

TD N° 1

LOGIQUE DES PROPOSITIONS

Exercice1: Syntaxe: formules bien formées (fbf)

Précisez pour chaque question si la formule est bien formée et non ambiguë (répondre par fbf) ou au contraire mal formée ou ambiguë (répondre par fmf, c'est-à-dire formule mal formée).

1. $(P \rightarrow Q \rightarrow R) \rightarrow P \wedge Q \rightarrow R$
2. $\neg A \wedge B$
3. $A \wedge B \vee C$
4. $\neg(A \vee (B \wedge C))$
5. $A \vee (\neg B) \vee (\neg C)$
6. $A \wedge B \wedge (\neg C)$
7. $\vee(A \wedge B)$
8. $\neg\neg A \vee B$
9. $A \rightarrow B \wedge B \rightarrow A$
10. $A \leftrightarrow B \leftrightarrow C$

Exercice2: Sémantique: Interprétation: Tables de Vérité: Preuve par les TV

Que pouvez-vous conclure sur les formules bien formées suivantes en utilisant les Tables de Vérité ? Sont-elles valides, consistantes, invalides, inconsistantes ?

- a) $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow \neg P)$
- b) $P \rightarrow (Q \rightarrow (P \wedge Q))$
- c) $((P \wedge Q) \rightarrow R) \wedge (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$
- d) $\neg P \vee (\neg(P \rightarrow Q))$
- e) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$
- f) $P \wedge \neg(P \wedge \neg Q) \wedge (Q \vee R)$

Exercice3: Sémantique: Lois de « De Morgan » (à faire chez soi)

Entraînez-vous à développer la négation en appliquant les lois de De Morgan :

- a) $\neg(A \wedge (B \vee C))$
- b) $\neg[(\neg(A \wedge B) \vee (\neg D)) \wedge E \vee F]$
- c) $\neg((\neg A) \wedge B \wedge ((\neg C) \vee D) \vee (\neg E) \wedge F \wedge (\neg G))$
- d) $\neg(A \vee (\neg B) \vee C) \wedge ([\neg(\neg D)] \vee (\neg E)) \vee (\neg F) \wedge G$

Exercice4: Sémantique : Interprétation : Théorèmes (Lois) d'équivalences : Preuve par les lois d'équivalence.

Que pouvez-vous conclure sur la formule bien formée en utilisant les théorèmes d'équivalence vus au cours ?

- a) $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow \neg P)$

- b) $P \rightarrow (Q \rightarrow (P \wedge Q))$
- c) $((P \wedge Q) \rightarrow R) \wedge (P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R)$
- d) $\neg P \wedge (\neg(P \rightarrow Q))$
- e) $(P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q)$
- f) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$
- g) $P \wedge \neg(P \wedge \neg Q) \wedge (Q \vee R)$

Exercice5: Sémantique : Interprétation : Théorèmes d'équivalences

Vérifier les équivalences classiques par les tables de vérité et par les théorèmes d'équivalence :

- a) $\neg(P \wedge Q) \equiv (\neg P) \vee (\neg Q)$
- b) $\neg(P \vee Q) \equiv (\neg P) \wedge (\neg Q)$
- c) $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
- d) $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$