TD3 Suite

Logique des Propositions
Raisonnements Vrai (valide) ou Faux (Inconsistant)
par l'algorithme de Résolution
(2021/2022)

Exercice 10 :

Il s'agit de modéliser un raisonnement en formules et d'appliquer l'algorithme de Résolution, pour démontrer si ce raisonnement est valide ou pas.
Soit le raisonnement suivant :

- *(a) Si je suis malade, je ne peux passer mon examen.*
- *(b) Si je mange au R.U. ce midi, je risque une intoxication alimentaire et je serai malade.*
- *(c) Je vais aller manger au R.U. ce midi.*
- *(d) Donc, je ne passerai pas cet examen.*

Cela revient à démontrer si la formule $F = ((a) \wedge (b) \wedge (c)) \rightarrow (d))$ *est valide ou pas.*
On peut dire aussi que (d) est une conséquence logique de (a), (b) et (c), et on écrira :

$$(a), (b), (c) \models (d)$$

(qui veut dire que: $((a) \wedge (b) \wedge (c)) \rightarrow (d))$

Remarque utile:
Pour démontrer si une formule quelconque F de la forme $F = ((A \wedge B \wedge C) \rightarrow D)$, est valide ou pas en utilisant l'algorithme de résolution ou la réfutation, il faudrait démontrer que $\neg F$ est inconsistante (car si $\neg F$ est inconsistante, F est valide).

$$\neg F = \neg(A \wedge B \wedge C) \rightarrow D) \text{ est directement équivalente à } \neg F \equiv A \wedge B \wedge C \wedge \neg D$$

Car:

$\neg F = \neg(A \wedge B \wedge C) \rightarrow D)$
$\neg F \equiv \neg(\neg(A \wedge B \wedge C) \vee D)$ (car $X \rightarrow Y \equiv \neg X \vee Y$)
$\neg F \equiv (A \wedge B \wedge C \wedge \neg D)$

Et : $(A \wedge B \wedge C \wedge \neg D)$ est une Forme Normale Conjonctive (FNC) de $\neg F$
Donc : il faudrait appliquer directement la résolution sur les clauses définies dans A, B, C et D !

Petits Rappels :

a ⊦ b	*signifie que b est prouvable de a (dans un système formel défini, et dans le cours nous avons utilisé le système formel des axiomes de Hilbert) (syntaxiquement)*
⊦ A	*signifie que la formule A est prouvable (syntaxiquement)*
a ⊨ b	*signifie que a implique sémantiquement b, ou encore b est une conséquence logique de a*
⊨ A	*signifie que la formule A est valide sémantiquement, ou encore A est une Tautologie*
Si ⊨ A alors ⊦ A	*Théorème de Complétude : Toutes les Tautologies sont des Théorèmes.*
Si ⊦ A alors ⊨ A	*Théorème de Correction : Tous les Théorèmes sont des Tautologies*