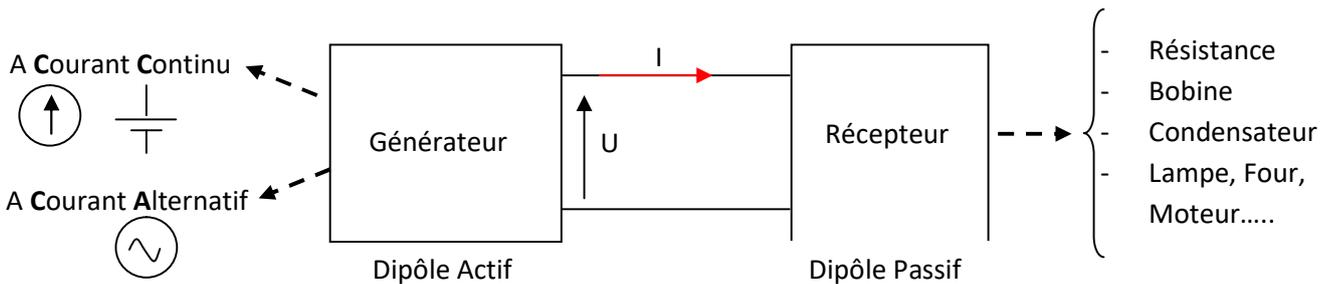


## CHAPITRE 2

# Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

### 2.1. Introduction au Circuit électrique

Un circuit électrique est composé au minimum d'un générateur et d'un récepteur (résistance, bobine, condensateur, lampe, moteur...) et des fils de liaison. Le générateur est la source d'énergie.



Pour la résolution des circuits électriques, c'est-à-dire définir le courant dans chaque branche), il suffit d'utiliser les lois d'électricité, Lois d'Ohm ; loi des mailles, loi des nœuds, théorème de thevenin, diviseur de tension, diviseur de courant....

La source d'énergie ; Générateur de tension ou Générateur de courant peut être continu (constant) ou alternatif sinusoïdal (variable).

### 2.2 Régime continu

On appelle régime continu, un régime dans lequel les intensités des courants électriques, à travers les différentes branches du circuit, ont une valeur constante.

#### 2.2.1 Notion de dipôle

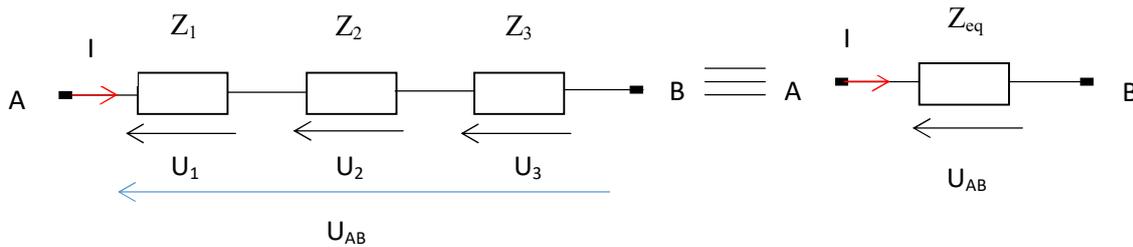
Un dipôle est un composant électrique possédant deux pôles. Il est caractérisé par deux grandeurs électriques :  $U$  et  $I$ . Il y'a Différents types de dipôles :

- Dipôles actifs : c'est l'équivalent d'une source d'énergie (courant ou tension) **GENERATEUR.**
- Dipôles passifs : décrivent des phénomènes physiques (Résistance, condensateur et bobine).

#### 2.2.2 Association des dipôles

##### A. Association en Série :

Un couplage **serie** est un couplage de deux (ou plus) composants parcourus par le **même courant**



Loi d'Ohm :  $U_1 = Z_1 \cdot I$ ,  $U_2 = Z_2 \cdot I$ ,  $U_3 = Z_3 \cdot I$

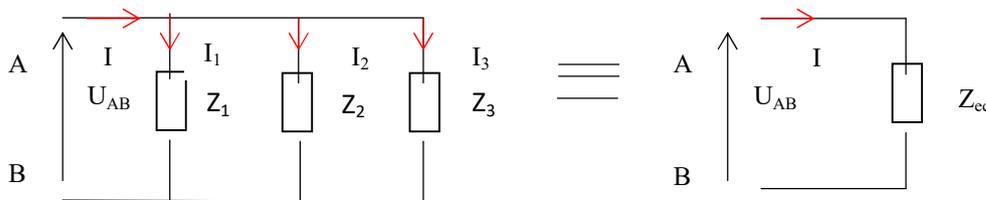
Il vient :  $U_{AB} = (Z_1 + Z_2 + Z_3) \cdot I = Z_{eq} \cdot I \Rightarrow Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n$

**Exemple 1 :** Calculer la résistance équivalente de deux résistances  $R_1 = 200\Omega$  et  $R_2 = 100\Omega$  placées en série.

$$R_t = R_1 + R_2 = 200 + 100 = 300\Omega$$

### B. Association en Parallèle :

Un couplage **parallèle** est un couplage de deux (ou plus) composants reliés à chacune de leurs extrémités aux **mêmes potentiels**



En effet  $I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U_{AB}}{Z_1} + \frac{U_{AB}}{Z_2} + \frac{U_{AB}}{Z_3} \Rightarrow U_{AB} \times \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) = I = \frac{U_{AB}}{Z_{eq}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \dots + \frac{1}{Z_n}$$

**Exemple 2 :** Calculer la résistance équivalente de deux résistances  $R_1 = 200\Omega$  et  $R_2 = 100\Omega$  placées en parallèles.

$$R_t = R_1 // R_2 \text{ alors } \frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \quad \text{donc} \quad R_t = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{200 \times 100}{200 + 100} = 66,66\Omega$$

## 2.3 Régime harmonique (Sinusoïdal)

On appelle régime sinusoïdal (ou régime harmonique) l'état d'un système pour lequel la variation dans le temps des grandeurs le caractérisant est sinusoïdale. Le circuit électrique, dans ce cas, est alimenté par une tension alternative sinusoïdale  $U(t)$  et parcouru par un courant alternatif sinusoïdal  $i(t)$ .

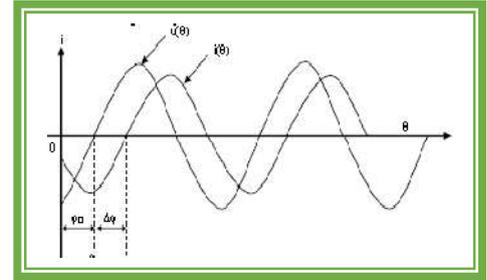
### 2.3.1. Courant alternatif

Un courant alternatif sinusoïdal est un courant bidirectionnel périodique. Il en est de même pour une tension alternative sinusoïdale.

Tension :  $u(t) = U_M \sin(\omega t + \phi_u)$  Courant,  $i(t) = I_M \sin(\omega t + \phi_i)$

Avec:

$u(t)$  et  $i(t)$  grandeurs instantanées,  
 $U_M$  et  $I_M$  Valeurs maximales (V) et (A),  
 $\varphi_u$  et  $\varphi_i$  Phases de  $u(t)$  et  $i(t)$   
 $\omega = 2\pi f$  Pulsation (rd/s).



### Déphasage entre la tension et le courant

Le déphasage entre la tension  $u(t) = U_M \sin(\omega t + \varphi_u)$  et le courant  $i(t) = I_M \sin(\omega t + \varphi_i)$  est donné par :

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

Si  $\varphi > 0$ , le courant est en retard par rapport à la tension

Si  $\varphi < 0$ , le courant est en avance par rapport à la tension

### 2.3.2 Valeurs moyennes et efficaces du courant sinusoïdal

Soit:  $i(t) = I_M \sin(\omega t + \varphi_i)$  on considère  $\varphi_i = 0$

#### Intensité moyenne :

$$I_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_M \sin(\omega t) dt = \frac{I_M}{T} \left[ -\frac{\cos \omega t}{\omega} \right]_0^T = -\frac{I_M}{T \times \omega} [\cos \omega T - \cos 0]$$

$$= -\frac{I_M}{2\pi} [1 - 1] = 0 \quad \text{Alors } I_{moy} = 0$$

#### Intensité efficace :

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I^2(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I^2(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_M^2 \sin^2 \omega t dt$$

$$= \frac{2I_M^2}{T} \int_0^{T/2} \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{2I_M^2}{2T} \left[ t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega} \right]_0^{T/2} = \frac{I_M^2}{2}$$

Alors  $I_{eff} = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$

De meme pour la tension :  $U_{moy} = 0$  et  $U_{eff} = \frac{U_M}{\sqrt{2}}$

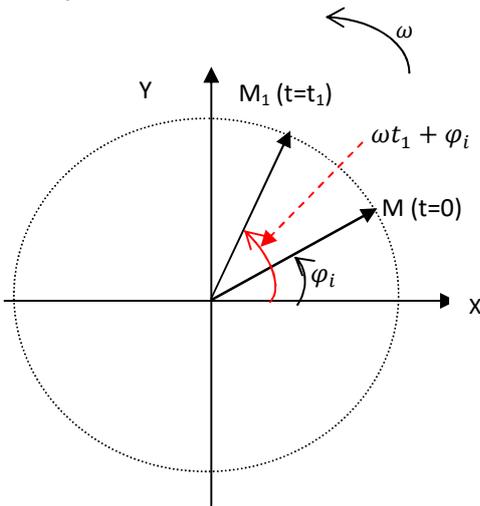
**Exemple 3 :** Soit un courant alternatif  $i(t) = 12 \sin(314t + \frac{\pi}{3})$

Donner la valeur maximale, la valeur efficace, la pulsation, la période, la fréquence et la valeur moyenne du courant  $i(t)$ .

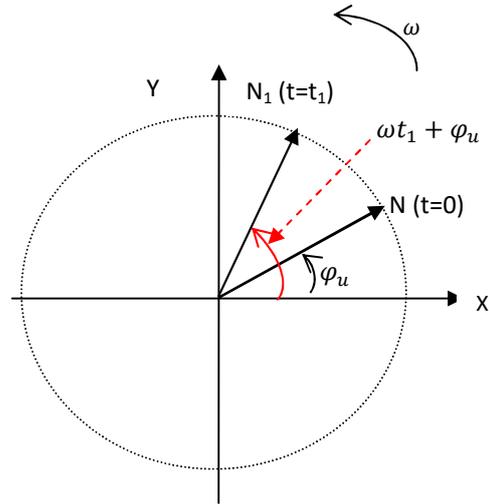
$$I_{Max} = 12A, I_{eff} = \frac{12}{\sqrt{2}} = 8.48A, \omega = 314 \text{ rad/s}, T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.02 \text{ s}, f = \frac{1}{T} = 50\text{Hz}, I_{Moy} = 0$$

### 2.3.3 Représentation de Fresnel :

- Tout courant alternatif  $i(t) = I_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_i)$  peut être représenté par un vecteur  $\vec{OM}$  de module  $I_{eff}$  placé d'un angle  $\varphi_i$  par rapport à l'axe (OX) origine des phases.
- Toute tension alternative  $u(t) = U_{eff}\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_u)$  peut être représentée par un vecteur  $\vec{ON}$  de module  $U_{eff}$  placé d'un angle  $\varphi_u$  par rapport à l'axe (OX) origine des phases.



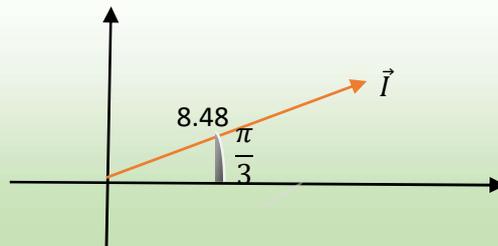
Représentation de Fresnel du courant



Représentation de Fresnel de la tension

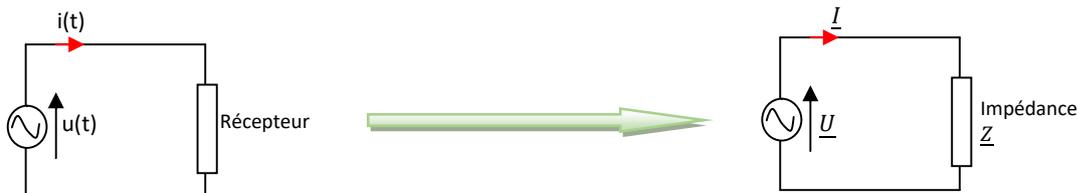
Les vecteurs  $\vec{OM}$  et  $\vec{ON}$  tournent avec une vitesse  $\omega$  constante dans le sens trigonométrique, L'intérêt de la représentation de Fresnel est de séparer la partie temporelle ( $\omega t$ ) de la partie phase  $\varphi_u$  ou  $\varphi_{iu}$

**Exemple 4 :** Faites la Représentation de Fresnel du courant alternatif  $i(t) = 12\sin(314t + \frac{\pi}{3})$



## 2.4 Notation complexe et impédances

### 2.4.1 Loi d'Ohm en régime sinusoïdal



Soit un récepteur, représenté par une impédance  $\underline{Z}$  et parcouru par un courant alternatif  $i(t)$  (de grandeur complexe  $\underline{I}$ ) et présente à ses bornes une tension  $u(t)$  (de grandeur complexe  $\underline{U}$ ), Alors ces trois grandeurs sont liées par la loi d'ohm suivante :

$$\underline{U} = \underline{Z} \times \underline{I}$$

### 2.4.2 Impédances et admittances complexes

- **L'impédance complexe** d'un dipôle en régime sinusoïdal est le rapport entre la tension aux bornes du dipôle et le courant qui le traverse :

En utilisant la notation complexe :  $\underline{U} = Ue^{j\varphi_u}$  et  $\underline{I} = Ie^{j\varphi_i}$  (U et I sont les valeurs efficaces)

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} \text{ ce qui donne } \underline{Z} = Ze^{j\varphi} \text{ avec } Z = \frac{|U|}{|I|} = \frac{U}{I} \text{ et } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

L'impédance Z est exprimée en ohms ( $\Omega$ ),  $\varphi$  est le déphasage provoqué par le dipôle entre la tension aux bornes du dipôle et le courant qui le traverse.

- Sous forme cartésien on peut écrire  $\underline{Z} = R + jX$   
 R : Résistance  $R = Z\cos\varphi$ , et X : Réactance  $X = Z\sin\varphi$

Avec  $\varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$  et  $|\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + X^2}$

- Sous forme trigonométrique  $\underline{Z} = |\underline{Z}|(\cos\varphi + j\sin\varphi)$
- Sous forme polaire  $\underline{Z} = |\underline{Z}| \angle \varphi$
- **L'admittance complexe** d'un dipôle en régime sinusoïdal est le rapport entre le courant et la tension :  $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi}$  ce qui donne  $\underline{Y} = Ye^{-j\varphi}$  avec  $Y = \frac{1}{Z}$

L'admittance Y est exprimée en siemens (S)

On peut l'écrire par :  $\underline{Y} = G + jB = |\underline{Y}|(\cos\varphi - j\sin\varphi)$

G : Conductance  $G = Y\cos\varphi$  et B : Susceptance  $B = -Y\sin\varphi$

**Exemple 5 :** Soit une impédance  $\underline{Z} = 2 + j5$

- Déduire la résistance et la réactance.
- Déterminer l'admittance  $\underline{Y}$ . En déduire la conductance et la Susceptance.

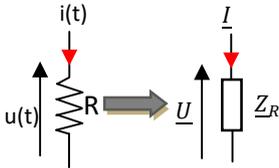
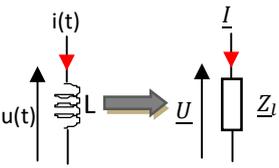
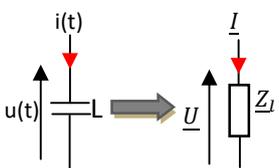
1. La résistance  $R=2\Omega$  et la réactance  $X=5\Omega$ .

$$2. \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{2+j5} = \frac{2-j5}{(2+j5)(2-j5)} = \frac{2-j5}{2^2+5^2} = \frac{2}{29} - j\frac{5}{29} \Omega$$

La conductance  $G = \frac{2}{29} \Omega$  et la Susceptance réactance  $B = \frac{-5}{29} \Omega$

### 2.5 Impédances des dipôles particuliers (RLC)

Soit une tension alternative  $u(t) = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_u)$  et en complexe  $\underline{U} = Ue^{j\varphi_u}$

<p><b>Résistance</b></p> 	Loi d'Ohm	$u(t)=R i(t)$
	Calcul du courant	$i(t) = \frac{U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_u)}{R} = \frac{U}{R}\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_u)$
	Forme complexe	$\underline{I} = I e^{j\varphi_i} = \frac{U}{R} e^{j\varphi_u}$
	Impédance $\underline{Z}_R$	$\underline{Z}_R = \frac{U}{I} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{\frac{U}{R}e^{j\varphi_u}} = R e^{j0}$ donc $\underline{Z}_R = R$ et $\arg(\underline{Z}_R) = 0$
	<b>Remarque</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ L'impédance résistive est purement réelle (<math>X=0</math>)</li> <li>➤ La tension et le courant sont en phase (<math>\varphi=0</math>)</li> <li>➤ Loi d'ohm complexe <math>\underline{U} = R\underline{I}</math></li> </ul>
Représentation de Fresnel		
<p><b>Bobine</b></p> 	Loi d'Ohm	$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$
	Calcul du courant	$i(t) = -\frac{1}{L\omega} U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u) = \frac{1}{L\omega} U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_u - \frac{\pi}{2})$
	Forme complexe	$\underline{I} = I e^{j\varphi_i} = \frac{1}{L\omega} e^{j(\varphi_u - \frac{\pi}{2})}$
	Impédance $\underline{Z}_L$	$\underline{Z}_L = \frac{U}{I} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{\frac{1}{L\omega} Ue^{j(\varphi_u - \frac{\pi}{2})}} = L\omega e^{j\frac{\pi}{2}}$ donc $\underline{Z}_L = jL\omega = jX_L$ et $\arg(\underline{Z}_L) = \frac{\pi}{2}$
	<b>Remarque</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ L'impédance inductive est imaginaire pure (<math>R=0</math>) et <math>X_L = L\omega &gt; 0</math></li> <li>➤ Le courant est en quadrature en retard par rapport à la tension.</li> <li>➤ Loi d'ohm complexe <math>\underline{U} = jL\omega\underline{I}</math></li> </ul>
Représentation de Fresnel		
<p><b>Condensateur</b></p> 	Loi d'Ohm	$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$
	Calcul du courant	$i(t) = C \frac{du(t)}{dt} = C\omega U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u) = C\omega U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_u + \frac{\pi}{2})$
	Forme complexe	$\underline{I} = I e^{j\varphi_i} = C\omega U e^{j(\varphi_u + \frac{\pi}{2})}$
	Impédance $\underline{Z}_C$	$\underline{Z}_C = \frac{U}{I} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{C\omega Ue^{j(\varphi_u + \frac{\pi}{2})}} = \frac{1}{C\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}$ donc $\underline{Z}_C = -j\frac{1}{C\omega}$ et $\arg(\underline{Z}_C) = -\frac{\pi}{2}$
	<b>Remarque</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ L'impédance capacitive est imaginaire pure (<math>R=0</math>) et <math>X_C = -\frac{1}{C\omega} &lt; 0</math></li> <li>➤ Le courant est en quadrature en avance par rapport à la tension.</li> <li>➤ Loi d'ohm complexe <math>\underline{U} = -j\frac{1}{C\omega}\underline{I}</math></li> </ul>
Représentation de Fresnel		

## 2.6 Association des dipôles RLC

### 2.6.1 Circuit série RL

On considère une résistance en série avec une bobine

avec  $\underline{U} = U \angle \varphi_u$  et  $\underline{I} = I \angle \varphi_i$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L = R \cdot \underline{I} + jX_L \underline{I} = R \cdot \underline{I} + jL\omega \underline{I} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad \text{Avec: } \underline{Z} = R + jL\omega$$

#### Déphasage entre la tension et le courant :

Comme  $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$  alors  $Arg(\underline{U}) = Arg(\underline{Z}) + Arg(\underline{I})$

$$\varphi_u = \varphi + \varphi_i \quad \text{le déphasage est } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

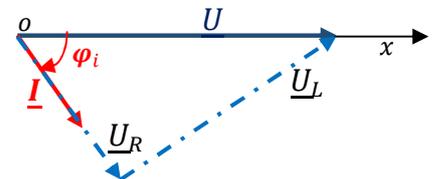
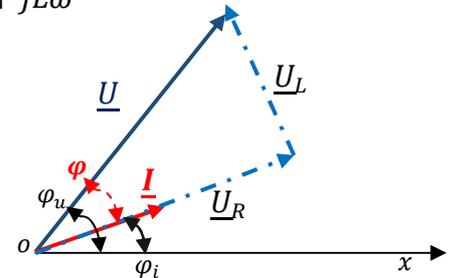
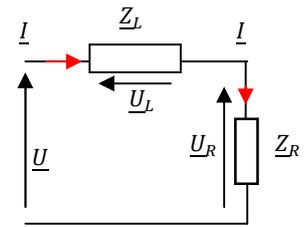
Et comme  $\varphi = Arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right) > 0$

**Alors le courant est en retard par rapport à la tension**

**Remarque :** Pour le circuit RL,  $\varphi = Arg(Z) > 0$

Si  $\varphi_u = 0$  Alors le déphasage est  $\varphi = 0 - \varphi_i = -\varphi_i > 0$

Alors la phase du courant est négative  $\varphi_i < 0$



**Exemple 6:** Soit un circuit RL dont le courant efficace est  $I=1A$ .  $R=100\Omega$ ,  $L=38.6mH$ ,  $f=50Hz$ .

Déterminer les valeurs efficaces  $U_R$ ,  $U_L$  et  $U_T$  et leurs déphasages par rapport au courant.

$U_R=R \cdot I=100 \cdot 1=100V$  en phase avec le courant ;

$U_L = L\omega \cdot I = 38.6 \times 10^{-3} \times 2\pi \times 50 = 12.12V$  Déphasé de  $\pi/2$  en avance par rapport au courant.

Donc  $\vec{U}_T = \vec{U}_R + \vec{U}_L = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = 100.73V$  Déphasé de  $\varphi = arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right) = 7^\circ$  en avance par rapport au courant

### 2.6.2 Circuit série RC

On considère une résistance en série avec une bobine

avec  $\underline{U} = U \angle \varphi_u$  et  $\underline{I} = I \angle \varphi_i$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C = R \cdot \underline{I} + jX_C \underline{I} = R \cdot \underline{I} - \frac{1}{C\omega} j \cdot \underline{I} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad \text{Avec: } \underline{Z} = R - \frac{1}{C\omega} j$$

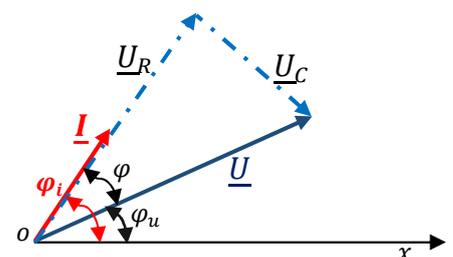
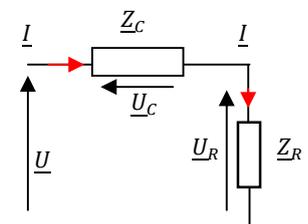
#### Déphasage entre la tension et le courant :

Comme  $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$  alors  $Arg(\underline{U}) = Arg(\underline{Z}) + Arg(\underline{I})$

$$\varphi_u = \varphi + \varphi_i \quad \text{le déphasage est } \varphi = \varphi_u - \varphi_i$$

Et comme  $\varphi = Arctg\left(-\frac{1}{RC\omega}\right) < 0$

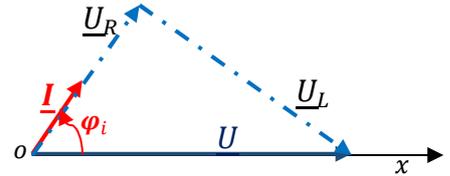
Alors le courant est en avance par rapport à la tension



**Remarque :** Pour le circuit RC,  $\varphi = \text{Arg}(Z) < 0$

Si  $\varphi_u = 0$  Alors le déphasage est  $\varphi = 0 - \varphi_i = -\varphi_i < 0$

Alors la phase du courant est positive  $\varphi_i > 0$



**Exemple 7:** Soit un circuit RC dont le courant efficace est  $I = 1\text{A}$ .  $R = 100\Omega$ ,  $C = 35\mu\text{F}$ ,  $f = 50\text{Hz}$ . Déterminer les valeurs efficaces de  $U_R$ ,  $U_L$  et  $U_t$  et leurs déphasages avec le courant.

$U_R = R \cdot I = 100 \cdot 1 = 100\text{V}$  en phase avec le courant ;

$U_C = \frac{1}{C\omega} I = \frac{1}{35 \times 10^{-6} \times 2\pi \times 50} = 90.95\text{V}$  Déphasé de  $\pi/2$  en arrière par rapport au courant.

Donc  $\vec{U}_T = \vec{U}_R + \vec{U}_C = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = 135.17\text{V}$  Déphasé de  $\varphi = \text{arctg}\left(\frac{1/C\omega}{R}\right) = 42.3^\circ$  en arrière par rapport au courant.

### 2.6.3 Circuit série RLC

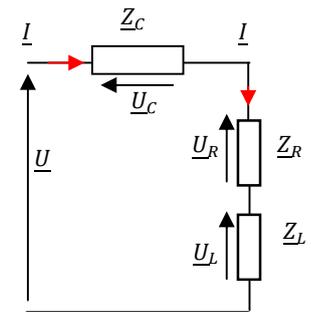
On considère une résistance , une bobine et un condensateur en série

avec  $\underline{U} = U \angle \varphi_u$  et  $\underline{I} = I \angle \varphi_i$

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C + \underline{U}_L = R \cdot \underline{I} + jX_C \underline{I} = R \cdot \underline{I} - \frac{1}{C\omega} j \cdot \underline{I} + jL\omega \cdot \underline{I} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

Avec:  $\underline{Z} = R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})$

La réactance  $X = L\omega - \frac{1}{C\omega}$



#### Déphasage entre la tension et le courant :

Comme  $\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$  alors  $\text{Arg}(\underline{U}) = \text{Arg}(\underline{Z}) + \text{Arg}(\underline{I})$  ce qui donne  $\varphi_u = \varphi + \varphi_i$

Alors le déphasage est  $\varphi = \text{Arctg}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right) = \varphi_u - \varphi_i$  peut être positif ou négatif.

Réactance positive	Réactance négative
$X = L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$	$X = L\omega - \frac{1}{C\omega} < 0$
Déphasage positif	Déphasage négatif
$\varphi = \text{Arctg}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right) = \varphi_u - \varphi_i > 0$	$\varphi = \text{Arctg}\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right) = \varphi_u - \varphi_i < 0$

**Exemple 8 :** Une résistance de  $25 \Omega$ , un condensateur de  $10 \mu\text{F}$  et une bobine d'inductance  $0,1\text{H}$  qui possède une résistance interne de  $12 \Omega$  sont connectés en série. Déterminer pour une fréquence de  $50 \text{ Hz}$  :

1. L'impédance de la bobine et l'impédance du condensateur.
2. Le module de l'impédance du circuit global.
3. Quelle est la nature de la charge.

$$1. \omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 314 \text{ rd/s}$$

**Bobine :**  $X_L = 314 \times 0,1 = 31,4 \Omega$  et  $Z_B = r + jX_L = 12 + 31,4j$

**Condensateur :**  $X_c = \frac{1}{\omega C} = 318,47\Omega$ ,  $Z_c = -318,47j \Omega$

**2. Circuit RLC**

$$Z_t = Z_R + Z_B + Z_C = 25 + 12 + 31,4j - 318,47j = (37 - 287,07j) \Omega$$

$$|Z_t| = \sqrt{37^2 + 287,07^2} = 289,44\Omega$$

3. La charge est capacitive car  $X = -287,07 < 0$ .

**Exemple 9 :** Dans le cas d'un circuit RLC série comportant une résistance de  $200\Omega$ , un condensateur de capacité  $10 \mu\text{F}$  et une bobine d'inductance  $20 \text{ mH}$ .

1. Calculer son impédance pour une fréquence de  $50 \text{ Hz}$ .
2. Calculer le courant efficace dans le circuit pour une tension sinusoïdale de valeur maximale  $300 \text{ V}$ .

$$1. \omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 314 \text{ rd/s}$$

$$Z_R = 200\Omega, \quad X_c = \frac{1}{\omega C} = 318\Omega, \quad Z_c = -318j \Omega, \quad X_L = \omega L = 6,3\Omega,$$

$$Z_L = 6,3j \Omega$$

$$Z_t = Z_R + Z_L + Z_C = 200 + 6,3j - 318j = (200 - 312j) \Omega$$

$$2. U_{Max} = 300V \quad U_{eff} = \frac{300}{\sqrt{2}} = 212V \quad \text{Alors } I_{eff} = \frac{U_{eff}}{|Z|} = \frac{212}{\sqrt{200^2 + 312^2}} = 0.54 \text{ A}$$

### Cas General des impédances

Impédance $\underline{Z} = R + jX$	Phase $\varphi$	Déphasage $\varphi$	P(W)	Q(VAR)	S(VA)	Nature du circuit
$R \neq 0, X > 0$	$\arctg\left(\frac{X}{R}\right)$ $\varphi > 0$	Le courant en retard par rapport à la tension de $\varphi$	$P = UI \cos\varphi$	$Q = UI \sin\varphi$ $Q > 0$	$\sqrt{P^2 + Q^2}$	Impédance <b>Inductive</b>
$R \neq 0, X < 0$	$\arctg\left(\frac{X}{R}\right)$ $\varphi < 0$	Le courant en avance par rapport à la tension de $ \varphi $	$P = UI \cos\varphi$	$Q = UI \sin\varphi$ $Q < 0$	$\sqrt{P^2 + Q^2}$	Impédance <b>capacitive</b>
$R \neq 0, X = 0$	$\varphi = 0$	Le courant en phase avec la tension	$P = UI$	$Q = 0$	$S = P$	Impédance <b>résistive</b>
$R = 0, X > 0$	$\varphi = \frac{\pi}{2}$	Le courant en retard de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la tension	$P = 0$	$Q = UI$	$S = Q$	Impédance <b>purement inductive</b>
$R = 0, X < 0$	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$	Le courant en avance de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la tension	$P = 0$	$Q = -UI$	$S =  Q $	Impédance <b>purement capacitive</b>

## 2.7 Puissances électriques

On distingue plusieurs types de puissances.

**Puissance instantanée** : C'est le produit entre courant et tension instantanés :

$$p(t) = u(t) \times i(t) = U_M \sin(\omega t) \times I_M \sin(\omega t + \varphi) = U_M \cdot I_M ((\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)) \frac{1}{2} = U \cdot I (\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi))$$

Avec U et I sont les valeurs efficaces des tensions et courants

**Puissance fluctuante** : Partie variable de la puissance instantanée:  $P(t) = U_{eff} \cdot I_{eff} \cos(2\omega t + \varphi)$

**Puissance active.** Valeur moyenne de la puissance instantanée qui correspond à un travail physique effectif, son unité est le Watt [W].  $P = UI \cos(\varphi)$

**Puissance réactive.** Puissance sans effet physique en termes de travail qui correspond à la partie « réactive » du courant, son unité est le Volt Ampère Réactif [VAR].  $Q = UI \sin(\varphi)$

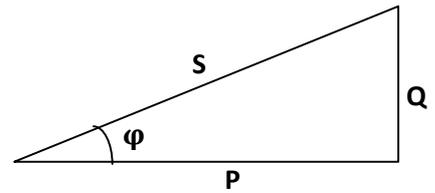
**Puissance apparente.** son unité est le Volt Ampère [VA].  $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$

**Facteur de puissance.** Le facteur de puissance  $\cos\varphi$  est le rapport de la puissance active sur la puissance apparente  $k = \cos\varphi = \frac{P}{S}$

**Relation entre les puissances :**

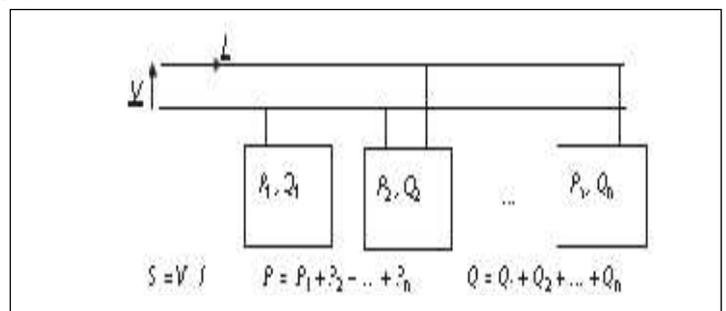
D'après le triangle des puissances

$$\cos\varphi = \frac{P}{S}, \sin\varphi = \frac{Q}{S}, \tan\varphi = \frac{Q}{P}$$



**2.7.1 Théorème de Boucherot.**

- La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant.  $P_T = \sum_i P_i$
  - de même pour la puissance réactive.  $Q_T = \sum_i Q_i$
  - le théorème de Boucherot ne s'applique pas à la puissance apparente.  $S_T \neq \sum_i S_i$
- Il faut utiliser la relation :  $S_T = \sqrt{P^2 + Q^2}$



**Exemple 10 :** Une installation monophasée, 220 V, 50 Hz, comporte 20 lampes à incandescence de 75 W chacune et un moteur monophasé de puissance utile de 2 kW, de rendement  $\eta = 0,85$  et de facteur de puissance  $\cos \varphi = 0,6$ .

1. Représenter le schéma de l'installation.
2. Calculer l'intensité  $I_1$  du courant dans les lampes.
3. Calculer la puissance active absorbée par le moteur.
4. Calculer l'intensité  $I_2$  du courant dans le moteur
5. Calculer la puissance active totale  $P_t$  de l'installation, la puissance réactive totale  $Q_t$  de l'installation et la puissance apparente totale  $S_t$  de l'installation.
6. Calculer l'intensité totale  $I_t$  en ligne de l'installation, et le facteur de puissance de l'installation.