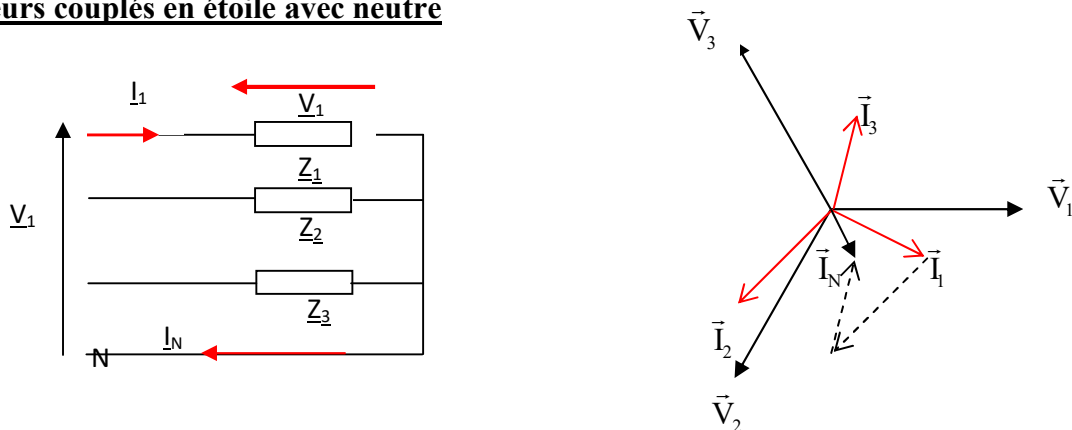
.....

1.  $V=230V$  donc le réseau est 230/ 400V.
2.  $U=230V$  donc le réseau est 127/ 230V.

**3.3.2 Récepteurs triphasés déséquilibrés.**

Un récepteur triphasé est déséquilibré ou asymétrique s'il possède au moins deux impédances différentes parmi les trois impédances du récepteur tels que Le réseau d'alimentation est supposé être une source de tension triphasée équilibrée parfaite.

**Récepteurs couplés en étoile avec neutre**



Le réseau impose  $V_1, V_2$  et  $V_3$  qui forment un système triphasé équilibré de tensions mais on a :

$I_1 = \frac{V_1}{Z_1}, I_2 = \frac{V_2}{Z_2}$  et  $I_3 = \frac{V_3}{Z_3}$  Alors les courants ne constituent plus un système triphasé équilibré et généralement  $I_N = I_1 + I_2 + I_3 \neq 0$  c'est un système triphasé déséquilibré.

### 3.4 Puissances en régime triphasé équilibré

#### 3.4.1 Théorème de Boucherot

La puissance active ou réactive d'un groupement de dipôles est égale à la somme des puissances actives ou réactives de chacun des dipôles :

$$P_{Total} = P_1 + P_2 + \dots + P_N$$

$$Q_{Total} = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_N$$

#### 3.4.2 Expressions

On applique le théorème de Boucherot :

Puissances en triphasé	Couplage Y	Couplage Δ :
Puissance active absorbée par un élément	$P_1 = VI \cos \varphi$	$P_1 = UJ \cos \varphi$
Puissance active absorbée par les 3 éléments :	$P = 3.P_1 = 3VI \cos \varphi$ $P = \sqrt{3}UI \cos \varphi$	$P = 3.P_1 = 3UJ \cos \varphi$ $P = \sqrt{3}UI \cos \varphi$
Puissance réactive absorbée par les 3 éléments	$Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi$	$Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi$
Puissance apparente absorbée par les 3 éléments	$S = \sqrt{3}UI$	$S = \sqrt{3}UI$
L'angle $\varphi = \text{Arg}(Z)$ est l'angle entre	$:(V_1, I_1) \text{ ou } (V_2, I_2)$ ou $(V_3, I_3)$	$(U_{12}, J_{12}) \text{ ou } (U_{23}, J_{23})$ ou $(U_{31}, J_{31})$

- Conclusion :**

Quelque soit le couplage :  $P = \sqrt{3} UI \cos \varphi$      $Q = \sqrt{3} UI \sin \varphi$      $S = \sqrt{3} UI$

P s'exprime en W, Q en VAR, S en VA, U en V, I en A.

- Facteur de puissance :**

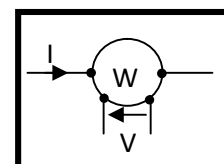
Le facteur de puissance est défini par :  $f_p = \frac{P}{S} = \cos \varphi$  Il s'agit d'un nombre sans dimension toujours inférieur à 1. Pour cela, on relèvera éventuellement sa valeur.

### 3.5 Mesure des puissances

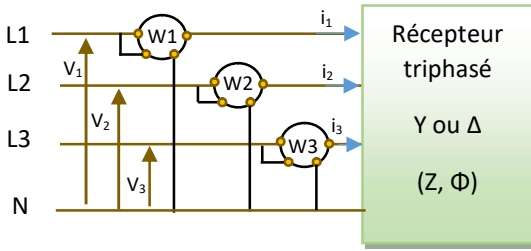
**3.5.1 Le wattmètre :** permet de mesurer la puissance active consommée par un dipôle. Il est constitué de deux circuits, l'un parcouru par le même courant  $i(t)$  que le dipôle, l'autre soumis à la même tension  $v(t)$  que le dipôle. Il indique  $\langle v(t).i(t) \rangle$ .

En régime sinusoïdal, il indique  $W = VI \cdot \cos(\vec{I}, \vec{V}) = \vec{V} \cdot \vec{I}$

donc : L'indication est algébrique.



### 3.5.2 Mesure de puissances actives par trois wattmètres.

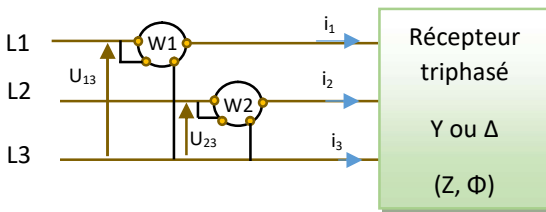


La mesure de la puissance active par trois wattmètres donne :

$$P = \vec{V}_1 \cdot \vec{i}_1 + \vec{V}_2 \cdot \vec{i}_2 + \vec{V}_3 \cdot \vec{i}_3 = W_1 + W_2 + W_3$$

### 3.5.3 Méthode des deux wattmètres pour la mesure de P et Q

Si le neutre n'est pas relié ou si le courant qui le traverse est nul, on utilise que deux wattmètres pour mesurer les puissances.



Les indications des deux wattmètres indiquent :

$$W_1 = \vec{U}_{13} \cdot \vec{I}_1 = UI \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right)$$

$$W_2 = \vec{U}_{23} \cdot \vec{I}_2 = UI \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)$$

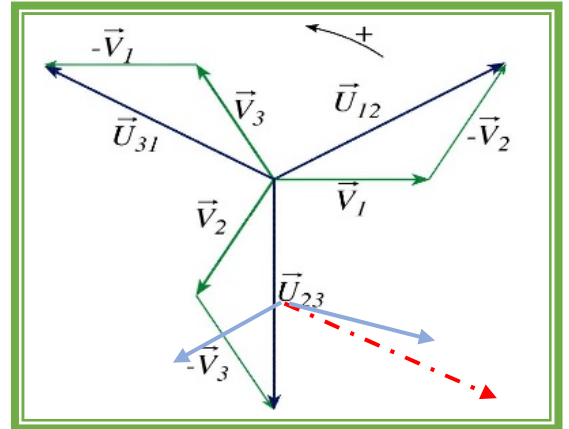
La somme et la différence des indications des deux appareils donnent :

$$W_1 + W_2 = 2 \cdot UI \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \cos(\varphi) = \sqrt{3}UI \cdot \cos\varphi$$

$$W_1 - W_2 = 2 \cdot UI \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \cdot \sin(\varphi) = UI \cdot \sin\varphi$$

On en déduit que :  **$P = W_1 + W_2 = \sqrt{3}UI \cdot \cos\varphi$**  et

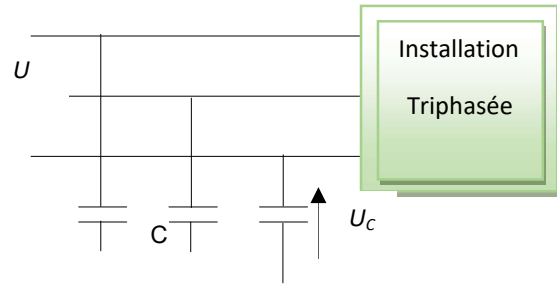
$$**$Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2) = \sqrt{3}UI \cdot \sin\varphi$**$$



### 3.6 Relèvement du facteur de puissance.

Une trop grande consommation d'énergie réactive pour une installation électrique va augmenter considérablement ses courants en ligne bien que sa puissance active n'est pas changée. Il est imposé aux clients industriels que le facteur de puissance de leur installation soit supérieur à 0,93.

**Remarque :** Pour relever la valeur du facteur de puissance, il faut placer en entrée de l'installation 3 batteries de condensateurs qui peuvent être couplées en étoile ou en triangle.



### 3.6.1 Couplage étoile des condensateurs

Lorsque le facteur de puissance augmente de  $\cos \varphi_1$  à  $\cos \varphi_2$ . Le déphasage diminue et la puissance réactive diminue de  $Q_1 = P \tan \varphi_1$  à  $Q_2 = P \tan \varphi_2$ .

Cette différence  $Q_c = Q_2 - Q_1$  est fournie par trois condensateurs de capacités unitaires  $C$ , alimentés sous la tension  $V$ , donc de puissance réactive totale :  $Q_c = -3V^2C\omega$

$$\text{On en déduit: } C_Y = \frac{P(\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1)}{-3V^2\omega} = \frac{P(\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1)}{-U^2\omega}$$

### 3.6.2 Couplage triangle des condensateurs

Il en est de même pour le montage triangle, la seule différence est que les condensateurs sont alimentés sous la tension  $U$ , donc de puissance réactive totale:  $Q_c = -3U^2C\omega$

$$\text{On en déduit : } C_\Delta = \frac{P(\tan \varphi_2 - \tan \varphi_1)}{-3U^2\omega}$$

**Remarque :** Le couplage triangle des condensateurs est plus avantageux car leur capacité est trois fois plus petite qu'en couplage étoile.  $C_\Delta = \frac{C_Y}{3}$

Résumé	Couplage étoile	Couplage triangle
Relation entre U et V	$U = V\sqrt{3}$	$U = V\sqrt{3}$
Relation entre I et J	$I = J$	$I = J\sqrt{3}$
Déphasage	$\varphi$ angle entre $\vec{V}_1$ et $\vec{I}_1$ ou bien $(\vec{V}_2$ et $\vec{I}_2)$ ou $(\vec{V}_3$ et $\vec{I}_3)$ ,	$\varphi$ angle entre $\vec{U}_{12}$ et $\vec{J}_{12}$ ou bien $(\vec{U}_{23}$ et $\vec{J}_{23})$ ou $(\vec{U}_{31}$ et $\vec{J}_{31})$ ,
Puissance active	$P = 3.P_1 = 3VI \cos \varphi$ $P = \sqrt{3}UI \cos \varphi$	$P = 3.P_1 = 3UJ \cos \varphi$ $P = \sqrt{3}UI \cos \varphi$
Puissance réactive	$Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi$	$Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi$
Puissance apparente	$S = \sqrt{3}UI$	$S = \sqrt{3}UI$
Facteur de puissance	$f_p = \cos \varphi$	$f_p = \cos \varphi$
Méthode des deux wattmètres	$P = W_1 + W_2$ $Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2) = \sqrt{3}UI \cdot \sin \varphi$	$P = W_1 + W_2$ $Q = \sqrt{3}(W_1 - W_2) = \sqrt{3}UI \cdot \sin \varphi$



**NATURE DE LA CHARGE**

Si  $Q=0$  alors la charge est **résistive** et elle est sous forme  $Z = R$  avec  $\varphi = 0$

Si  $P \neq 0$  et  $Q > 0$  alors la charge est **inductive** et elle est sous forme  $Z = R + jL\omega$  avec  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$

Si  $P \neq 0$  et  $Q < 0$  alors la charge est **capacitive** et elle est sous forme  $Z = R - \frac{j}{C\omega}$  avec  $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$

Si  $P=0$  et  $Q > 0$  alors la charge est **purement inductive** et elle est sous forme  $Z = jL\omega$  avec  $\varphi = \frac{\pi}{2}$

Si  $P=0$  et  $Q < 0$  alors la charge est **purement capacitive** et elle est sous forme  $Z = -\frac{j}{C\omega}$  avec  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

### Exercices d'applications

**Exercice 1** Une charge montée en Y, formée de trois impédances identiques de valeur  $(16/30^\circ)\Omega$ , est alimentée par les trois tensions phase-neutre de 240 volts d'une source triphasée.

1. Trouver les 3 tensions de phases
2. Trouver les 3 courants dans chaque phase.
3. Tracer le diagramme vectoriel représentant les tensions et les courants.

**Exercice 2** Un récepteur triphasé équilibré couplé en triangle, formé de trois impédances identiques de valeurs  $(16/30^\circ)\Omega$ , il est alimenté par un réseau triphasé de tensions simple de 230 volts et 50Hz.

1. Trouver les 3 tensions de phase
2. Trouver les 3 courants dans chaque phase.
3. Tracer le diagramme vectoriel représentant les tensions et les courants.

**Exercice 3 :** Un récepteur triphasé équilibré, couplé en triangle, est alimenté par un réseau 230 /400 V ; 50 Hz. On détermine les puissances reçues par la méthode des deux wattmètres. Les indications sont:  $W_1 = 900 \text{ w}$  et  $W_2 = 600 \text{ w}$ .

- 1) Calculer les puissances active, réactive et apparente du récepteur. Quelle est la nature de ce récepteur ?
- 2) Calculer le courant en ligne et le facteur de puissance du récepteur.
- 3) Quelle est l'intensité efficace du courant dans chaque dipôle du récepteur.
- 4) On souhaite relever le facteur de puissance de récepteur à sa meilleure valeur. Calculer la capacité des condensateurs à mettre en triangle pour obtenir ce résultat.
- 5) Le relèvement du facteur de puissance étant réalisé. Calculer les nouvelles indications des wattmètres.

#### Exercice 4 :

Une installation est alimentée par un réseau alternatif triphasé 127/220 V, 50Hz. Elle comprend:

- 30 lampes de 75 W également réparties entre phases et neutre.
- 3 bobines identiques montrées en triangle, consommant une puissance totale de 4500 W avec  $\cos \varphi_b = 0,75$ .
- 1 moteur triphasé de puissance 4kw,  $\cos \varphi_m = 0,75$ .

On demande :

- 1) Les puissances totales  $P_T$ ,  $Q_T$  et  $S_T$
- 2) Le courant de ligne total  $I$  absorbé par l'installation ainsi que le facteur de puissance global.
- 3) L'impédance en étoile équivalente à l'ensemble des trois récepteurs, même question si l'impédance équivalente est triangle.