Chapitre I : Rappels Mathématiques

1. Equations aux dimensions d'une grandeur physique

1.1. Grandeur physique

La physique est une science basée sur l'observation des phénomènes physiques. Elle a pour but de décrire la matière et l'espace et d'étudier leurs propriétés et leurs comportements.

L'étape la plus importante pour pouvoir étudier un problème physique est l'identification des variables (appelées aussi grandeurs physiques).

Nous distinguons deux types des mesures des grandeurs physiques :

- ***Les mesures directes :*** le résultat de la mesure directe est donné par un appareil : mesure de la longueur par une règle, mesure du temps par un chronomètre, …
- ***Les mesures indirectes :*** se résultent des mesures directes avec l'utilisation des relations mathématiques constituant les lois de la physique : mesure de la vitesse $\left(v = \frac{x}{t}\right)$, …..

1.2. Analyse dimensionnelle

1.2.1. Unités fondamentales

Les unités fondamentales formant le système international (SI), se notent MKSA (M : Mètre, K : Kilogramme, S : Seconde et A : Ampère).

Il est d'usage en mécanique d'utiliser les trois premières unités :

- unité de longueur (mètre, m),
- unité de masse (kilogramme, kg) et
- unité de temps (seconde, s).

A l'aide de ces trois unités fondamentales, on peut construire des unités dérivables, par exemple vitesse ($m.s^{-1}$), force ($N = kg.m.s^{-2}$), énergie ($Joule = kg.m^2.s^{-2}$).

1.2.2. Analyse dimensionnelle

L'analyse dimensionnelle est d'une importance capitale dans le traitement d'un problème physique. Nous l'utilisons souvent pour vérifier une formule physique pour s'assurer que les deux parties d'une équation ont la même unité (ou la même dimension).

Par exemple si $x = vt$, alors la dimension de x doit être égale à la dimension de vt.

Les relations entre les unités peuvent être facilement établies en utilisant les équations aux dimensions. Pour une grandeur physique G, sa dimension sera noté [G], tel que :

$[G] = M^{\alpha} L^{\beta} T^{\gamma}$

Avec M : Masse, L : longueur et T : temps.

Exemple :

Vitesse v: $[v] = LT^{-1}$, force F: $[F] = MLT^{-2}$, énergie E: $[E] = ML^2T^{-2}$, …

En mécanique, une grandeur physique est sans dimension si $\alpha = \beta = \gamma = 0$.

Si deux grandeurs physiques G et G' ayant respectivement les dimensions $[G] = M^{\alpha}L^{\beta}T^{\gamma}$ et $[G'] = M^{\alpha'}L^{\beta'}T^{\gamma'}$. L'égalité $G = G'$ ne peut avoir lieu que si $\alpha = \alpha', \beta = \beta' et\ \gamma = \gamma'$.

2. Calcul vectoriel

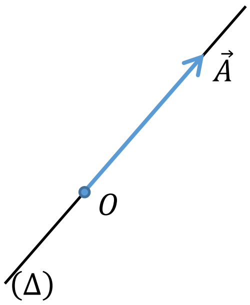
2.1. Notions sur le vecteur

En physique, les grandeurs sont de deux types scalaires et vectorielles.

Un scalaire, telles que la longueur, le temps, etc., est représenté symboliquement par une lettre $l, t, etc.$ et on lui attribue un nombre réel pour sa caractérisation.

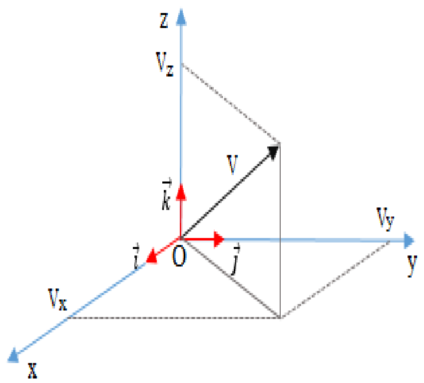
Un vecteur, noté symboliquement par $\overrightarrow{OA}, \vec{A}, \vec{a}, etc.$, est défini par :

- Son origine ou point d'application,
- sa direction qui est celle de la droite (Δ) portant le vecteur,
- son sens qui oriente le vecteur en allant de son origine par une flèche,
- son module (ou norme) qui est la longueur OA.



2.2. Opérations sur les vecteurs

a) Composantes d'un vecteur



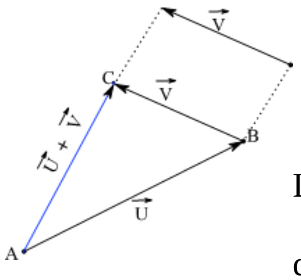
Dans une base orthonormée de base $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, on montre que tout vecteur $\vec{V}$ se décompose de manière unique sous la forme :

$$\vec{V} = V_x\vec{\imath} + V_y\vec{\jmath} + V_z\vec{k}$$

Les réels $V_x, V_y\ et\ V_z$ sont les coordonnées de $\vec{V}$. On représente alors le vecteur comme un vecteur colonne :

$$\vec{V}\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$$

b) Somme de vecteurs



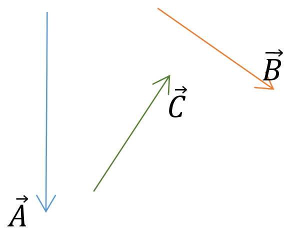
Par définition, la somme de deux vecteurs $\vec{W} = \vec{U} + \vec{V}$ est un vecteur, dont on obtient la représentation en mettant bout à bout les deux vecteurs et en joignant les extrémités.

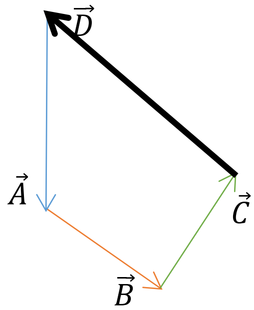
La somme (résultante) des vecteurs $\vec{V} = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix}$ et $\vec{U} = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix}$ s'écrit dans la même base :

$$\vec{V} + \vec{U} = \begin{pmatrix} V_x + U_x \\ V_y + U_y \\ V_z + U_z \end{pmatrix}$$

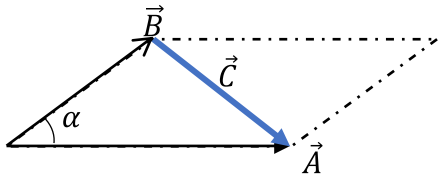
L'opération est commutative.

La somme géométrique de plusieurs vecteurs :





c) Différence (ou soustraction) de vecteurs



$$\vec{W} = \vec{U} - \vec{V} = \vec{U} + (-\vec{V}) = -\vec{V} + \vec{U}$$

Tel que $\vec{V}$ et $(-\vec{V})$ sont des vecteurs opposés.

La somme de deux vecteurs opposés est nulle $(\vec{V} - \vec{V} = 0)$.

La soustraction des vecteurs n'est pas commutative :

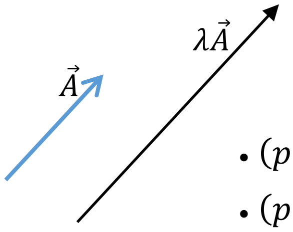
$$\vec{U} - \vec{V} \neq \vec{V} - \vec{A}$$

Remarque

Si l'on connait les coordonnées de deux points A et B dans une base on peut facilement calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$:

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix};\ \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$$

d) Multiplication d'un vecteur par un scalaire

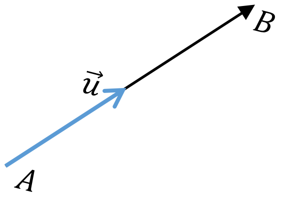


Le produit d'un vecteur $\vec{A}$ par un scalaire λ est un vecteur noté $\lambda\vec{A}$

Si $\vec{A}, \vec{B}$ sont des vecteurs et $p\ et\ q$ sont des scalaires, on a alors :

- $(pq)\vec{A} = p(q\vec{A}) = q(p\vec{A})$.
- $(p+q)\vec{A} = p\vec{A} + q\vec{A}$.
- $p(\vec{A}+\vec{B}) = p\vec{A} + p\vec{B}$.

e) Vecteurs unitaires

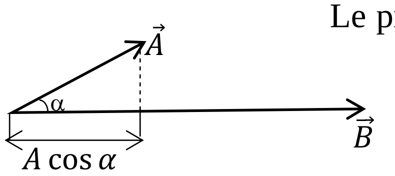


Soit $\overrightarrow{AB}$ un vecteur quelconque de module AB. Le vecteur unitaire $\vec{u}$ est un vecteur dont le module correspond à l'unité,

$$\vec{u} = \frac{\overrightarrow{AB}}{AB}$$

f) Produit scalaire

Expression géométrique du produit scalaire



Le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{A}\ et\ \vec{B}$, faisant entre eux un angle α, noté par $\vec{A}.\vec{B}$ et qu'on lit $\vec{A}\ scalaire\ \vec{B}$, est définit comme le produit des modules de $\vec{A}$ et de $\vec{B}$ par le cosinus de α :

$$\vec{A}.\vec{B} = \|\vec{A}\|.\|\vec{B}\|.\cos\alpha \text{ tel que } 0 \leq \alpha \leq \pi$$

Le produit scalaire est commutatif : $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$

Le résultat est un scalaire et non un vecteur

Le produit scalaire satisfait les règles suivantes :

- $\vec{A}.(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}.\vec{B} + \vec{A}.\vec{C}$.
- $p(\vec{A}.\vec{B}) = (p\vec{A}).\vec{B} + \vec{A}.(p\vec{B}) = (\vec{A}.\vec{B})p$ tel que p est un scalaire.

Expression analytique du produit scalaire

Si $\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\vec{k}$ et $\vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}$

Et comme pour un repère Orthonormée perpendiculaire, on a :

$\vec{\imath}.\vec{\imath} = \vec{\jmath}.\vec{\jmath} = \vec{k}.\vec{k} = 1$ et $\vec{\imath}.\vec{\jmath} = \vec{\imath}.\vec{k} = \vec{\jmath}.\vec{k} = 0$

donc :

$$\vec{A}.\vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Remarque

Si $\vec{A}.\vec{B} = 0$ et si $\vec{A}$ et $\vec{B}$ ne sont pas des vecteurs nuls, alors $\vec{A}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaires.

La norme d'un vecteur peut s'exprimer comme un produit scalaire :

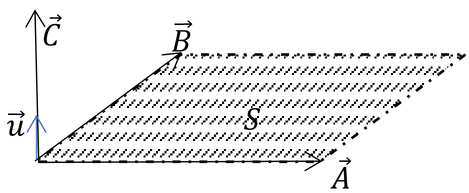
$\vec{A}.\vec{A} = A^2 = {A_x}^2 + {A_y}^2 + {A_z}^2$

D'où

$\|\vec{A}\| = A = \sqrt{{A_x}^2 + {A_y}^2 + {A_z}^2}$

g) Produit vectoriel

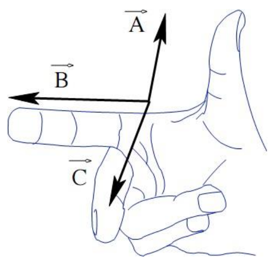
Expression géométrique du produit vectoriel



Le produit vectoriel de deux vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ est un vecteur $\vec{C}$, qu'on note $\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$ et qu'on lit $\vec{A}$ *vectoriel* $\vec{B}$.

Il est défini par :

$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B} = \|\vec{A}\|.\|\vec{B}\|.\sin\alpha\,.\vec{u}$$



Où $\vec{u}$ est un vecteur unitaire indiquant la direction de $\vec{C}$, qui est perpendiculaire au plan des vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ et de sens tel que le trièdre $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ soit direct.

Son sens est donné par la règle des trois doigts de la main droite.

Le module $\|\vec{C}\| = \|\vec{A} \wedge \vec{B}\|$ est la surface (aire) d'un parallélogramme de cotés $\vec{A}$ et $\vec{B}$.

Remarque

Le produit vectoriel n'est pas commutatif, il dépend de l'ordre des deux vecteurs, donc $\vec{A} \wedge \vec{B}$ et $\vec{B} \wedge \vec{A}$ sont deux vecteurs opposés.

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = -(\vec{B} \wedge \vec{A})$$

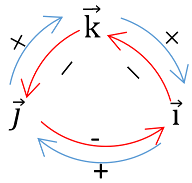
Le produit vectoriel satisfait les règles suivantes :

- $\vec{A} \wedge (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \wedge \vec{B} + \vec{A} \wedge \vec{C}$.
- $p(\vec{A} \wedge \vec{B}) = (p\vec{A}) \wedge \vec{B} = \vec{A} \wedge (p\vec{B}) = (\vec{A} \wedge \vec{B})p$ où p est un scalaire.
- Si $\vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{0}$ et $\vec{A}$ et $\vec{B}$ ne sont pas des vecteurs nuls, alors $\vec{A}$ et $\vec{B}$ sont parallèles.

Expression analytique du produit vectoriel

Si $\vec{\imath} \wedge \vec{\imath} = \vec{\jmath} \wedge \vec{\jmath} = \vec{k} \wedge \vec{k} = \vec{0}$

Et $\begin{cases} \vec{\imath} \wedge \vec{\jmath} = -(\vec{\jmath} \wedge \vec{\imath}) = \vec{k} \\ \vec{\jmath} \wedge \vec{k} = -(\vec{k} \wedge \vec{\jmath}) = \vec{\imath} \\ \vec{k} \wedge \vec{\imath} = -(\vec{\imath} \wedge \vec{k}) = \vec{\jmath} \end{cases}$



Si $\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\vec{k}$ et $\vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}$, alors :

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \left(A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\vec{k}\right) \wedge \left(B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}\right)$$

$$= (A_x\vec{\imath}) \wedge \left(B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}\right) + \left(A_y\vec{\jmath}\right) \wedge \left(B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}\right) + \left(A_z\vec{k}\right) \wedge \left(B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}\right)$$

$$= A_xB_x(\vec{\imath} \wedge \vec{\imath}) + A_xB_y(\vec{\imath} \wedge \vec{\jmath}) + A_xB_z\left(\vec{\imath} \wedge \vec{k}\right) + A_yB_x(\vec{\jmath} \wedge \vec{\imath}) + A_yB_y(\vec{\jmath} \wedge \vec{\jmath}) + A_yB_z\left(\vec{\jmath} \wedge \vec{k}\right) + A_zB_x\left(\vec{k} \wedge \vec{\imath}\right) + A_zB_y\left(\vec{k} \wedge \vec{\jmath}\right) + A_zB_z\left(\vec{k} \wedge \vec{k}\right)$$

$$= A_xB_y\left(+\vec{k}\right) + A_xB_z(-\vec{\jmath}) + A_yB_x\left(-\vec{k}\right) + A_yB_z(+\vec{\imath}) + A_zB_x(+\vec{\jmath}) + A_zB_y(-\vec{\imath})$$

$$= \left(A_yB_z - A_zB_y\right)\vec{\imath} - (A_xB_z - A_zB_x)\vec{\jmath} + \left(A_xB_y - A_yB_x\right)\vec{k}$$

Ou encore

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \overbrace{\vec{\imath}}^{+} & \overbrace{\vec{\jmath}}^{-} & \overbrace{\vec{k}}^{+} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} \vec{\imath} - \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} \vec{\jmath} + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$= \left(A_yB_z - A_zB_y\right)\vec{\imath} - (A_xB_z - A_zB_x)\vec{\jmath} + \left(A_xB_y - A_yB_x\right)\vec{k}$$

h) Produit mixte

Soient $\vec{A}$, $\vec{B}$ et $\vec{C}$ des vecteurs définis dans le système de coordonnées cartésiennes par :

$$\vec{A} = A_x\vec{\imath} + A_y\vec{\jmath} + A_z\vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x\vec{\imath} + B_y\vec{\jmath} + B_z\vec{k}$$

$$\vec{C} = C_x\vec{\imath} + C_y\vec{\jmath} + C_z\vec{k}$$

Le produit mixte est défini par :

$$\vec{A}.\left(\vec{B} \wedge \vec{C}\right) = \vec{C}.\left(\vec{A} \wedge \vec{B}\right) = \vec{B}.\left(\vec{C} \wedge \vec{A}\right)$$

Ce produit mixte représente le volume d'un parallélépipède de cotés A, B et C.

3. Systèmes de coordonnées

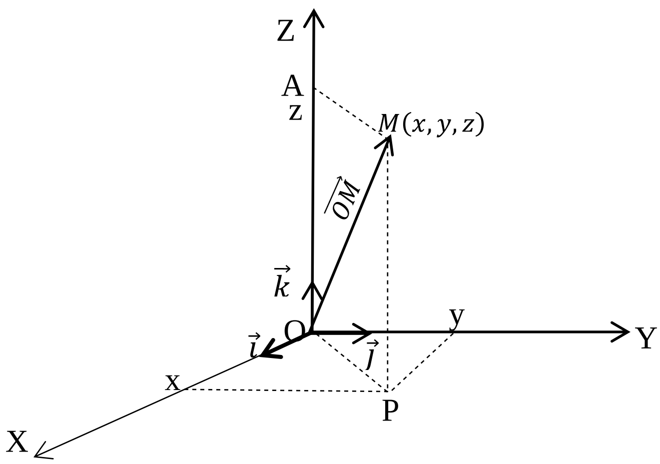
Un système de coordonnées est un système de référence qui nous permettra de repérer un point M dans l'espace.

Pour cette raison, le système de coordonnées utilisé doit comprendre :

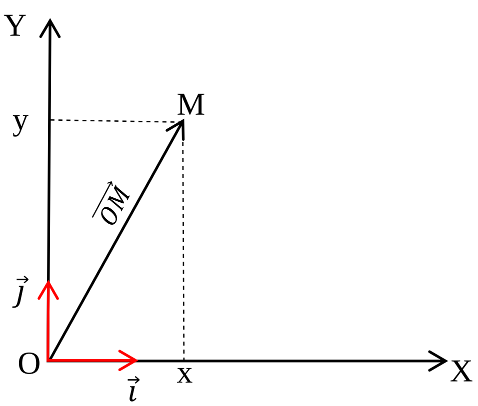
- un point de référence (l'origine), souvent noté O,
- un système d'axes orientés et
- des règles mathématiques pour préciser la position du point matériel M dans l'espace par rapport à l'origine et aux axes.

Dans ce qui suit, nous allons rappeler les principaux systèmes de coordonnées.

3.1. Coordonnées cartésiennes



Dans l'espace



dans le plan

Définition des coordonnées cartésiennes.

Le vecteur position en coordonnées cartésiennes est définit par :

$\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$ (dans l'espace)

$\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ (dans le plan)

3.2. Coordonnées cylindriques

Dans le cas d'une symétrie cylindrique, il est commode d'utiliser le système de coordonnées cylindriques (r, θ, z) définies dans la base$\left(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \vec{k}\right)$ de la manière suivante :

P : correspond à la projection du point matériel M sur le plan (XOY), tel que :

$\overrightarrow{OP} = r\overrightarrow{e_r}$ avec $0 \leq r < +\infty$ et $\overrightarrow{e_r}$: vecteur unitaire mobile.

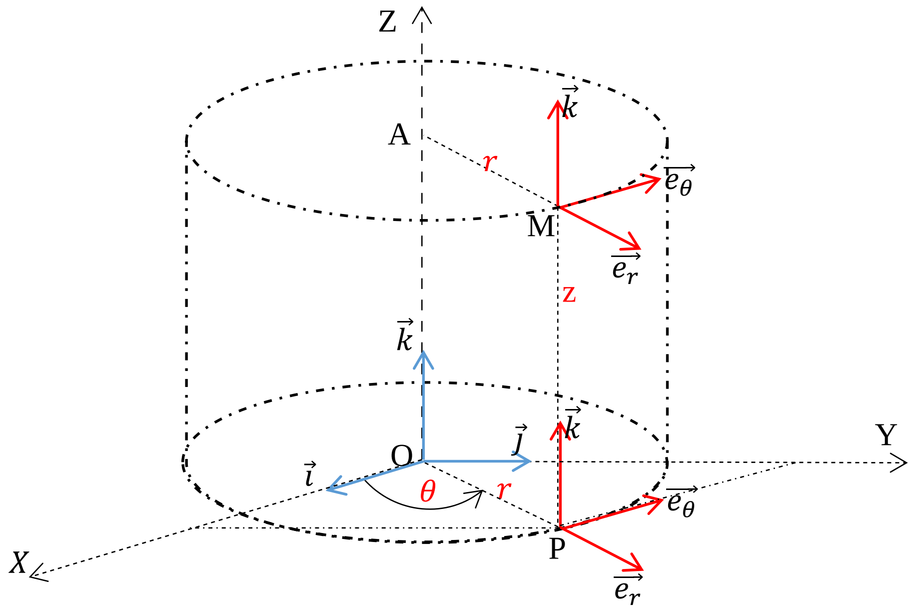
P décrit le cercle horizontal lorsque θ varie de 0 à 2π.

θ est l'angle qui marque l'écart angulaire entre l'axe (OX) et r correspondant à la projection de M sur le plan (XOY).

$\overrightarrow{e_\theta}$: vecteur directement perpendiculaire à $\overrightarrow{e_r}$, il est défini à partir de la variable θ.

A : projection de M sur l'axe (OZ), tel que :

$\overrightarrow{OA} = z\vec{k}$



Définition des coordonnées cylindriques.

Le vecteur position en coordonnées cylindriques est définit par :

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM}$ avec $\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{OA} = z\vec{k}$

Donc :

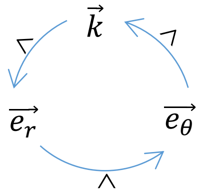
$\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{e_r} + z\vec{k}$

Propriétés :

$*$ La base $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta}, \vec{k})$ est une base orthonormée, c à d :

- $\overrightarrow{e_r}.\overrightarrow{e_r} = \overrightarrow{e_\theta}.\overrightarrow{e_\theta} = \vec{k}.\vec{k} = 1$ vecteurs normés
- $\overrightarrow{e_r}.\overrightarrow{e_\theta} = \overrightarrow{e_\theta}.\vec{k} = \vec{k}.\overrightarrow{e_r} = 0$ vecteurs orthogonaux
- Et directe dans le sens:

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_r} \wedge \overrightarrow{e_\theta} = \vec{k} \\ \overrightarrow{e_\theta} \wedge \vec{k} = \overrightarrow{e_r} \\ \vec{k} \wedge \overrightarrow{e_r} = \overrightarrow{e_\theta} \end{cases}$$



$*$ $\overrightarrow{e_r} = \frac{\overrightarrow{OP}}{\|\overrightarrow{OP}\|}$, $\overrightarrow{e_\theta}$ est déterminé tel que $\overrightarrow{e_r}.\overrightarrow{e_\theta} = 0$ et $\|\overrightarrow{e_\theta}\| = 1$ et $\vec{k}$ est un vecteur fixe de la base cartésienne.

Les coordonnées cylindriques sont liées aux coordonnées cartésiennes par :

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \\ z = z \end{cases} \quad \text{et / ou} \quad \begin{cases} r = \sqrt{x^2+y^2} \\ \tan\theta = \frac{y}{x} \\ z = z \end{cases}$$

3.3. Coordonnées sphériques

Dans le cas d'une symétrie sphérique autour d'un point O, il est commode d'appliquer le système de coordonnées sphériques (ρ, φ, θ) définies dans la base $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \overrightarrow{e_\theta})$.

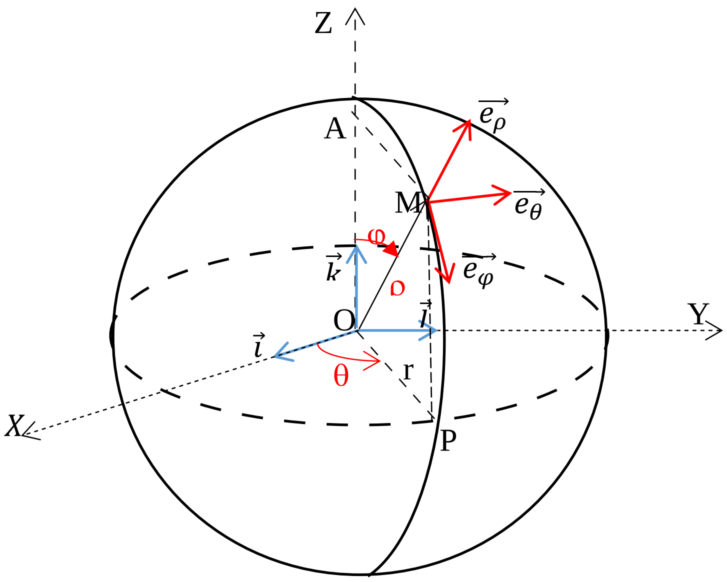
Dans ce cas, les coordonnées sphériques d'un point M de l'espace sont définies par :

La coordonnée radiale ρ correspond à la distance de l'origine O du repère au point M, tel que :

$\overrightarrow{OM} = \rho\overrightarrow{e_\rho}$ avec $0 \leq \rho < +\infty$

La coordonnée angulaire φ correspond à l'angle que fait $\overrightarrow{OM}$ avec l'axe (OZ). Cet angle, compris entre 0 et π, est appelé colatitude (angle complémentaire de la latitude).

La coordonnée angulaire θ correspond à l'angle que fait l'axe (OX) avec $\overrightarrow{OP}$ correspondant à la projection de $\overrightarrow{OM}$ sur le plan (XOY). Cet angle, compris entre 0 et 2π, est appelé la longitude.



Définition des coordonnées sphériques.

La base du système des coordonnées sphériques est définie par les vecteurs unitaires $(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \overrightarrow{e_\theta})$, tel que :

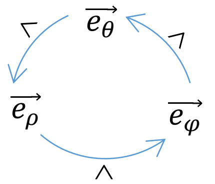
- $\overrightarrow{e_\rho}$ est porté par $\overrightarrow{OM}$ avec $\overrightarrow{e_\rho} = \frac{\overrightarrow{OM}}{\|\overrightarrow{OM}\|}$.
- $\overrightarrow{e_\theta}$ est déjà défini (en coordonnées cylindriques).

- On peut alors définir un troisième vecteur unitaire $\overrightarrow{e_\varphi}$ de sorte que la base $\left(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \overrightarrow{e_\theta}\right)$ soit un trièdre direct, il vient que $\overrightarrow{e_\varphi}$ est tangent au méridien et contenu dans le demi plan méridien $(\overrightarrow{OZ}, \overrightarrow{OM})$ et est perpendiculaire à $\overrightarrow{e_\rho}$ dans le sens des φ croissants.

La base sphérique $\left(\overrightarrow{e_\rho}, \overrightarrow{e_\varphi}, \overrightarrow{e_\theta}\right)$ est orthonormée et directe, elle est définie par :

- $\overrightarrow{e_\rho}.\overrightarrow{e_\rho} = \overrightarrow{e_\theta}.\overrightarrow{e_\theta} = \overrightarrow{e_\varphi}.\overrightarrow{e_\varphi} = 1$ vecteurs normés
- $\overrightarrow{e_\rho}.\overrightarrow{e_\theta} = \overrightarrow{e_\theta}.\overrightarrow{e_\varphi} = \overrightarrow{e_\varphi}.\overrightarrow{e_\rho} = 0$ vecteurs orthogonaux
- et directe dans le sens:

$$\begin{cases} \overrightarrow{e_\rho} \wedge \overrightarrow{e_\varphi} = \overrightarrow{e_\theta} \\ \overrightarrow{e_\theta} \wedge \overrightarrow{e_\rho} = \overrightarrow{e_\varphi} \\ \overrightarrow{e_\varphi} \wedge \overrightarrow{e_\theta} = \overrightarrow{e_\rho} \end{cases}$$



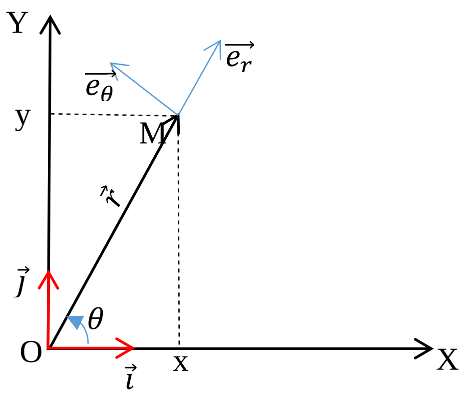
Le vecteur position en coordonnées sphériques est définit par :

$$\overrightarrow{OM} = \rho\overrightarrow{e_\rho}$$

Les coordonnées sphériques sont liées aux coordonnées cartésiennes par :

$$\begin{cases} x = \rho \sin\varphi \cos\theta \\ y = \rho \sin\varphi \sin\theta \\ z = \rho \cos\varphi \end{cases} \quad \text{et/ou} \quad \begin{cases} \rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \tan\theta = \frac{y}{x} \\ \cos\varphi = \frac{z}{\rho} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} \end{cases}$$

3.4. Coordonnées polaires



Définition des coordonnées polaires.

On utilise ces coordonnées dans le cas où le point M se déplace dans un plan où les coordonnées cartésiennes sont moins adaptées.

C'est un cas particulier des coordonnées cylindriques ou sphériques (projection des coordonnées cylindriques ou sphériques dans le plan (XOY)).

Le vecteur position dans ce repère s'écrit :

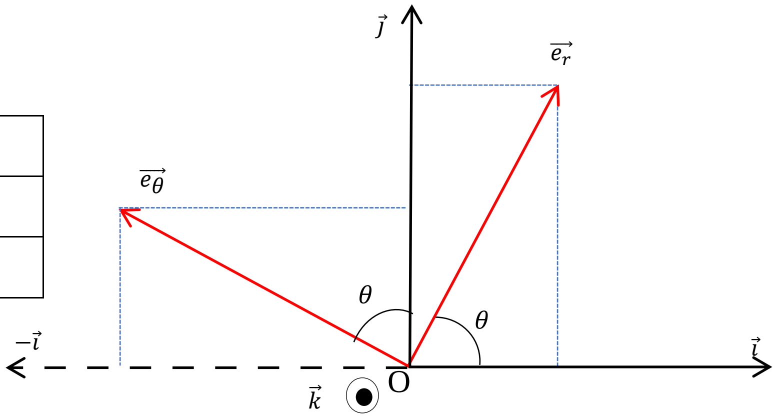
$$\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{e_r}$$

Les relations qui lient les coordonnées cartésiennes aux coordonnées polaires sont :

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \tan\theta = \frac{y}{x} \end{cases}$$

La matrice de passage de la base cartésienne à la base polaire est donnée par projection des vecteurs unitaires polaires mobiles $(\overrightarrow{e_r}, \overrightarrow{e_\theta})$ dans le plan (XOY), on obtient :

	$\overrightarrow{e_r}$	$\overrightarrow{e_\theta}$
$\vec{\imath}$	$\cos\theta$	$-\sin\theta$
$\vec{\jmath}$	$\sin\theta$	$\cos\theta$



Correspondance entre les vecteurs unitaires cartésiens et polaires.

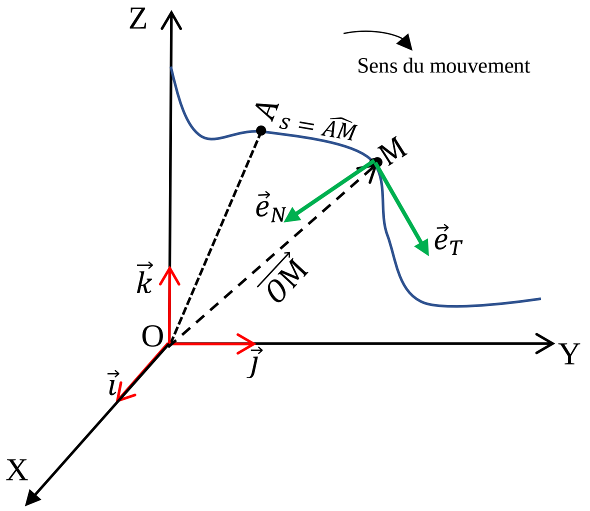
3.5. Coordonnées curvilignes

L'abscisse curviligne, notée s, nous permet de repérer la position du mobile sur la trajectoire elle-même :

- –On oriente la trajectoire au hasard.
- –On choisit un point fixe A sur la trajectoire, comme étant l'origine des abscisses.
- –L'arc obtenu en allant de A à M et appartenant à la trajectoire représente la coordonnée curviligne s.
- –La trajectoire est orientée dans le sens du mouvement.

On définit :

- ✓ $\vec{e}_T$: le vecteur unitaire tangent à la courbe et orienté dans le sens du mouvement.
- ✓ $\vec{e}_N$: le vecteur unitaire normal à $\vec{e}_T$ et dirigé selon la concavité de la trajectoire.



Définition des coordonnées curvilignes.