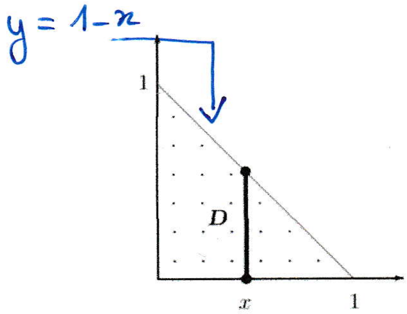
Université Mustafa Ben Boulaid Batna 2 — Faculté de Technologie — Département T.C.-S.T.
Unité d'Enseignement Fondamentale UEF3 — Maths 3 — Année Universitaire 2020/ 2021

Note :

Devoir à domicile : variante2

1) Calculez l'intégrale double suivante, puis changez l'ordre d'intégration. $I = \iint_D x^2 y \, dxdy$



Selon l'axe .Oy...

$0 \le x \le 1$ 0,5 $\quad$ $0 \le y \le 1-x$ 0,5

I= $\int_0^1 \left[\int_0^{1-x} x^2 y \, dy\right] dx = \int_0^1 x^2 \cdot \frac{y^2}{2}\Big|_0^{1-x} dx = \int_0^1 \frac{x^2}{2}\left[(1-x)^2-(0)^2\right] dx$ 0,25

$= \int_0^1 \frac{x^2}{2}(1+x^2-2x)\,dx = \int_0^1 \left(\frac{x^2}{2}+\frac{x^4}{2}-x^3\right) dx$

$= \frac{x^3}{6}+\frac{x^5}{10}-\frac{x^4}{4}\Big|_0^1 = \frac{(1)^3}{6}+\frac{(1)^5}{10}-\frac{(1)^4}{4}-0 = \boxed{\frac{1}{60}}$ 0,25

Changement d'ordre ⇒ selon ox

selon l'axe ox : - les bornes de y sont constantes.

$0 \le y \le 1$ 0,5 et $0 \le x \le 1-y$ 0,5

$I = \int_0^1 \left[\int_0^{1-y} x^2 y \, dx\right] dy = \int_0^1 \frac{x^3}{3} y \Big|_0^{1-y} dy = \int_0^1 \frac{y}{3}\left[(1-y)^3-(0)^3\right] dy$ 0,25

$= \int_0^1 \frac{y}{3}(1-3\times 1^2 \times y+3\times 1\times y^2-y^3)\,dy = \int_0^1 \frac{y}{3}(1-3y+3y^2-y^3)\,dy$

$= \int_0^1 \left(\frac{y}{3}-y^2+y^3-\frac{y^4}{3}\right) dy = \frac{y^2}{6}-\frac{y^3}{3}+\frac{y^4}{4}-\frac{y^5}{15}$

$= \left(\frac{1^2}{6}-\frac{1^3}{3}+\frac{1^4}{4}-\frac{1^5}{15}\right)-0$

$\boxed{I = \frac{1}{60}}$ 0,25

2) Etudier la nature des séries suivantes : **a)** $\sum_1^\infty \frac{\sqrt{n}}{n^2+\sqrt{n}}$ ***b)*** $\sum_0^\infty \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$

a) $\sum_1^\infty \frac{\sqrt{n}}{n^2+\sqrt{n}} \simeq \sum_1^\infty \frac{n^{\frac{1}{2}}}{n^2}$ par équivalence à l'infini

$\simeq \sum_1^\infty \frac{1}{n^{\frac{3}{2}}}$ 0,5 série de Rieman $\alpha = \frac{3}{2} > 1$

Converge 0,5

$\Rightarrow \sum_1^\infty \frac{\sqrt{n}}{n^2+\sqrt{n}}$ est convergente 0,5

b) $\sum_0^\infty \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ utilisant le critère de Cauchy

$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}} = \lim_{n\to\infty} \left[\left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}\right]^{\frac{1}{\cancel{n}}} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n = \boxed{\frac{1}{e}}$ 0,5 0,5

$l = \frac{1}{e} < 1 \Rightarrow \sum_0^\infty \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ Converge

0,5

Sous Gr :……..

Nom Prénom :

Nom Prénom :

Nom Prénom :

Nom Prénom :