<u>TD3 Suite</u>

Logique des Propositions
Raisonnements Vrai (valide) ou Faux (Inconsistant)
par l'algorithme de Résolution
(2021/2022)

<u>Exercice 10</u> :

Il s'agit de modéliser un raisonnement en formules et d'appliquer l'algorithme de Résolution, pour démontrer si ce raisonnement est valide ou pas.

Soit le raisonnement suivant :

> (a) *Si je suis malade, je ne peux passer mon examen.*
> (b) *Si je mange au R.U. ce midi, je risque une intoxication alimentaire et je serai malade.*
> (c) *Je vais aller manger au R.U. ce midi.*
> (d) *Donc, je ne passerai pas cet examen.*

Cela revient à démontrer si la formule $F = ((a) \wedge (b) \wedge (c)) \rightarrow (d))$ *est valide ou pas.*
On peut dire aussi que (d) est une conséquence logique de (a), (b) et (c), et on écrira :

$$(a), (b) , (c) \vDash (d)$$

(qui veut dire que: $((a) \wedge (b) \wedge (c)) \rightarrow (d))$

<u>Remarque utile</u>:
Pour démontrer si une formule quelconque F de la forme $F = ((A \wedge B \wedge C) \rightarrow D)$, est valide ou pas en utilisant l'algorithme de résolution ou la réfutation, il faudrait démontrer que $\urcorner F$ est inconsistante (car si $\urcorner F$ est inconsistante, F est valide).

$\urcorner F = \urcorner(A \wedge B \wedge C) \rightarrow D)$ est directement équivalente à $\urcorner F \equiv A \wedge B \wedge C \wedge \urcorner D$

<u>Car:</u>

$\urcorner F = \urcorner(A \wedge B \wedge C) \rightarrow D)$
$\urcorner F \equiv \urcorner(\urcorner(A \wedge B \wedge C) \vee D)$ (car $X \rightarrow Y \equiv \urcorner X \vee Y$)
$\urcorner F \equiv (A \wedge B \wedge C \wedge \urcorner D)$

<u>Et</u> : $(A \wedge B \wedge C \wedge \urcorner D)$ est une Forme Normale Conjonctive (FNC) de $\urcorner F$
<u>Donc</u> : il faudrait appliquer directement la résolution sur les clauses définies dans A, B, C et D !

<u>Solution de l'exercice10</u> :

1/ Je donne mes propositions :

m : je suis malade
e : je peux passer l'examen
r : je mange au R.U
i : je risque une intoxication alimentaire

2/ Je formalise mes énoncés :

(a) $m \rightarrow e$

(b) $r \rightarrow (i \wedge m)$

(c) r

(d) $\neg e$

3/ J'applique l'algorithme de Résolution :

On a : $F = ((m \rightarrow e) \wedge (r \rightarrow (i \wedge m)) \wedge (r)) \rightarrow (\neg e)$

a/ $\neg F = \neg(((m \rightarrow e) \wedge (r \rightarrow (i \wedge m)) \wedge (r)) \rightarrow (\neg e))$

b/ Je cherche une FNC de $\neg F$ et j'écris mon ensemble des clauses $S_{\neg F}$:

$\neg F = (m \rightarrow e) \wedge (r \rightarrow (i \wedge m)) \wedge (r) \wedge \neg(\neg e)$

$\neg F = (\neg m \vee e) \wedge (\neg r \vee i) \wedge (\neg r \vee m) \wedge (r) \wedge (e)$ est une FNC de $\neg F$ avec 5 clauses.

Donc, $S_{\neg F} = \{\neg m \vee e, \neg r \vee i, \neg r \vee m, r, e\}$

$C1 = \neg m \vee e$

$C2 = \neg r \vee i$

$C3 = \neg r \vee m$

$C4 = r$

$C5 = e$

c/ J'applique ma Résolution :

$R(C_1, C_5) = \neg m = C_6$

$R(C_6, C_3) = \neg r = C_7$

$R(C_7, C_4) = \varnothing$ **Donc $\neg F$ est inconsistante et F est valide**

<u>Petits Rappels</u> :

$a \vdash b$	*signifie que b est prouvable de a (dans un système formel défini, et dans le cours nous avons utilisé le système formel des axiomes de Hilbert) (syntaxiquement)*
$\vdash A$	*signifie que la formule A est prouvable (syntaxiquement)*
$a \vDash b$	*signifie que a implique sémantiquement b, ou encore b est une conséquence logique de a*
$\vDash A$	*signifie que la formule A est valide sémantiquement, ou encore A est une Tautologie*
Si **$\vDash A$** alors **$\vdash A$**	*Théorème de Complétude : Toutes les Tautologies sont des Théorèmes.*
Si **$\vdash A$** alors **$\vDash A$**	*Théorème de Correction : Tous les Théorèmes sont des Tautologies*