

***TD N°04 : Les séries numériques I*****Exercice n°01**

a) Etudier la nature des séries suivantes en calculant la somme en cas de convergence :

1)  $\sum_{n \geq 0} \frac{1}{(n+1)(n+2)}$

2)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

b) Etudier la nature des séries suivantes en utilisant la condition nécessaire de la convergence :

1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$

2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \ln(n)^2$

c) Dédurre la limite du terme générale  $U_n$  des séries suivantes si c'est possible ?

1) La série  $\sum_{n \geq 1} \sin^3\left(\frac{1}{n}\right)$  est convergente

2) La série  $\sum_{n \geq 0} \cos n$  est divergente

**Exercice n°02**

Donner la nature des séries suivantes :

1)  $\sum_{n \geq 0} \frac{5^n + (-2)^n}{10^n}$

2)  $\sum_{n \geq 0} \cos n$

3)  $\sum_{n \geq 2} \frac{\ln(n)}{n2^n}$

4)  $\sum_{n \geq 1} n e^{-n^2}$

5)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2 \ln(n)}$

6)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n(\log n)^4}$

7)  $\sum_{n \geq 0} 2^n$

8)  $\sum_{n=3}^{+\infty} 3^{-n+2} + 2^{-n+3}$

9)  $\sum_{n=0}^{+\infty} \ln(1 + e^{-2n})$

10)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n \sin^2(n)}$

11)  $\sum_{n \geq 0} \frac{1 + \sqrt{n}}{n^2 + 3}$

**Exercice n°03**

En utilisant le critère de Cauchy et le critère d'Alembert, donner la nature des séries suivantes :

1)  $\sum_{n \geq 1} \frac{n^n}{n!}$

2)  $\sum_{n \geq 1} \left(\frac{2n+1}{3n+4}\right)^n$

3)  $\sum_{n \geq 2} (\ln(n))^{-n}$

4)  $\sum_{n \geq 0} \frac{n}{2^n}$

5)  $\sum_{n \geq 1} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$

6)  $\sum_{n \geq 0} \frac{n^3}{(n+1)!}$