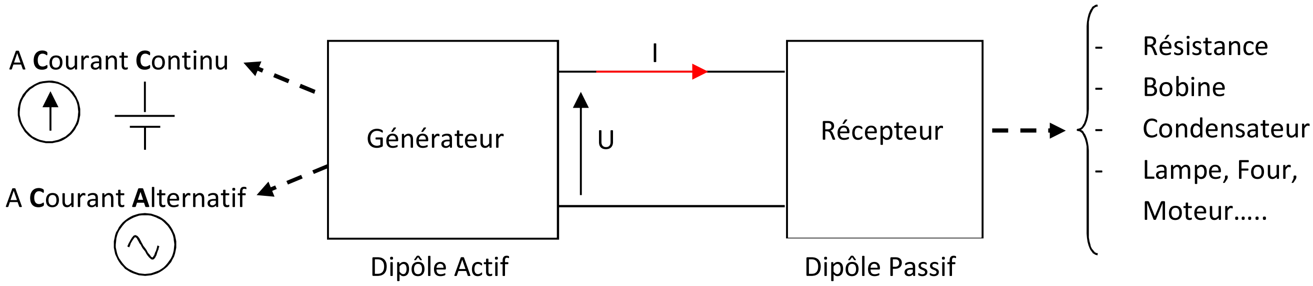
CHAPITRE 2

Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

2.1. Introduction au Circuit électrique

Un circuit électrique est composé au minimum d'un générateur et d'un récepteur (résistance, bobine, condensateur, lampe, moteur…) et des fils de liaison. Le générateur est la source d'énergie.



Pour la résolution des circuits électriques, c'est-à-dire définir le courant dans chaque branche), il suffit d'utiliser les lois d'électricité, Lois d'Ohm ; loi des mailles, loi des nœuds, théorème de thevenin, diviseur de tension, diviseur de courant….

La source d'énergie ; Générateur de tension ou Générateur de courant peut être continu (constant) ou alternatif sinusoïdal (variable).

2.2 Régime continu

On appelle régime continu, un régime dans lequel les intensités des courants électriques, à travers les différentes branches du circuit, ont une valeur constante.

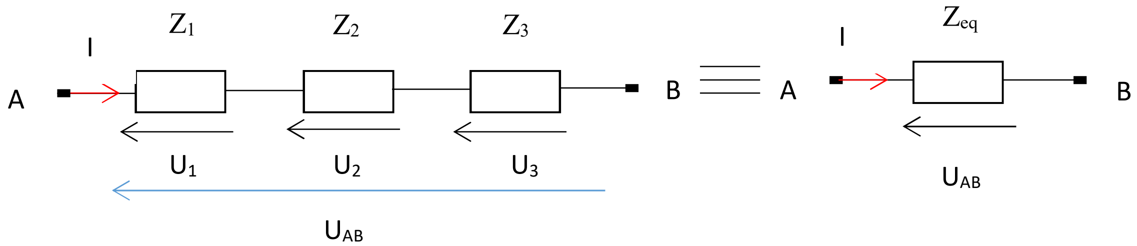
2.2.1 Notion de dipôle

Un dipôle est un composant électrique possédant deux pôles. Il est caractérisé par deux grandeurs électriques : U et I. Il y'a Différents types de dipôles :

- Dipôles actifs : c'est l'équivalent d'une source d'énergie (courant ou tension) **GENERATEUR**.
- Dipôles passifs : décrivent des phénomènes physiques (Résistance, condensateur et bobine).

2.2.2 Association des dipôles

A. Association en Série : *un couplage série est un couplage de deux (ou plus) composants parcourus par le même courant*



Loi d'Ohm : $U_1 = Z_1.I$, $U_2 = Z_2.I$, $U_3 = Z_3.I$

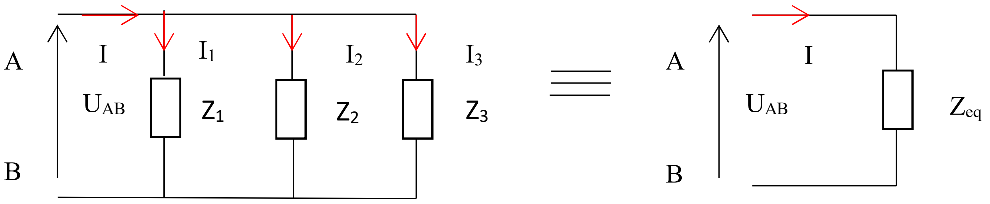
Il vient : $U_{AB} = (Z_1 + Z_2 + Z_3).I = Z_{eq}.I \qquad \Rightarrow \quad \boldsymbol{Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \cdots + Z_n}$

Exemple 1 :

Calculer la résistance équivalente de deux résistances R_1= 200Ω et R_2= 100Ω placées en série.

R_t= R_1+ R_2= 200+100=300Ω

B. Association en Parallèle : *un couplage parallèle est un couplage de deux (ou plus) composants reliés à chacune de leurs extrémités aux mêmes potentiels*



En effet $I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U_{AB}}{Z_1} + \frac{U_{AB}}{Z_2} + \frac{U_{AB}}{Z_3} \quad \Rightarrow \quad U_{AB} \times \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}\right) = I = \frac{U_{AB}}{Z_{eq}}$

$$\Rightarrow \qquad \boldsymbol{\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \cdots \frac{1}{Z_n}}$$

Exemple 2 :

Calculer la résistance équivalente de deux résistances R_1= 200Ω et R_2= 100Ω placées en parallèles.

R_t= R_1//R_2 alors $\boldsymbol{\frac{1}{Rt} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1+R_2}{R_1R_2}}$ **donc** $\boldsymbol{R_t = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{200\times100}{200+100} = 66,66\Omega}$

2.3 Régime harmonique (Sinusoïdal)

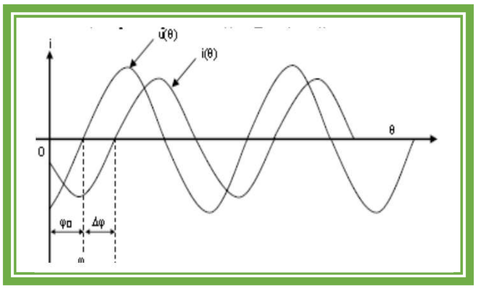
On appelle régime sinusoïdal (ou régime harmonique) l'état d'un système pour lequel la variation dans le temps des grandeurs le caractérisant est sinusoïdale. Le circuit électrique, dans ce cas, est alimenté par une tension alternative sinusoïdale U(t) et parcouru par un courant alternatif sinusoïdal i(t).

2.3.1. Courant alternatif

Un courant alternatif sinusoïdal est un courant bidirectionnel périodique. Il en est de même pour une tension alternative sinusoïdale.

Tension : $u(t) = U_M \sin(\omega t + \phi_u)$

Courant, $i(t) = I_M \sin(\omega t + \varphi_i)$



Avec:

u(t) et i(t)	grandeurs instantanées,
U_M et I_M	Valeurs maximales (V) et (A),
φ_u et φ_i	Phases de u(t) et i(t)
$\omega = 2\pi f$	Pulsation (rd/s).

Déphasage entre la tension et le courant

Le déphasage entre la tension $u(t) = U_M \sin(\omega t + \phi_u)$ et le courant $i(t) = I_M \sin(\omega t + \varphi_i)$ est donné par :

$$\boldsymbol{\varphi = \varphi_u - \varphi_i}$$

Si $\varphi > 0$, le courant est en retard par rapport à la tension

Si $\varphi < 0$, le courant est en avance par rapport à la tension

2.3.2 Valeurs moyennes et efficaces du courant sinusoïdal

Soit: $\boldsymbol{i(t) = I_M \sin(\omega t + \varphi_i)}$ **on considère** $\boldsymbol{\varphi_i = 0}$

Intensité moyenne :

$$I_{moy} = \frac{1}{T}\int_0^T i(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T I_M \sin(\omega t)\, dt = \frac{I_M}{T}\left[\frac{-\cos\omega t}{\omega}\right]_0^T = -\frac{I_M}{T\times\omega}[\cos\omega t - \cos 0]$$

$$= -\frac{I_M}{2\pi}[1-1] = 0$$

Alors $\boldsymbol{I_{moy} = 0}$

Intensité efficace :

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{T}\int_0^T I^2(t)\, dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} I^2(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} I_M^2 \sin^2\omega t\, \mathrm{dt}$$

$$= \frac{2I_M^2}{T}\int_0^{T/2}\frac{1-\cos 2\omega t}{2}dt = \frac{2I_M^2}{2T}\left[t - \frac{\sin 2\omega t}{2\omega}\right]_0^{\frac{T}{2}} = \frac{I_M^2}{2}$$

Alors $\boldsymbol{I_{eff} = \frac{I_M}{\sqrt{2}}}$

De meme pour la tension : $U_{moy} = 0$ et $\mathrm{U_{eff}} = \frac{U_M}{\sqrt{2}}$

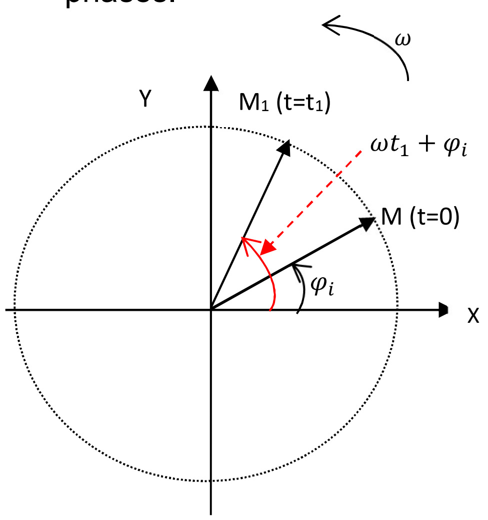
Exemple 3 : Soit un courant alternatif i(t)= $12sin(314t + \frac{\pi}{3})$

Donner la valeur maximale, la valeur efficace, la pulsation, la période, la fréquence et la valeur moyenne.

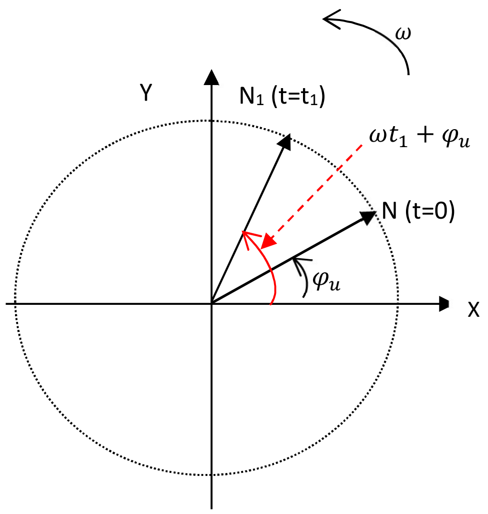
$I_{Max} = 12\text{A}, I_{eff} = \frac{12}{\sqrt{2}} = 8.48A, \omega = 314\ rad/s, T = \frac{2\pi}{\omega} = 0.02\ s,\ f = \frac{1}{T} = 50Hz, I_{Moy} = 0$

2.3.3 Représentation de Fresnel :

- Tout courant alternatif $\boldsymbol{i(t) = I_{eff}\sqrt{2}sin(\omega t + \varphi_i)}$ peut être représenté par un vecteur $\overrightarrow{OM}$ de module I_{eff} placé d'un angle $\boldsymbol{\varphi_i}$ par rapport à l'axe (OX) origine des phases.
- Toute tension alternative $\boldsymbol{u(t) = U_{eff}\sqrt{2}sin(\omega t + \varphi_u)}$ peut être représentée par un vecteur $\overrightarrow{ON}$ de module U_{eff} placé d'un angle $\boldsymbol{\varphi_u}$ par rapport à l'axe (OX) origine des phases.



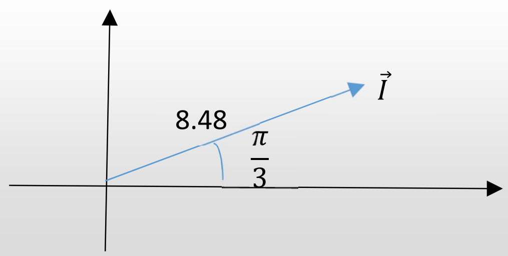
Représentation de Fresnel du courant



Représentation de Fresnel de la tension

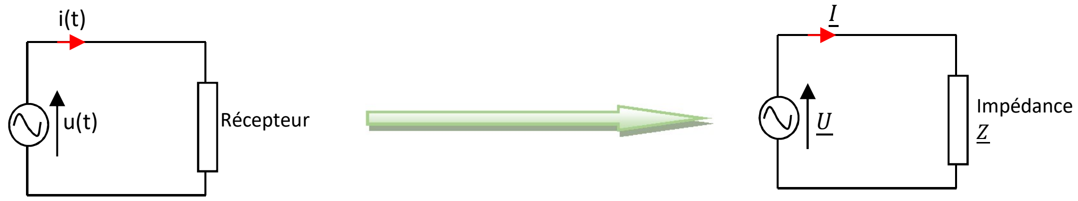
Les vecteurs $\overrightarrow{OM}$ et $\overrightarrow{ON}$ tournent avec une vitesse ω constante dans le sens trigonométrique, L'intérêt de la représentation de Fresnel est de séparer la partie temporelle (ωt) de la partie phase φ_u ou φ_{iu}

Exemple 4 : Faites la Représentation de Fresnel du courant alternatif i(t)= $12sin(314t + \frac{\pi}{3})$



2.4 Notation complexe et impédances

2.4.1 Loi d'Ohm en régime sinusoïdal



Soit un récepteur, représenté par une impédance $\underline{Z}$ et parcouru par un courant alternatif i(t) (de grandeur complexe $\underline{I}$) et présente à ses bornes une tension u(t) (de grandeur complexe $\underline{U}$), Alors ces trois grandeurs sont liées par la loi d'ohm suivante :

$$\underline{\boldsymbol{U}} = \underline{\boldsymbol{Z}} \times \underline{\boldsymbol{I}}$$

2.4.2 Impédances et admittances complexes

- **L'impédance complexe** d'un dipôle en régime sinusoïdal est le rapport entre la tension aux bornes du dipôle et le courant qui le traverse :

En utilisant la notation complexe :$\underline{U} = Ue^{j\varphi_u}$ et $\underline{I} = Ie^{j\varphi_i}$ (U et I sont les valeurs efficaces)

$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I}e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}$ ce qui donne $\underline{Z} = Ze^{j\varphi}$ avec $Z = \frac{|U|}{|I|} = \frac{U}{I}$ et $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

L'impédance Z est exprimée en ohms (Ω), φ est le déphasage provoqué par le dipôle entre la tension aux bornes du dipôle et le courant qui le traverse.

- Sous forme cartésien on peut écrire $\underline{Z} = R + jX$

R : Résistance $R = Zcos\varphi,$ et X : Réactance X $= Zsin\varphi$

Avec $\boldsymbol{\varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)}$ *et* $\boldsymbol{|\underline{Z}| = Z = \sqrt{R^2 + X^2}}$

- Sous forme trigonométrique $\underline{Z} = |\underline{Z}|(cos\varphi + j\,sin\varphi)$
- Sous forme polaire $\underline{Z} = |\underline{Z}|\angle\varphi$

- **L'admittance complexe** d'un dipôle en régime sinusoïdal est le rapport entre le courant et la tension : $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z}e^{-j\varphi}$ ce qui donne $\underline{Y} = Ye^{-j}$ avec $Y = \frac{1}{Z}$

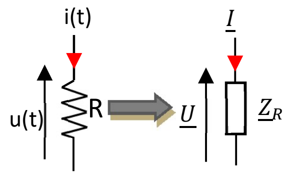
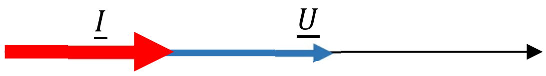
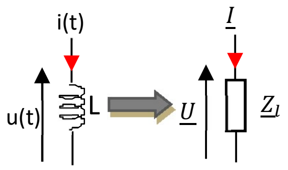
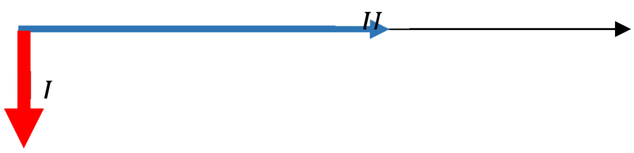
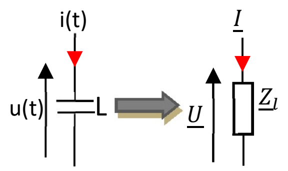
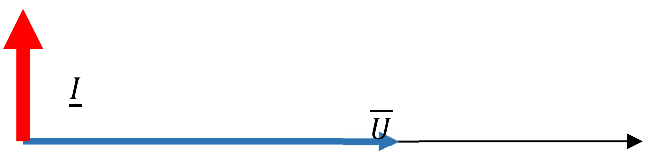
L'admittance Y est exprimée en siemens (S)

On peut l'écrire par : $\underline{Y} = G + jB = |\underline{Y}|(cos\varphi - j\,sin\varphi)$

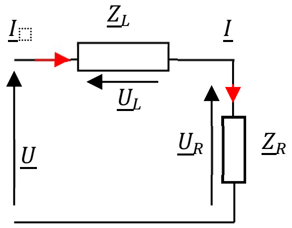
G : Conductance $G = Ycos\varphi$ et B : Susceptance B $= -Ysin\varphi$

2.5 Impédances des dipôles particuliers (RLC)

Soit une tension alternative $u(t) = U\sqrt{2}\sin(\omega t + \varphi_u)$ et en complexe $\underline{U} = Ue^{j\varphi_u}$

<table>
<tr><td rowspan="6">Résistance

</td><td>Loi d'Ohm</td><td>u(t)=R i(t)</td></tr>
<tr><td>Calcul du courant</td><td>$i(t) = \frac{U\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi_u)}{R} = \frac{U}{R}\sqrt{2}\sin(\omega t+\varphi_u)$</td></tr>
<tr><td>Forme complexe</td><td>$\underline{I} = Ie^{j\varphi_i} = \frac{U}{R}e^{j\varphi_u}$</td></tr>
<tr><td>Impédance $\underline{Z_R}$</td><td>$\underline{Z_R} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{\frac{U}{R}e^{j\varphi_u}} = Re^{j0}$ donc $\boldsymbol{\underline{Z_R} = R}$ et $\boldsymbol{\arg(\underline{Z_R}) = 0}$</td></tr>
<tr><td>Remarque</td><td>➢ L'impédance résistive est purement réelle (X=0)
➢ La tension et le courant sont en phase (φ=0)
➢ Loi d'ohm complexe $\boldsymbol{\underline{U} = R\underline{I}}$</td></tr>
<tr><td>Représentation de Fresnel</td><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Bobine

</td><td>Loi d'Ohm</td><td>$u(t) = L\frac{di(t)}{dt}$</td></tr>
<tr><td>Calcul du courant</td><td>$i(t) = -\frac{1}{L\omega}U\sqrt{2}\cos(\omega t+\varphi_u) = \frac{1}{L\omega}U\sqrt{2}\sin\left(\omega t+\varphi_u-\frac{\pi}{2}\right)$</td></tr>
<tr><td>Forme complexe</td><td>$\underline{I} = Ie^{j\varphi_i} = \frac{1}{L\omega}e^{j(\varphi_u-\frac{\pi}{2})}$</td></tr>
<tr><td>Impédance $\underline{Z_L}$</td><td>$\underline{Z_L} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{\frac{1}{L\omega}Ue^{j(\varphi_u-\frac{\pi}{2})}} = L\omega e^{j\frac{\pi}{2}}$ donc $\boldsymbol{\underline{Z_L} = jL\omega} = jX_L$ et $\boldsymbol{\arg(\underline{Z_L}) = \frac{\pi}{2}}$</td></tr>
<tr><td>Remarque</td><td>➢ L'impédance inductive est imaginaire pure (R=0) $\boldsymbol{et\ X_L = L\omega > 0}$
➢ Le courant est en quadrature en retard par rapport à la tension.
➢ Loi d'ohm complexe $\boldsymbol{\underline{U} = jL\omega\underline{I}}$</td></tr>
<tr><td>Représentation de Fresnel</td><td>
</td></tr>
<tr><td rowspan="6">Condensateur

</td><td>Loi d'Ohm</td><td>$u(t) = \frac{1}{c}\int i(t)dt$</td></tr>
<tr><td>Calcul du courant</td><td>$i(t) = C\frac{du(t)}{dt} = C\omega U\sqrt{2}\cos(\omega t+\varphi_u) = C\omega U\sqrt{2}\sin\left(\omega t+\varphi_u+\frac{\pi}{2}\right)$</td></tr>
<tr><td>Forme complexe</td><td>$\underline{I} = Ie^{j\varphi_i} = C\omega Ue^{j(\varphi_u+\frac{\pi}{2})}$</td></tr>
<tr><td>Impédance $\underline{Z_C}$</td><td>$\underline{Z_C} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{C\omega Ue^{j(\varphi_u+\frac{\pi}{2})}} = \frac{1}{C\omega}e^{-j\frac{\pi}{2}}$ donc $\boldsymbol{\underline{Z_C} = -j\frac{1}{C\omega}}$ $\boldsymbol{et}$ $\boldsymbol{\arg(\underline{Z_C}) = -\frac{\pi}{2}}$</td></tr>
<tr><td>Remarque</td><td>➢ L'impédance capacitive est imaginaire pure (R=0) $\boldsymbol{et\ X_C = -\frac{1}{C\omega} < 0}$
➢ Le courant est en quadrature en avance par rapport à la tension.
➢ Loi d'ohm complexe $\boldsymbol{\underline{U} = -j\frac{1}{C\omega}\underline{I}}$</td></tr>
<tr><td>Représentation de Fresnel</td><td>
</td></tr>
</table>

2.6 Association des dipôles RLC

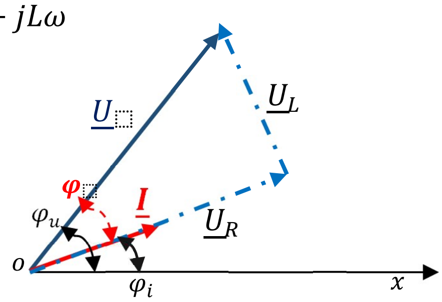


2.6.1 Circuit série RL

On considère une résistance en série avec une bobine

avec $\underline{U} = U\angle\varphi_u$ et $\underline{I} = I\angle\varphi_i$

$\underline{U} \;\; = \underline{U_R} + \underline{U_L} = R.\underline{I} + jX_L\underline{I} = R.\underline{I} + jL\omega\underline{I} = \underline{Z}.\underline{I}$ Avec: $\underline{Z} = R + jL\omega$



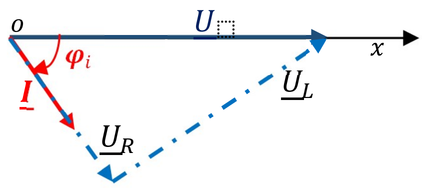
Déphasage entre la tension et le courant :

Comme $\underline{U} = \underline{Z}.\underline{I}$ alors $Arg(\underline{U}) = Arg(\underline{Z}) + Arg(\underline{I})$

$\varphi_u = \varphi + \varphi_i$ le déphasage est $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

Et comme $\varphi = Arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right) > 0$

Alors le courant est en retard par rapport à la tension



> **Remarque** : Pour le circuit RL, $\varphi = Arg(Z) > 0$
>
> Si $\varphi_u = 0$ Alors le déphasage est $\varphi = 0 - \varphi_i = -\varphi_i > 0$
>
> Alors la phase du courant est négative $\varphi_i < 0$

Exemple 5: Soit un circuit RL dont le courant efficace est I=1A. R=100Ω, L=38.6mH, f=50Hz.

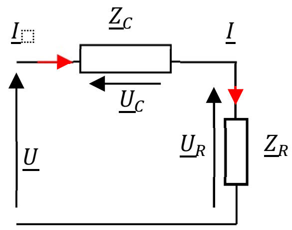
Déterminer les valeurs efficaces U_R, U_L et U_t et leurs déphasages par rapport au courant.

U_R=R.I=100*1=100V en phase avec le courant ;

$U_L = L\omega.I = 38.6 \times 10^{-3} \times 2\pi \times 50 = 12.12V$ Déphasé de $\pi/2$ en avance par rapport au courant.

Donc $\vec{U}_T = \vec{U}_R + \vec{U}_L = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$ =100.73V Déphasé de $\varphi = arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right) = 7°$ en avance par rapport au courant

2.6.2 Circuit série RC



On considère une résistance en série avec une bobine

avec $\underline{U} = U\angle\varphi_u$ et $\underline{I} = I\angle\varphi_i$

$\underline{U} \;\; = \underline{U_R} + \underline{U_C} = R.\underline{I} + jX_C\underline{I} = R.\underline{I} - \frac{1}{C\omega}j.\underline{I} = \underline{Z}.\underline{I}$ Avec: $\underline{Z} = R - \frac{1}{C\omega}j$

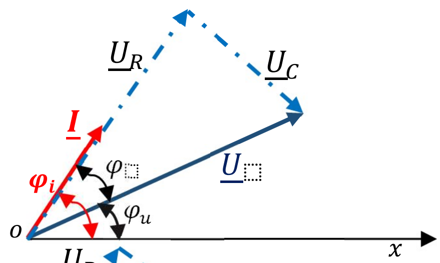
Déphasage entre la tension et le courant :

Comme $\underline{U} = \underline{Z}.\underline{I}$ alors $Arg(\underline{U}) = Arg(\underline{Z}) + Arg(\underline{I})$

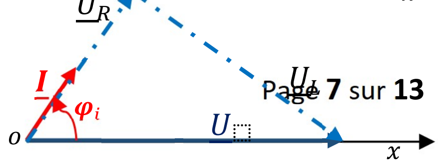
$\varphi_u = \varphi + \varphi_i$ le déphasage est $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

Et comme $\varphi = Arctg\left(-\frac{1}{RC\omega}\right) < 0$

Alors le courant est en avance par rapport à la tension



> **Remarque** : Pour le circuit RC, $\varphi = Arg(Z) < 0$
>
> Si $\varphi_u = 0$ Alors le déphasage est $\varphi = 0 - \varphi_i = -\varphi_i < 0$
>
> Alors la phase du courant est positive $\varphi_i > 0$



Exemple 6: Soit un circuit RC dont le courant efficace est I= 1A. R=100Ω, C=35µF, f=50Hz.

Déterminer les valeurs efficaces de U_R, U_L et U_t et leurs déphasages avec le courant.

U_R=R.I=100*1=100V en phase avec le courant ;

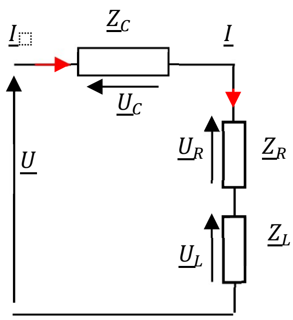
$U_C = \frac{1}{C\omega} I = \frac{1}{35\times10^{-6}\times2\pi\times50} = 90.95V$ **Déphasé de π/2 en arrière par rapport au courant.**

Donc $\vec{U}_T = \vec{U}_R + \vec{U}_C = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}$ **=135.17V Déphasé de** $\varphi = arctg\left(\frac{1/c\omega}{R}\right) = 42.3°$ **en**

2.6.3 Circuit série RLC

On considère une résistance , une bobine et un condensateur en série

avec $\underline{U} = U\angle\varphi_u$ et $\underline{I} = I\angle\varphi_i$



$$\underline{U} = \underline{U_R} + \underline{U_C} + \underline{U_L} = R.\underline{I} + jX_C\underline{I} = R.\underline{I} - \frac{1}{C\omega}j.\underline{I} + jL\omega.\underline{I} = \underline{Z}.\underline{I}$$

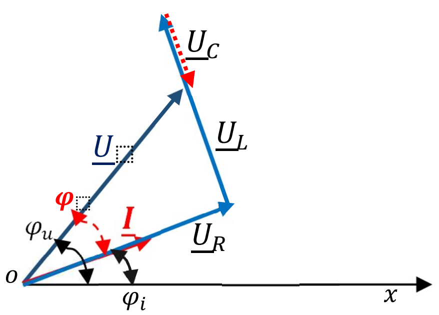
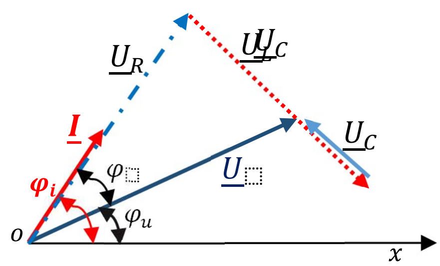
Avec: $\underline{Z} = R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})$

La réactance $X = L\omega - \frac{1}{C\omega}$

Déphasage entre la tension et le courant :

Comme $\underline{U} = \underline{Z}.\underline{I}$ alors $Arg(\underline{U}) = Arg(\underline{Z}) + Arg(\underline{I})$ ce qui donne $\varphi_u = \varphi + \varphi_i$

Alors le déphasage est $\varphi = Arctg\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right) = \varphi_u - \varphi_i$ peut être positif ou négatif.

Réactance positive $X = L\omega - \frac{1}{C\omega} > 0$	**Réactance négative** $X = L\omega - \frac{1}{C\omega} <$
Déphasage positif $\varphi = Arctg\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right) = \varphi_u - \varphi_i > 0$	Déphasage négatif $\varphi = Arctg\left(\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}\right) = \varphi_u - \varphi_i < 0$
	

Exemple 7 :

Une résistance de 25 Ω, un condensateur de 10 μF et une bobine d'inductance 0,1H qui possède une résistance interne de 12 Ω sont connectés en série. Déterminer pour une fréquence de 50 Hz :

1. L'impédance de la bobine et l'impédance du condensateur.
2. Le module de l'impédance du circuit global.
3. Quelle est la nature de la charge.

1. $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 314\, rd/s$

Bobine : $X_L = 314 \times 0,1 = 31,4\ \Omega$ **et** $Z_B = r + jX_L = 12 + 31,4j$
Condensateur : $X_c = \frac{1}{\omega C} = 318,47\Omega,\ Z_c = -318,47j\ \Omega$

2. **Circuit RLC**

$$Z_t = Z_R + Z_B + Z_C = 25 + 12 + 31,4\,j - 318,47\,j = (37 - 287,07j)\ \Omega$$

$$|Z_t| = \sqrt{37^2 + 287,07^2} = 289,44\Omega$$

3. **La charge est capacitive car X=-287.07<0 .**

Exemple 8 :

Dans le cas d'un circuit RLC série comportant une résistance de 200Ω, un condensateur de capacité 10 μF et une bobine d'inductance 20 mH.

1. Calculer son impédance pour une fréquence de 50 Hz.
2. Calculer le courant efficace dans le circuit pour une tension sinusoïdale de valeur maximale 300 V.

1. $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 314\, rd/s$

$$Z_R = 200\Omega,\ X_c = \frac{1}{\omega C} = 318\Omega, \qquad Z_c = -318j\ \Omega X_L = \omega L = 6,3\Omega,$$

$$Z_L = 6,3\,j\ \Omega$$

$$Z_t = Z_R + Z_L + Z_C = 200 + 6,3\,j - 318\,j = (200 - 312j)\ \Omega$$

2. $U_{Max} = 300V \qquad U_{eff} = \frac{300}{\sqrt{2}} = 212\ V$ **Alors** $I_{eff} = \frac{U_{eff}}{|Z|} = \frac{212}{\sqrt{200^2+312^2}} = $ **0.54 A**

Cas General des impédances

Impédance $\underline{Z} = R + jX$	Phase φ	Déphasage φ	P(W)	Q(VAR)	S(VA)	Nature du circuit
R≠ 0, $X > 0$	$arctg\left(\frac{X}{R}\right)$ $\varphi > 0$	Le courant en retard par rapport à la tension de φ	$P = UIcos\varphi$	$Q = UIsin\varphi$ Q>0	$\sqrt{P^2 + Q^2}$	Impédance Inductive
R≠ 0, $X < 0$	$arctg\left(\frac{X}{R}\right)$ $\varphi < 0$	Le courant en avance par rapport à la tension de $\lvert\varphi\rvert$	$P = UIcos\varphi$	$Q = UIsin\varphi$ Q<0	$\sqrt{P^2 + Q^2}$	Impédance capacitive
R≠ 0, $X = 0$	$\varphi = 0$	Le courant en phase avec la tension	$P = UI$	Q=0	S=P	Impédance purement résistive
R= 0, X>0	$\varphi = \frac{\pi}{2}$	Le courant en retard de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la tension	$P = 0$	$Q = UI$	S=Q	Impédance purement inductive
R= 0 , X<0	$\varphi = -\frac{\pi}{2}$	Le courant en avance de $\frac{\pi}{2}$ par rapport à la tension	$P = 0$	$Q = -UI$	$S = \lvert Q\rvert$	Impédance purement capacitive

2.7 Puissances électriques

On distingue plusieurs types de puissances.

Puissance instantanée : C'est le produit entre courant et tension instantanés :

$$p(t)=u(t)\times i(t)=U_M \sin(\omega t) \times I_M \sin(\omega t+\varphi)=U_M . I_M ((\cos(\varphi)-\cos(2\omega t+\varphi))\frac{1}{2}=$$

$$= U.I(\cos(\varphi)-U.I\cos(2\omega t+\varphi))$$

Avec U et I sont les valeurs efficaces des tensions et courants

Puissance fluctuante : Partie variable de la puissance instantanée: $P(t)= U_{eff}.I_{eff}\cos(2\omega t+\varphi)$

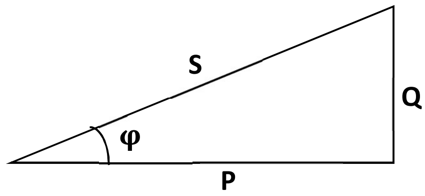
Puissance active. Valeur moyenne de la puissance instantanée qui correspond à un travail physique effectif, son unité est le *Watt* [W]. $P = UI\cos(\varphi)$

Puissance réactive. Puissance sans effet physique en termes de travail qui correspond à la partie « réactive » du courant, son unité est le **V**olt **A**mpère **R**éactif [VAR]. $Q = UI\sin(\varphi)$

Puissance apparente. son unité est le **V**olt **A**mpère [VA]. $S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Facteur de puissance. Le facteur de puissance $cos\varphi$ est le rapport de la puissance active sur la puissance apparente **k=**$cos\varphi = \frac{P}{S}$

Relation entre les puissances :

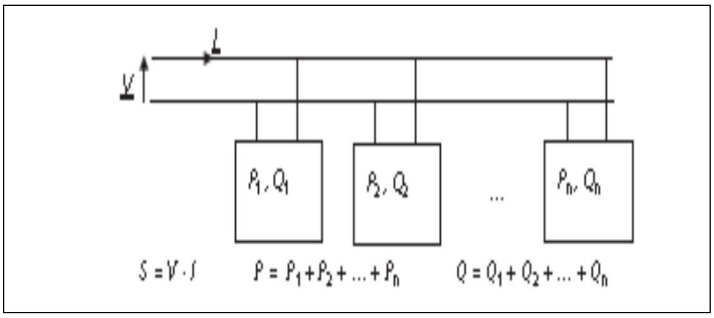


D'après le triangle des puissances

$$cos\varphi = \frac{P}{S}, sin\varphi = \frac{Q}{S}, tan\varphi = \frac{Q}{P}$$

2.7.1 Théorème de Boucherot.

- La puissance active d'un système est la somme des puissances actives des éléments le constituant. $P_T = \sum_i P_i$
- de même pour la puissance réactive. $Q_T = \sum_i Q_i$
- le théorème de Boucherot ne s'applique pas à la puissance apparente. $S_T \neq \sum_i S_i$
  Il faut utiliser la relation : $S_T = \sqrt{P^2 + S^2}$



Exemple 9 :

Une installation monophasée, 220 V, 50 Hz, comporte 20 lampes à incandescence de 75 W chacune et un moteur monophasé de puissance utile de 2 kW, de rendement η = 0,85 et de facteur de puissance cos φ = 0,6.

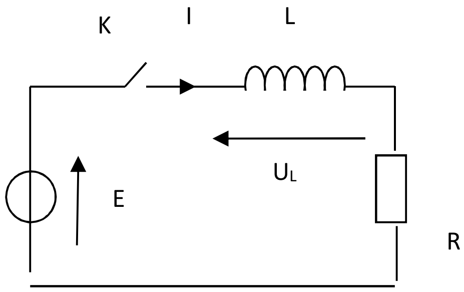
1. Représenter le schéma de l'installation.
2. Calculer l'intensité I_1 du courant dans les lampes.
3. Calculer la puissance active absorbée par le moteur.
4. Calculer l'intensité I_2 du courant dans le moteur
5. Calculer la puissance active totale P_t de l'installation, la puissance réactive totale Q_t de l'installation et la puissance apparente totale S_t de l'installation.
6. Calculer l'intensité totale I_t en ligne de l'installation, et le facteur de puissance de l'installation.

2.8 Régime transitoire.

Régime transitoire : est le régime d'évolution d'un système qui n'a pas encore atteint un état stable ou un régime établi (permanent ou périodique).

Régime permanent : Régime dans lequel ces grandeurs dépendent du temps mais les variations sont permanentes.

1.8.1 Circuit RL



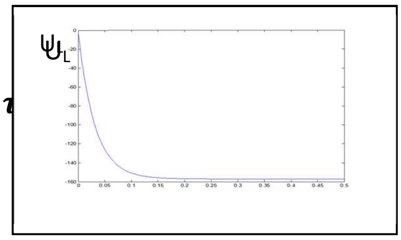
A l'instant t =0 on ferme l'interrupteur K.

$$E = L\frac{di(t)}{dt} + Ri(t)$$

$\frac{E}{R} = \frac{L}{R}\frac{di(t)}{dt} + i(t)$ On pose la Constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$

$I = Ae^{\frac{-t}{\tau}} + S_P$ *CI=0 donne* $I = \frac{E}{R}(1 - e^{\frac{-t}{\tau}})$

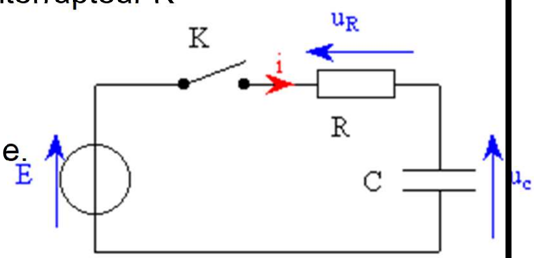
$U_L = L\frac{di}{dt} = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ Durée du régime transitoire : $t_{transitoire} = 3\tau$



1.8.2 Circuit RC (Charge et décharge d'un condensateur)

1) **Charge d'un condensateur**

A l'instant t = 0, U_c = 0 (condensateur déchargé), on ferme l'interrupteur K



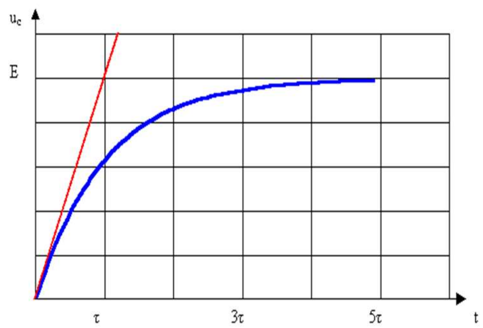
Loi des mailles : E = $u_R(t) + u_c(t)$

i(t) = $C\frac{du_c(t)}{dt}$ Donc : E = RC $\frac{du_c(t)}{dt}$ + $u_c(t)$ équation différentielle.

donc le produit RC = τ s'exprime en s.

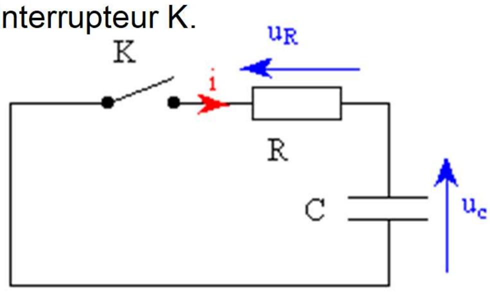
La solution de l'équation différentielle est de la forme : $u_c(t) = A\,e^{-\frac{t}{RC}} + B$

A et B constantes dépendant des conditions initiales et finales de la charge du condensateur. **u_c(t) est une fonction de type exponentielle.** Ici $u_c(0) = 0$ (condensateur déchargé au départ).



2) Décharge d'un condensateur

A l'instant t = 0, $u_c = E$ (condensateur chargé) et on ferme l'interrupteur K.



En utilisant le même principe que pour la charge,

on obtient l'équation différentielle :

$$0 = RC\frac{dU_c(t)}{dt} + U_c(t)$$

La solution de l'équation différentielle est encore de la forme : $u_c(t) = A\,e^{-\frac{t}{RC}} + B$

C.I. : $U_i = u_c(0) = E$

C.F. : On remplace C par un interrupteur ouvert. Alors $i = 0$ et $u_R(t) = 0$. Or $-u_R(t) = u_c(t) = 0 = U_\infty$.

La courbe de $u_c(t)$ est donc une exponentielle qui "part" de E et tend vers 0 :