TD n°03

**Théorie des** **graphes**

**Exercice 1 (**Graphe simple**)**

Montrer que dans un graphe non orienté, il y a toujours deux sommets de même degré.

**Exercice 2** (Matrice associée, graphe complet, graphe connexe)

Dans le graphe ci-dessous :

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Sommet | A | B | C | D | E | F |
| Degré |  |  |  |  |  |  |

1. Donner la matrice G associée à ce graphe.
2. Le graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier.

A

F

B

E

D

C

**Exercice 3** (Graphe non orientés)

1. Combien il y a-t-il de graphes non orientés sur un ensemble fixé de 4 sommets.

**Exercice 4** (Isthme)

On a construit des ponts entre les iles d'un archipel de sorte de pouvoir aller (directement ou indirectement) de toute ile à une autre. De plus, de chaque ile part un nombre pair de ponts. On a remarqué que, lorsqu'un pont est inaccessible pour cause de travaux, on peut encore aller de toute ile à une autre.

1. Traduire ce problème en termes de théorie des graphes.
2. Prouver le résultat.

**Exercice 5**

Dans un graphe simple, on a un nombre pair de sommets qui ont un degré impair.  
Pourquoi ?

**Exercice 6**

Dans une entreprise on a 15 ordinateurs. Le responsable cherche à relier chaque  
ordinateur avec exactement 3 autres. Est-ce possible ?

**Exercice 7** (Coloration)

Quel est le nombre chromatique des graphes suivants :

**Exercice 8** (graphe biparti)

a) Un graphe biparti peut-il contenir un cycle de longueur impaire (est-à- dire avec un nombre impair d'arêtes) ? Donner un exemple ou justifier.

b) Donner un algorithme de reconnaissance d'un graphe biparti.

**Exercice 9** (Algorithme de Welsh et Powell)

Utilisez l’algorithme de coloration de Welsh et Powell pour colorer les graphes suivants.