

Nom et prénom :

Gr : Sous Gr :

Note :

Interrogation : variante 3

- 1) Changer l'ordre d'intégration ensuite calculer l'intégrale suivante avec deux méthodes

$$I = \int_0^{\pi} \int_0^1 2y \sin x \, dy \, dx$$

- 2) Etudier la nature de la série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2-7}$

Solution

1) $I = \int_0^{\pi} \int_0^1 2y \sin x \, dy \, dx \longrightarrow \int_0^1 \int_0^{\pi} 2y \sin x \, dx \, dy$ (0,5)

1^{ère} méthode

$$I = \int_0^1 \left[\int_0^{\pi} 2y \sin x \, dx \right] dy = \int_0^1 -2y \cos x \Big|_0^{\pi} dy = \int_0^1 -2y (\cos \pi - \cos 0) dy$$

$$= \int_0^1 -2y (-1 - 1) dy = \int_0^1 4y \, dy = 4 \frac{y^2}{2} \Big|_0^1 = 2((1)^2 - (0)^2) = 2$$
 (1)

2^{ème} méthode

$$I = \int_0^{\pi} \sin x \, dx \cdot \int_0^1 2y \, dy = -\cos x \Big|_0^{\pi} \cdot \frac{2y^2}{2} \Big|_0^1 = -(\cos \pi - \cos 0) \times ((1)^2 - (0)^2)$$

(0,5) (0,25) (0,25)

$$I = -(-1 - 1) \times 1 \Rightarrow I = 2$$

2) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2-7}$ par équivalence à l'infini

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2-7} \approx \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \dots (1) \text{ c'est la série harmonique } \underline{DV}$$
 (0,5)

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n^2-7} \quad \underline{DV} \quad (1)$$