TD N° 3
Logique des Propositions (suite et fin)

Représentations des connaissances (Formalisation)
Algorithme de Résolution

Exercice6 : **Sémantique : Algorithme de résolution par réfutation : Preuve par Résolution : Représentations des connaissances.**

Première question: (l'univers de discours n'est pas donné)
On considère les propositions suivantes :

1. Imène ne réussira pas le cours.
2. Maissa n'échouera pas au cours.
3. Maissa et Malik réussiront le cours.
4. Malik réussira le cours seulement s'il n'est pas fatigué.
5. Malik réussira le cours à moins qu'il ne soit fatigué.
6. Malik ne réussira pas le cours ou bien Maissa le réussira.
7. Malik ne réussira pas le cours mais Maissa le réussira.
8. Ni Malik, ni Maissa ne réussiront le cours.
9. Malik et Maissa ne réussiront pas tous les deux le cours.
10. Malik réussira le cours, ainsi que Maissa ou Imène
11. Si Malik réussit le cours alors Maissa aussi, et Malik le réussira
12. Si Malik réussit le cours, alors Maissa et Malik le réussiront tous les deux

Exprimer ces propositions en logique des propositions.

Remarque : Il faut d'abord constituer l'univers du discours c'est-à-dire il faut d'abord rechercher dans le texte toutes les propositions dont on a besoin (un exemple a été vu au cours).

Solution :
Un univers du discours « possible » sera :
i : Imène réussira le cours
s : Maissa réussira le cours
m : Malik réussira le cours
f : Malik est fatigué

1. Imène ne réussira pas le cours. **i**
2. Maissa n'échouera pas au cours. **$\neg(\neg s)$ donc s**
3. Maissa et Malik réussiront le cours. **$s \wedge m$**
4. Malik réussira le cours seulement s'il n'est pas fatigué. **$\neg f \rightarrow m$ ou $m \leftrightarrow \neg f$ (2 solutions)**
5. Malik réussira le cours à moins qu'il ne soit fatigué. **$m \vee \neg f$ («à moins que» = « $\vee$ »)**
6. Malik ne réussira pas le cours ou bien Maissa le réussira. **$\neg m \vee s$**
7. Malik ne réussira pas le cours mais Maissa le réussira. **$\neg m \wedge s$ (« mais » = « $\wedge$ »)**

8. Ni Malik, ni Maissa ne réussiront le cours. **$\neg m \wedge \neg s$**
9. Malik et Maissa ne réussiront pas tous les deux le cours. **$\neg(m \wedge s)$**
10. Malik réussira le cours, ainsi que Maissa ou Imène. **$m \wedge (s \vee i)$**
11. Si Malik réussit le cours alors Maissa aussi, et Malik le réussira. **$(m \rightarrow s) \wedge m$**
12. Si Malik réussit le cours, alors Maissa et Malik le réussiront tous les deux.

    $m \rightarrow (s \wedge m)$

<u>Deuxième question</u>: (l'univers de discours est donné)
On considère les propositions suivantes, c'est l'univers de discours :

- P : Il pleut
- Q : Youcef prend son parapluie.
- M : Amina mange les légumes.
- A : Amine aime les légumes.

Ecrire symboliquement les propositions suivantes:

1. S'il pleut alors Youcef prend son parapluie. **$P \rightarrow Q$**
2. Youcef prend son parapluie si et seulement il pleut. $Q \leftrightarrow P$
3. Si Youcef prends son parapluie alors il pleut. $Q \rightarrow P$
4. Amina ne mange pas les légumes. **M**
5. Amina n'aime pas les légumes mais elle les mange. **$\neg A \wedge M$**

Remarque qu'il faudrait dire aux étudiants : (4. et 5. Sont deux énoncés donnés dans un contrôle ! Et seulement 2 ou 3 étudiants ont répondu juste !!! Alors que faut il conclure ?)

<u>Exercice7</u>: Sémantique : Algorithme de résolution par réfutation : Preuve par Résolution : Les formes normales.

1) Mettre sous Forme Normale Disjonctive: FND

C'est-à-dire : Le $\vee$ à l'extérieur et le $\wedge$ à l'intérieur des ( )

a) $P \rightarrow ((Q \wedge R) \rightarrow S)$

b) $(\neg P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S)$

c) $\neg ((\neg P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S))$

c)

$\neg ((\neg P \vee Q) \rightarrow (R \wedge S))$

$\neg (\neg (\neg P \vee Q) \vee (R \wedge S))$

$(\neg P \vee Q) \wedge \neg(R \wedge S)$

$(\neg P \vee Q) \wedge (\neg R \vee \neg S)$ est une forme normale conjonctive FNC, pour inverser, FND, on doit faire la distributivité :

$(\neg P \wedge \neg R) \vee (\neg P \wedge \neg S) \vee (Q \wedge \neg R) \vee (Q \wedge \neg S)$ est bien une FND

2) Mettre sous Forme Normale Conjonctive : FNC

C'est-à-dire : Le $\wedge$ à l'extérieur et le $\vee$ à l'intérieur des ( ) : Facile

a) $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$

b) $\neg (P \rightarrow Q) \vee (P \wedge Q)$

Exercice8 : **Sémantique : Algorithme de résolution par réfutation : Preuve par Résolution : clauses.**

Trouver la clause résolvante dans les cas suivants :

a) $C1 = \neg Q \vee P$ $C2 = R \vee \neg P \vee S$

b) $C1 = \neg Q \vee P$ $C2 = Q$

c) $C1 = \neg P \vee \neg Q$ $C2 = P \vee Q \vee \neg R$

d) $C1 = P \vee Q$ $C2 = R \vee P$

Facile….sauf c) :

c)Soit Résolvante(C1,C2)= $\neg Q \vee Q \vee R$

soit Résolvante(C1,C2)= $\neg P \vee P \vee R$

Pas 2 résolutions à la fois mais une seule, on choisira celle qu nous permettra d'avoir une clause vide pour l'algorithme de résolution !

Exercice9 : **Sémantique : Algorithme de résolution par réfutation : Preuve par Résolution : Application de l'algorithme.**

Montrer dans les cas suivants que les formules suivantes sont valides en appliquant l'algorithme de réfutation :

a) $((P \rightarrow Q) \wedge (P \vee R)) \rightarrow (Q \vee R)$

b) $((P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow R)) \rightarrow (Q \wedge R)$

c) $((P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow P))$

Long à rédiger, je résume ce qu'il faut faire :

1- **Vérifier que la formule qu'on nommera F, est une fbf (toujours vérifier)**
2- **Par réfutation, c'est-à-dire « par l'absurde » : si on démontre que $\neg$F est inconsistante par l'algorithme de résolution, on conclue que F est valide !**
3- **Donc prendre $\neg$F**
4- **Chercher sa FNC ou l'ensemble des clauses $S_{\neg F}$**
5- **Appliquer la résolution pour chercher SI POSSIBLE la clause vide**
6- **SI clause vide alors $\neg$F est inconsistante et donc F est valide, SINON F est invalide !**