Université Mustafa Ben Boulaid Batna 2 — Faculté de Technologie — Département T.C.-S.T.
Unité d'Enseignement Fondamentale UEF3 — Maths 3 — Année Universitaire 2020/ 2021

Nom et prénom :

Gr : ***Sous Gr :***

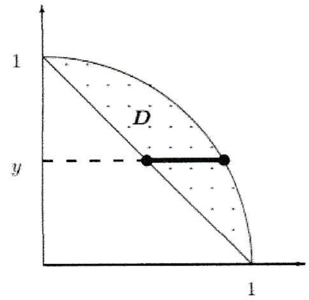
Note :

Interrogation : variante8

1) Calculer l'intégrale suivante selon le chemin ox

$I = \iint_D xy^2 dxdy$ où

$D = \{(x,y) | x+y \geq 1, x^2+y^2 \leq 1\}$



2) Etudier la nature de la série $\sum_1^\infty \frac{1}{n(n+1)}$

Solution

1) selon ox : les bornes de y sont constantes.

$0 \leq y \leq 1$ ... 0,5

$1-y \leq x \leq \sqrt{1-y^2}$ 0,5

$I = \int_0^1 \left[\int_{1-y}^{\sqrt{1-y^2}} x y^2 \, dx\right] dy$ 0,5 $= \int_0^1 y^2 \cdot \frac{x^2}{2}\Big|_{1-y}^{\sqrt{1-y^2}} dy = \int_0^1 \frac{y^2}{2}\left[(\sqrt{1-y^2})^2-(1-y)^2\right]dy$

$= \int_0^1 \frac{y^2}{2}\left[1-y^2-(1+y^2-2y)\right]dy = \int_0^1 \frac{y^2}{2}(\cancel{1}-y^2-\cancel{1}-y^2+2y)\,dy$

$= \int_0^1 \frac{y^2}{\cancel{2}}(-\cancel{2}y^2+\cancel{2}y)\,dy = \int_0^1(-y^4+y^3)\,dy = -\frac{y^5}{5}+\frac{y^4}{4}\Big|_0^1$

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{5} - 0 = \boxed{\frac{1}{20}}$ 1

2) $\sum_1^\infty \frac{1}{n(n+1)}$ par équivalence à l'infini

$\sum_1^\infty \frac{1}{n(n+1)} \simeq \sum_1^\infty \frac{1}{n^2}$ 1 c'est la série de Rieman $\alpha = 2 > 1$ 0,5 0,5 CV

$\Rightarrow \sum_1^\infty \frac{1}{n(n+1)}$ CV 0,5