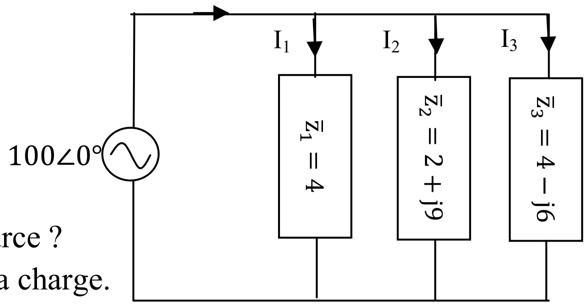
Solutions Exercice 4 du TDN° 1

Nombres complexes & Rappels sur les lois fondamentales de l'électricité

Exercice 4 :

Soit le circuit ci-dessous :

1) Calculer les courants complexes $\underline{I}_1, \underline{I}_2$ *et* $\underline{I}_3$ sous forme exponentielle et en déduire $\underline{I}$.
2) Calculer les puissances active, réactive et apparente dans les trois impédances.
3) En utilisant le théorème de Boucherot calculer les puissances active, réactive et apparente fournies par la source ?
4) Quel est le facteur de puissance. En Déduire la nature de la charge.
5) Vérifier les résultats trouvés en question 3 en utilisant la méthode directe.



I

Solution :

1) Calcul des courants complexes $\underline{I}_1, \underline{I}_2$ et $\underline{I}_3$ sous forme exponentielle :

Les impédances en forme exponentielle :

$\underline{Z}_1 = 4 \quad \Rightarrow |\underline{Z}_1| = 4\Omega$, $\quad$ Arg $(Z_1) = 0$ $\quad$ $\underline{Z}_1 = 4e^{j0}$

$\underline{Z}_2 = 2 + j9 \quad \Rightarrow |\underline{Z}_2| = 9.22\Omega,$ $\quad$ Arg $(\underline{Z}_2) = \text{Arctg}\left(\frac{9}{2}\right) = 77°.47$ $\quad$ $\underline{Z}_2 = 9.22e^{j77°.47}$

$\underline{Z}_3 = 4 - j6 \quad \Rightarrow |\underline{Z}_3| = 7.21\Omega,$ $\quad$ Arg $(\underline{Z}_3) = \text{Arctg}\left(\frac{-6}{4}\right) = -56°.31$ $\quad$ $\underline{Z}_3 = 7.21e^{-j56°.31}$

La loi d'ohm pour chaque branche nous donne les $\underline{I}_1, \underline{I}_2$ et $\underline{I}_3$:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_1} = \frac{100e^{j0°}}{4e^{j0°}} = 25e^{j0°}[A]$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_2} = \frac{100e^{j0°}}{9.21e^{j77.47°}} = 10.85e^{-j77.47°}[A]$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_3} = \frac{100e^{j0°}}{7.21e^{-j56.3°}} = 13.87e^{j56.3°}\ [A]$$

La loi des nœuds nous donne le courant $\underline{I}$ somme des courants $\underline{I}_1, \underline{I}_2$ et $\underline{I}_3$:

$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$

Pour la somme on utilise la forme cartésienne :

$\underline{I}_1 = 25[A]$

$\underline{I}_2 = 2.35 - j10.59\ [A]$

$\underline{I}_3 = 7.69 + j11.54\ \ [A]$

Alors $\quad \underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 25 + 2.35 - j10.59 + 7.69 + j11.54 = 35.04 + j0.95$

$|\underline{I}| = \sqrt{(35.04)^2 + (0.95)^2} = 35A$

$\text{Arg}(\underline{I}) = \text{Arctan}\left(\frac{0.95}{35.04}\right) = 1°.55$

2) Calcul des puissances active, réactive et apparente dans les trois impédances.

Impédance (charge)	$\underline{Z}_1 = 4$	$2 + j9$	$\underline{Z}_3 = 4 - j6$
$P = UI.cos\varphi$	$P_1 = 100 \times 25.\cos(0°)$ $P_1 = \mathbf{2500W}$	$P_2 = 100 \times 10.85.\cos(77°.47)$ $P_2 = \mathbf{235.4W}$	$P_3 = 100 \times 13.86\cos(-56.31)$ $\boldsymbol{P_3 = 769.37W}$
$Q = UI.sin\varphi$	$Q_1 = 100 \times 25.\sin(0°)$ $Q_1 = \mathbf{0VAR}$	$Q_2 = 100 \times 10.85.\sin(77°.47)$ $Q_2 = \mathbf{1059.16VAR}$	$Q_3 = 100 \times 13.86.\sin(-56.31)$ $Q_3 = \mathbf{-1154VAR}$
$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$	$S_1 = P_1 = \mathbf{2500VA}$	$S_2 = UI = 100 \times 10.85$ $S_2 = \mathbf{1085VA}$	$S_3 = UI = 100 \times 13.87$ $S_3 = \mathbf{1387VA}$

3) Calcul des puissances active, réactive et apparente fournies par la source en utilisant le théorème de Boucherot

$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 2500 + 235.4 + 769.37 = 3504.77W$

$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 + 1059.15 - 1154 = -94.84VAR$

$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(3504.77)^2 + (-94.84)^2} = 3506VA$

4) **Facteur de puissance** *:* $cos\varphi = \frac{P_T}{S_T} = \frac{3504.77}{3506} = 0.999$

Nature de la charge : Comme $Q_T < 0$ alors la charge est capacitive

5) Vérification des résultats par la méthode du calcul direct des puissances :

Puissance active : $P_T = U \times I \times \cos\varphi$ avec $\varphi_T = Arg(\underline{U}) - Arg(\underline{I}) = 0 - 1°.55 = 1°.55$

Alors $P_T = 100 \times 35 \times \cos(-1°.55) = 3498.72W$

Puissance réactive : $Q_T = U \times I \times \sin\varphi_T = 100 \times 35 \times \sin(-1°.55) = -94.67VAR$

Puissance apparente : $S_T = U \times I = 100 \times 35 = 3500VA$