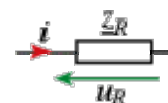


Nombres complexes en électrotechnique

SOLUTIONS test 1/

1. Soient $\underline{Z}_1 = -1 - \sqrt{3}j$, $\underline{Z}_2 = -1 + \sqrt{3}j$, $\underline{Z}_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}j$ et $\underline{Z}_4 = \frac{-\sqrt{3}}{2}j$ calculer :
- Le conjugué de \underline{Z}_1 : $\underline{Z}_1^* = -1 + \sqrt{3}j$
 - Le module de \underline{Z}_1 : $|\underline{Z}_1| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$
 - L'argument de \underline{Z}_1 : $\text{Arg}(\underline{Z}_1) = \text{arctg}\left(\frac{-\sqrt{3}}{-1}\right) = -120^\circ$
 - Le conjugué de \underline{Z}_2 : $\underline{Z}_2^* = -1 - \sqrt{3}j$
 - L'argument de \underline{Z}_2 : $\text{Arg}(\underline{Z}_2) = \text{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{-1}\right) = 120^\circ$
 - Le conjugué de \underline{Z}_3 : $\underline{Z}_3^* = -\frac{\sqrt{3}}{2}j$
 - Le module de \underline{Z}_3 : $|\underline{Z}_3| = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 - L'argument de \underline{Z}_3 : $\text{Arg}(\underline{Z}_3) = \text{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}}{0}\right) = 90^\circ$
 - L'argument de \underline{Z}_4 : $\text{Arg}(\underline{Z}_4) = \text{arctg}\left(\frac{-\sqrt{3}}{0}\right) = -90^\circ$
 - L'argument de $\frac{1}{\underline{Z}_1}$: $\text{Arg}\left(\frac{1}{\underline{Z}_1}\right) = 120^\circ$
 - L'argument de $\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}$: $\text{Arg}\left(\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}\right) = 240^\circ = -120^\circ$
 - L'argument de $\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_4$: $\text{Arg}(\underline{Z}_1 \underline{Z}_4) = 150^\circ$
 - Forme polaire de $\underline{Z}_1^2 = 4 \angle -240^\circ = 4 \angle 120^\circ$
 - Forme trigonométrique de $\underline{Z}_1^2 = 4(\cos(-240) + \sin(-240))$
 - Forme cartésienne de $\underline{Z}_1^2 = -2 + 3.46j$
 - Forme polaire de $\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} : \frac{2 \angle 120^\circ}{2 \angle -120^\circ} = 1 \angle 240^\circ$
 - Forme trigonométrique de $\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = \cos 240 + \sin(240^\circ)j$
 - Forme cartésienne de $\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}j$
 - Forme polaire de $\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_4 = \sqrt{3} \angle 150^\circ$
 - Forme trigonométrique de $\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_4 + \sqrt{3} (\cos(150^\circ) + \sin(150^\circ))$
 - Forme cartésienne de $\underline{Z}_1 \times \underline{Z}_4 = -1.5 + 0.866j$

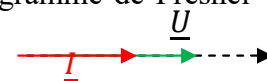
Deuxième exercice



Soit la tension $u_R(t) = \sqrt{2}100 \sin(\omega t + \varphi_u)$, $\omega = 2\pi f$ ou f est la fréquence en Hz $\varphi_u = 0$

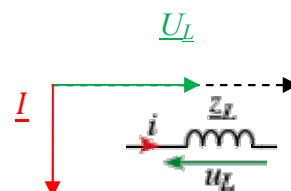
- Impédance complexe $\underline{Z}_R = \frac{U_R}{I_R} = R$ (démonstration cours).....

- Argument de l'impédance $Z_R = \arg(\underline{U}) - \arg(\underline{I}) = 0 = \varphi$
- Déphasage Courant i / tension $= \varphi_u - \varphi_i = \varphi = 0$
- Courant \underline{I} complexe : $\underline{I} = I \angle \varphi_i = I \angle 0^\circ$
- La tension \underline{U}_R est prise comme origine de phase placez le courant \underline{I} sur diagramme de Fresnel suivant :



2. soit $u_L(t) = \sqrt{2}100\sin(\omega t + \varphi_u)$, $\omega = 2\pi f$ ou f est la fréquence en Hz $\varphi_u = 0$

- Impédance complexe $Z_L = L\omega j$ (démonstration cours)
- Argument de l'impédance $Z_L = 90^\circ$
- Déphasage Courant i / tension $u_L = \varphi_u - \varphi_i = 90^\circ = \varphi$
- Courant \underline{I} complexe : $\underline{I} = I \angle \varphi_i = I \angle -90^\circ$
- La tension \underline{U}_L est prise comme origine de phase placez le courant \underline{I} sur diagramme de Fresnel suivant :



Soit $u_C(t) = \sqrt{2}100\sin(\omega t + \varphi_u)$, $\omega = 2\pi f$ ou f est la fréquence en Hz $\varphi_u = 0$

- Impédance complexe $Z_C = -\frac{1}{C\omega}j$(démonstration cours)
- Argument de l'impédance $Z_C = -90^\circ = \varphi$
- Déphasage Courant i / tension $u_C : \varphi = \varphi_u - \varphi_i = \varphi = -90^\circ$
- Courant \underline{I} complexe : $\underline{I} = I \angle \varphi_i = I \angle 90^\circ$
- La tension \underline{U}_C est prise comme origine de phase placez le courant \underline{I} sur diagramme de Fresnel suivant :

