

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة مصطفى بن بولعيد – باتنة 2
Université Mostefa Ben Boulaid – Batna 2

Faculté de technologie
Département de mécanique



كلية التكنولوجيا
قسم الميكانيك

Licence L3

Option : Construction Mécanique

Semestre : 5

Matière : Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur (CFAO)

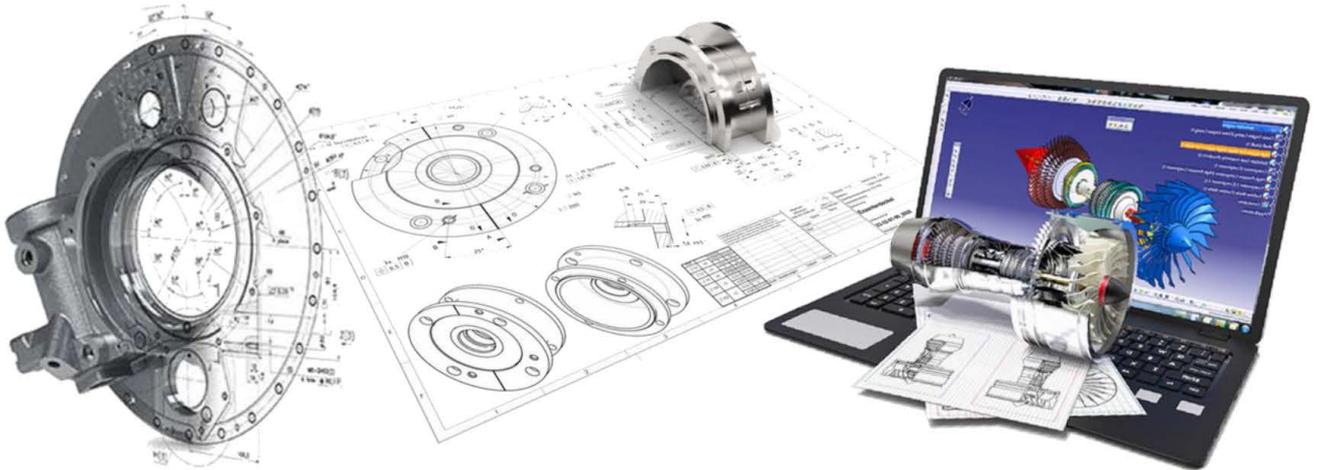
Unité d'enseignement : UEM 3.1

VHS: 45h00 (cours: TP: 3h)

Crédits : 4

Coefficient : 2

Partie C.A.O.



Cours élaboré par : D. BATACHE & A. DJENANE

2020 - 2021

Partie C.A.O.

1- INTRODUCTION

C'est par le dessin que les humains des cavernes nous ont communiqué leur histoire, leur vie, les premiers "plans" de leurs outils. C'est aussi en dessinant qu'ils ont imaginé les naissances de l'écriture. **Le dessin est la forme pure de communication**, il est la manière la plus facile, la plus intuitive d'exprimer ce que de nombreux mots ne pourraient décrire.



Fig. 1. Illustrations préhistoriques.

Pour abrégé une explication on dit "**un dessin vaut mieux qu'un long discours**" ou parfois en s'adressant à ceux qui ne comprennent pas "**faut-il vous faire un dessin**" ?

C'est toujours par un dessin qu'un mécanicien fait naître de nouvelles machines. Mais il ne suffit pas toujours de dessiner, il faut interpréter correctement ce qu'on voit. Les techniques de représentation et de lecture ont évolué au fil du temps.

Les premiers dessins étaient plats et sans réelles proportions. Progressivement sont apparues les diverses techniques de perspective, de relief, mais aussi les représentations plus techniques avec le Dessin Assisté par Ordinateur (DAO).

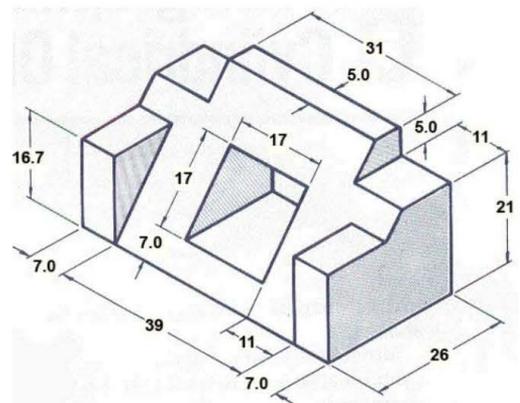
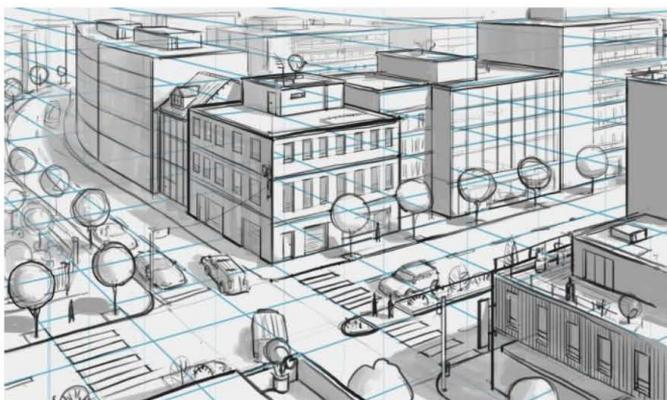


Fig.2. Dessins en perspective.

2- MODÉLISATION 2D / 3D À L'AIDE DE L'OUTIL INFORMATIQUE

Le dessin est à la base de nombreuses conceptions. Quelle que soit l'étape, le dessin intervient : d'un croquis rapide sur un morceau de papier jusqu'aux plans d'exécution définitifs, en passant par les images de synthèse nécessaires à la représentation virtuelle sur ordinateur.

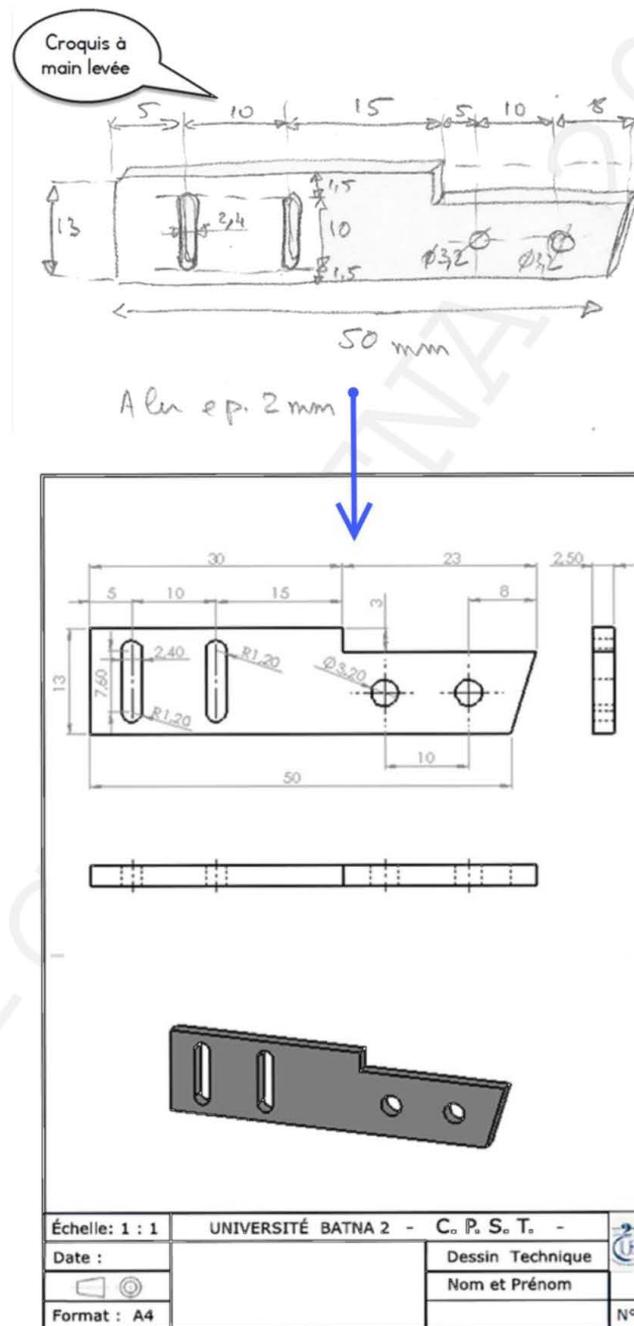


Fig. 3. Croquis à main levée - Mise en plan d'une pièce sur format normalisé.



Fig. 4. Représentations virtuelles et images de synthèses.

Or, pour concevoir un dessin classique de manière rapide (l'économie l'oblige), il est important de maîtriser un certain nombre d'outils, sinon une erreur peut être fatale. Mais l'ordinateur l'a bien complété, la facilité de modification, et la précision du tracé puis la possibilité d'animer l'image font, de cet ordinateur l'outil incontournable.

De nombreux logiciels de dessin et de génération d'images ont déjà vu le jour. C'est ainsi que la plupart des écoles et des universités ont intégré un cours de Dessin Assisté par Ordinateur (DAO), dans leur programme.

3- LES LOGICIELS DE « DAO »

Il s'agit de réaliser une définition en deux dimensions (2D) dans laquelle on réalise un dessin traditionnel :

LE PREMIER LOGICIEL DE DAO - SKETCHPAD :



Fig. 5. Présentation de SKETCHPAD sur le Le TX-2 - Lincoln Laboratory du MIT - 1958.

L'Auteur tient le stylo lumineux. Les boutons-poussoirs utilisés pour contrôler les fonctions de dessin sur la boîte devant l'auteur. Une partie de la banque de commutateurs à bascule peut être vue derrière l'auteur. La taille et la position de la partie de l'image totale sur l'écran sont obtenues par les quatre boutons noirs juste au-dessus de la table.

Liens de la vidéo de démonstration en 1963 :

<https://www.youtube.com/watch?v=57wj8diYpgY>

Cette vidéo est une émission télévisée sur le logiciel *Ivan Sutherland* développé dans sa thèse de 1963 au Lincoln Labs du MIT, «Sketchpad, un système de communication graphique homme-machine», décrit comme l'un des programmes informatiques les plus influents jamais écrit.

Tout en regardant cette vidéo, rappelez-vous que l'ordinateur TX-2 (construit vers 1958) sur lequel le logiciel a fonctionné a été construit à partir de transistors discrets (pas de circuits intégrés - c'était la taille de la salle) et contenait seulement 64K de mots de 36 bits Octets).

PLOTTER UTILISÉ AVEC SKETCHPAD : Un contrôle numérique et analogique, système permet au traceur de tracer des lignes droites et des cercles soit sous contrôle du TX-2 ou hors ligne de la bande de papier perforée.

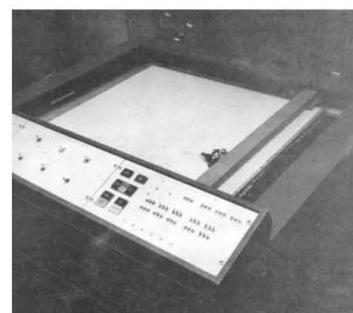


Fig. 6. Le Plotter utilisé avec SKETCHPAD.

QUELQUES LOGICIELS DE DAO DE NOS JOURS



4- LES LOGICIELS DE « CAO »

La Conception Assisté par Ordinateur « CAO » a pris naissance au sein des grands programmes militaires américains à la fin des années 50, quand General Motors et le Massachusetts Institute of Technology ont imaginé de dialoguer avec un ordinateur autrement qu'avec des cartes perforées, des bandes magnétiques ou des rubans de papier perforé. Ces efforts ont permis, avec d'autres travaux effectués par General Motors et IBM, la naissance de l'informatique interactive (c'est-à-dire le dialogue direct entre l'utilisateur et l'ordinateur) et du premier écran graphique, base fondamentale de tout équipement de CAO.

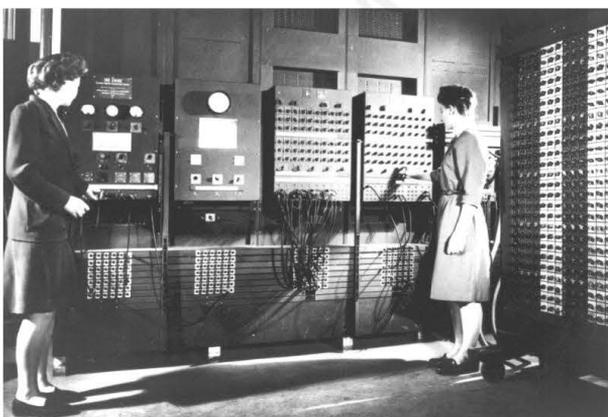


Fig. 7. L'ENIAC - the Electronic Numerical Integrator and Computer (ENIAC) -1943-1946.

En 1943, l'ENIAC devient le premier ordinateur ne comportant plus aucune pièce mécanique.

- Il est composé de 18000 lampes et s'étend sur plus 160 m2.
- Il sera utilisé pour mettre au point la bombe H.

Vers 1970, le processus s'est accéléré avec une première conjonction des trois facteurs précédents (puissance des ordinateurs, progrès des logiciels et des prix) permettant des investissements industriels plus importants.

Enfin, au début des années 80, les bureaux d'études mécaniques ont commencé à s'équiper de moyens de la CAO, il a été possible d'utiliser de nouveaux objets mathématiques, les solides, permettant l'accès aux propriétés de masse des pièces modélisées (centre de gravité, moments d'inertie, etc.) qui intéressent fortement le mécanicien.

5- PROCESSUS DE CONCEPTION

En tant qu'outil de conception, la CAO intervient fortement dans le processus de conception d'un nouveau produit manufacturé, en apportant au concepteur des moyens pour :

- ☞ Définir la géométrie du produit ;
- ☞ Simuler son fonctionnement ;
- ☞ Préparer sa fabrication.

La CAO implique des algorithmes plus puissants, du matériel plus élaboré que celui demandé par le DAO. En conséquence, les coûts sont très différents : rapport des coûts d'environ 1 à 5.

Il est cependant important de préciser que, dans tout système de CAO, on rencontre un système de DAO plus ou moins performant.

Les systèmes de CAO actuels : CATIA, SolidWork (Dassault Systems), IDEAS (SDRC), etc., traitent essentiellement des problèmes de géométrie.

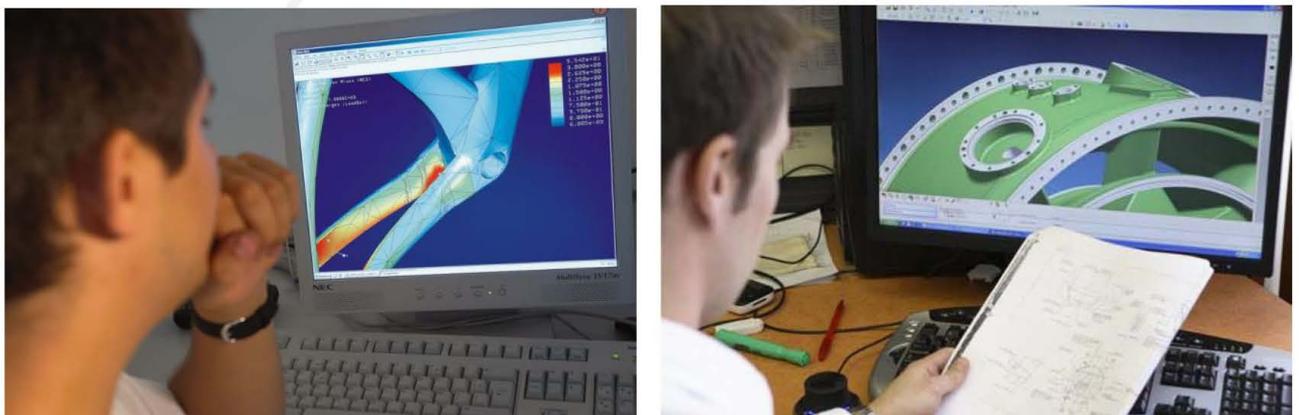


Fig. 8. Processus de Conception Assistée par Ordinateur.

La validation théorique, la prédétermination du comportement d'une pièce ou d'un ensemble de pièces s'effectuent à l'aide de programmes de calculs scientifiques externes à ces systèmes ; ce phénomène est essentiellement dû à la difficulté d'intégrer ces programmes, compte tenu de l'extrême variété des domaines physiques rencontrés : statique linéaire, acoustique, vibrations, thermiques, mécaniques des fluides, thermochimie, etc.

Les activités couvertes actuellement par la mécanique sont variées :

- ☞ Dessin Assistée par Ordinateur (DAO) ;
- ☞ Conception Assistée par Ordinateur (CAO) ;
- ☞ Calcul et optimisation des structures : élasticité, vibrations, thermiques, etc. ;
- ☞ Calcul d'écoulement des fluides ;
- ☞ Calcul de procédés tels que le remplissage de moules, la solidification pour la coulée, etc. ;
- ☞ Nomenclature et gestion technique.

6- LES LOGICIELS DE FAO

Le rôle de la Fabrication Assistée par Ordinateur « FAO » est de générer le programme de la commande numérique (CN) à partir de la géométrie de la pièce fournie par la fonction CAO (Bureau d'Études). En effet, le choix de la machine, des outils, des processus, et des montages d'usinage, doit se faire pour servir comme données d'entrée à la FAO.

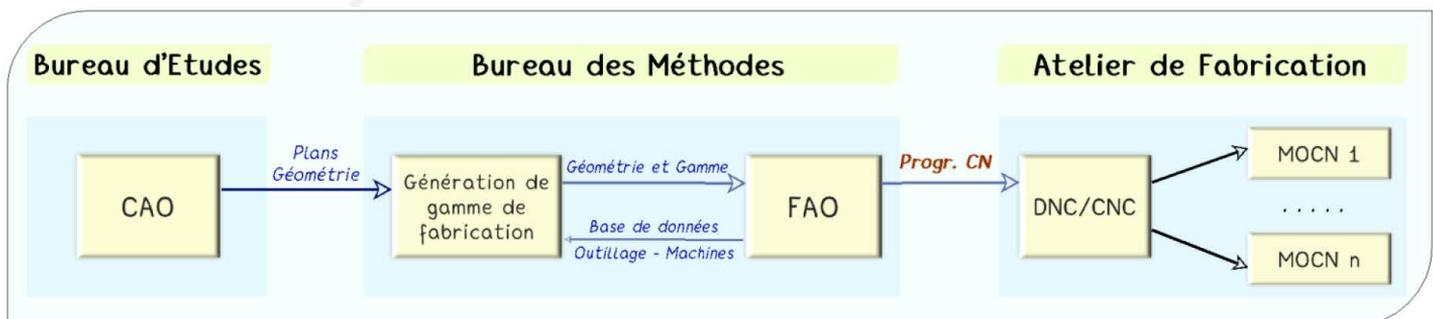


Fig. 9. Rôle de la FAO.

Une fois la gamme de fabrication faite, la FAO peut générer les trajectoires d'outils en fonction de la forme à réaliser. Elle prendra aussi en compte les paramètres de coupe (vitesse de coupe et d'avance, profondeur de passe, etc.).

Les mouvements d'outil peuvent être simulés pour une éventuelle correction dans le cas où il y a risque de collision entre l'outil et la pièce ou entre l'outil et les éléments de bridage (montage d'usinage).

Tout ce travail se concrétise par la **génération du programme CN**. Ce dernier peut être téléchargé directement dans la mémoire de la CNC de la machine.

De nombreux systèmes CFAO existent actuellement sur le marché. Généralement, ces logiciels étaient à la base des logiciels de CAO et qui ont évolué pour intégrer la FAO exemple CamWorks sous SolidWorks. Par contre, les logiciels dédiés uniquement à la FAO sont moins nombreux.

Parmi l'ensemble de ces logiciels, on peut citer CATIA, MASTERCAM, EUCLID, IDEAS, STRIM100, ProEngineer, CADAM, GIBBSCAM, SMARTCAM, CADKEY, etc.

Les machines utilisées en C.F.A.O sont :

- ▶ Soit l'Imprimante 3D (Apport de matière)
- ▶ Soit la MOCN, Machine-Outil à Commande Numérique (Enlèvement de matière).

7- LES LOGICIELS DE SIMULATIONS

La simulation informatique ou numérique : désigne l'exécution d'un programme informatique sur un ordinateur ou réseau d'ordinateurs en vue de simuler un phénomène physique réel et complexe (par exemple : chute d'une goutte d'eau sur différents types de sols, écoulement d'un fluide dans une veine, usure d'un roulement à billes...).

Les simulations numériques scientifiques reposent sur la mise en œuvre de modèles théoriques utilisant souvent la technique des éléments finis. Elles sont donc une adaptation aux moyens numériques de la modélisation mathématique, et servent à étudier le fonctionnement et les propriétés d'un système modélisé ainsi qu'à en prédire (découvrir) son évolution. La visualisation des résultats des simulations se fait par des images de synthèse.

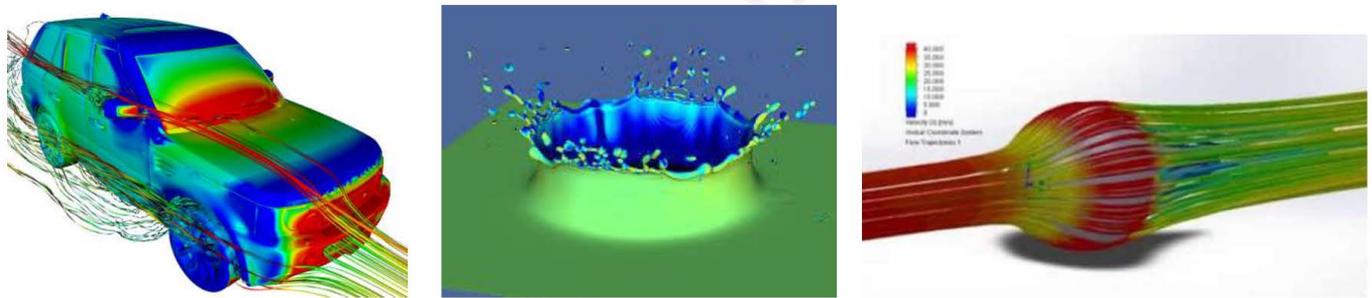


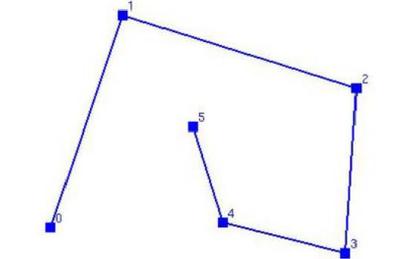
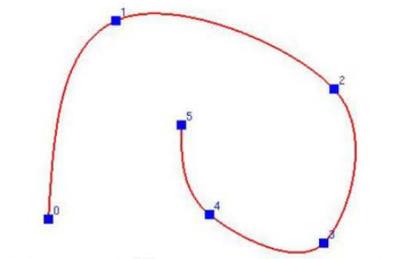
Fig. 10. Images des résultats de simulations.

Citons quelques logiciels de simulations :

- [ABAQUS](#) : logiciel américain de simulation, développé par Hibbit, Karlsson & Sorensen (HKS) devenu SIMULIA depuis qu'il est racheté par Dassault Systemes en 2005 (2 formulations : implicite et explicite) ;
- [COSMOSWorks](#) (SRAC) qui a été racheté par Dassault Systèmes, qui avait auparavant racheté SolidWorks Corp. en 1997.
- [ANSYS](#) : logiciel américain de simulation par éléments finis des comportements en mécanique des structures, mécanique des fluides, électromagnétisme, etc.
- [CADFLOW](#) : logiciels de simulation et Ingénierie pour la Plasturgie
- [Fluent](#) : logiciel américain de simulation des écoulements fluides,
- [LMS Virtual.Lab fatigue](#) : logiciel belge (Société LMS) de simulation de la fatigue dans les structures (y compris point et cordons de soudure,
- [Nastran](#) : logiciel de simulation par éléments finis employés dans l'automobile, l'aéronautique et l'industrie manufacturière. Nastran est devenu de facto le standard pour l'analyse des structures aérospatiales,

8- Modélisation géométrique - courbes :

Le but c'est d'approximer les formes (les objets) par des outils mathématiques (modèle de courbes ou surfaces)

| Approximation avec des primitives linéaires | Approximation avec des courbes et surfaces |
|---|---|
| Segments, Triangles, Tétraèdres. | - Courbes et surfaces polynomiales : Béziérs (B-Splines, NURBS). - Courbes et surfaces implicites : Blobs (Surfaces à squelette) |
|  <p>Interpolation linéaire de points</p> |  <p>Interpolation cubique de points</p> |

Critères à considérer :

- » Généricité : ensemble des « formes » représentables par le modèle choisi.
- » Interactivité : facilité de contrôle - forme naturelle.
- » Visualisation : facilité d'affichage
- » Représentation : stockage en mémoire et conversion avec d'autres modèles.
- » Raccordement : les courbes ou surfaces complexes sont souvent composées de plusieurs primitives (peut-on les raccorder aisément ?)

8-1. Histoire

Le terme **Spline** ("latte ou planche" en français) vient de la construction navale : longues, fines et flexibles bandes de bois, de plastique ou métallique.

Elles étaient maintenues en place avec des poids en plomb (ducks), qui servaient comme des points de contrôle pour la courbe.



Fig. 11. Latte (ducks).

Les Splines furent généralisées dans les années 60 par Pierre Bézier (Renault), Paul de Casteljaou (Citroën) et de Boor (GM).



Pierre Bézier



Paul de Faget de Casteljaou



Carl-Wilhelm Reinhold de Boor

Pierre Bézier (1910 - 1999) est un ingénieur français en mécanique et en électricité. Il est connu pour son invention des courbes et surfaces de Bézier.

Entré chez Renault en 1933, il y fera toute sa carrière jusqu'en 1975 au poste de directeur des méthodes mécaniques. Il y conçoit, en 1945, des machines de transferts pour la ligne de fabrication des Renault 4CV, et, en 1958, l'une des premières machines à commande numérique d'Europe, une fraiseuse servant aux maquettes.

Paul de Faget de Casteljaou, né en 1930 est un mathématicien et physicien français.

Il est connu pour sa découverte des formes à pôles en 1959 et l'algorithme de Casteljaou qui permet de représenter les courbes de Casteljaou ou courbes de Bézier alors qu'il travaillait pour Citroën.

Carl-Wilhelm Reinhold de Boor (né le 3 décembre 1937) est un mathématicien germano-américain et professeur émérite à l'Université de Wisconsin-Madison.

Il a formulé un algorithme relativement rapide et numériquement stable pour calculer les valeurs de Splines (largement utilisées dans la conception assistée par ordinateur et l'infographie).

8-2. Courbes de Bézier

L'interpolation n'est pas toujours très adaptée pour certaines utilisations telles que le dessin par ordinateur, la CAO, etc.

C'est dans le domaine de la CAO que les courbes de Bézier ont été inventées et plus précisément dans l'industrie automobile. Dans les années 1960, les machines à commandes numériques sont apparues, il fallait donc décrire les formes (comme les courbes de carrosserie) avec des équations mathématiques.

Une courbe de Bézier est une courbe polynomiale de degré n définie par $n+1$ points de contrôles (P_0, \dots, P_n) , et décrite sur $t \in [0;1]$ par :

$$P(t) = \sum_{i=0}^n B_i^n(t) P_i$$

Où

$$B_i^n(t) = C_i^n (1-t)^{n-1} t^i \quad \text{avec} \quad C_n^i = \frac{n!}{i! (n-i)!}$$

Les $B_i^n(t)$ sont appelés polynômes de Bernstein.

$$B_i^n(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} \quad \text{où} \quad i \in \{0, \dots, n\}$$

L'ensemble des points (P_0, P_1, \dots, P_n) , pris dans cet ordre, est appelé **polygone de contrôle**.

Propriété

» Partition de l'unité :

$$1 = (t + (1-t))^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} = \sum_{i=0}^n B_i^n(t)$$

» Symétrique

» Positif sur $[0;1]$

» Combinaison affine de $n+1$ points (degré= n , ordre= $n+1$)

» Portée des fonctions de bases

Exemple : Bézier cubique

$$P(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t) P_2 + t^3 P_3$$

- La courbe est de degré n .
- Les coefficients barycentriques des points P_i sont les $B_i^n(t)$;
- C'est une courbe qui « approxime » les points P_i (n'interpole pas);
- La courbe passe cependant par P_0 et P_n ;
- La courbe est tangente au polygone de contrôle en P_0 et P_n .

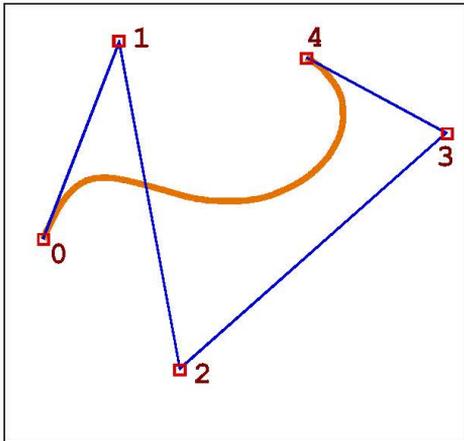


Fig. 2. Courbe de Bézier cubique

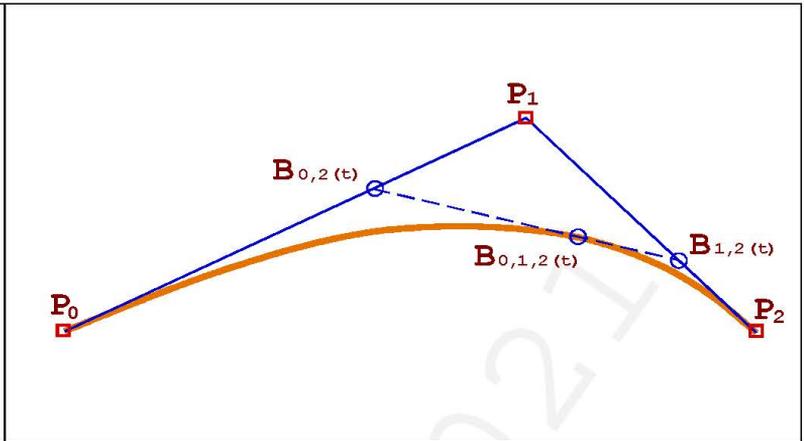
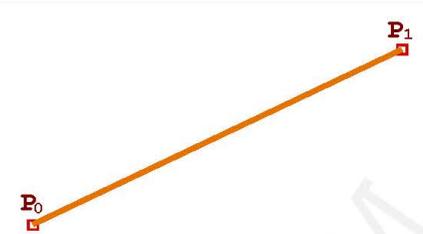
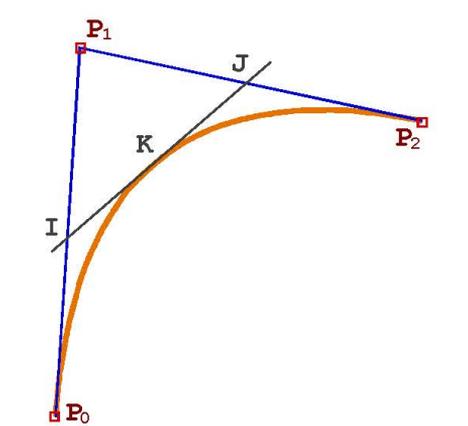


Fig. 3. Construction d'une courbe de Bézier à 3 points. Les valeurs des polynômes $B_{0,1}(t)$, $B_{0,2}(t)$ et $B_{1,2}(t)$ sont exprimés pour $t = 2/3$.

| | |
|---|---|
| <p>Deux points de contrôle : interpolation linéaire (barycentre)</p> | <p>Trois points de contrôle :</p> |
| $P(t) = (1-t)P_0 + tP_1$ | $P(t) = (1-t)^2 P_0 + 2t(1-t)P_1 + t^2 P_2$ $P(t) = t^2(P_0 - 2P_1 + P_2) + t(-2P_0 + 2P_1) + P_0$ $P(t) = \begin{pmatrix} t^2 & t & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{pmatrix}$ |
|  <p>Il s'agit du segment $[P_0, P_1]$</p> |  |

| | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> » A pour extrémité P_0 et P_2 et passe par K=milieu (I, J), avec I=milieu (P_0, P_1) et J=milieu (P_1, P_2) ; » Est tangente en P_0 à (P_0, P_1) en P_2 à (P_1, P_2) en K à (I, J) ; » Est l'union de deux courbes de Bézier quadratiques : l'une de points de contrôle P_0, I, K et l'autre de points de contrôle K, J, P_2. |  |
|---|--|

Les courbes de Bézier ont les propriétés suivantes :

1. Points extrêmes et points de contrôles.

Une courbe de Bézier commence en P_0 et se termine en P_n ($B_n(0)=P_0$ et $B_n(1)=P_n$). Cette propriété associée au rôle des autres points de contrôle permet de créer aisément de façon interactive (sur un ordinateur) une courbe de Bézier en déplaçant ceux-ci. On peut noter que le polygone de contrôle définit le comportement de la courbe.

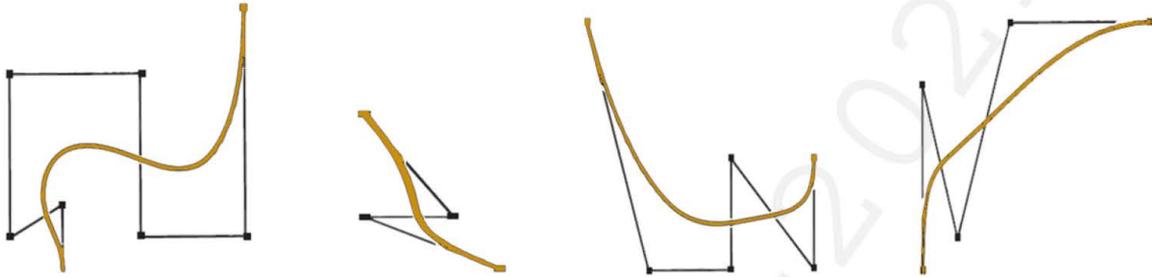


Fig. 12. Exemples de courbes de Bézier.

Exemple : Prenons les 5 points suivants : $P_0 = (0, -1)$, $P_2 = (2, -3)$, $P_3 = (5, 0)$, $P_4 = (4, 3)$ et $P_5 = (0, 4)$.

En utilisant l'algorithme de Casteljau, on obtient la figure suivante :

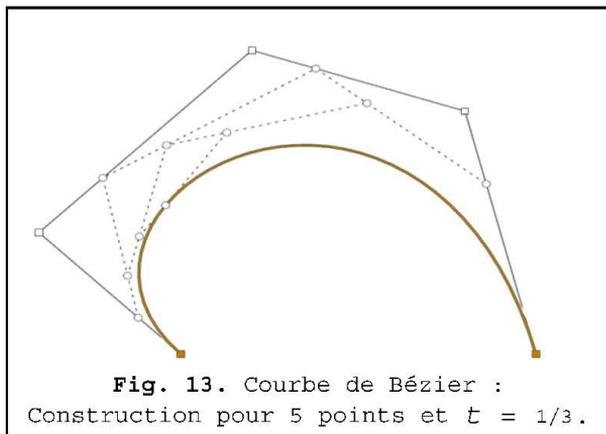


Fig. 13. Courbe de Bézier :
Construction pour 5 points et $t = 1/3$.

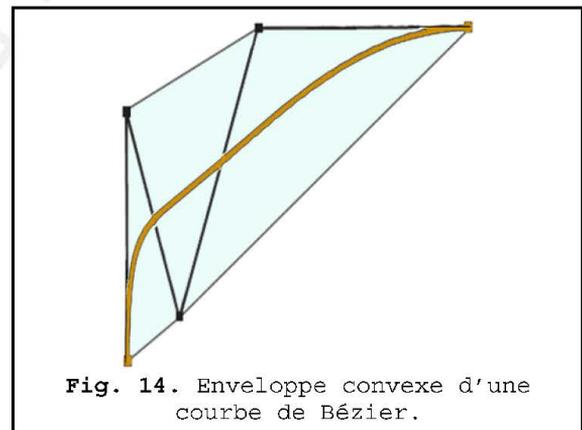


Fig. 14. Enveloppe convexe d'une
courbe de Bézier.

2. Enveloppe convexe

Une courbe de Bézier est contenue dans l'enveloppe convexe de ses points de contrôle (fig.14).

8-3. Courbe Splines :

Les courbes de Bézier sont des outils puissants, mais dont le principal inconvénient est que le degré des courbes augmente avec le nombre de points de contrôle ; leur coût de calcul devient donc exorbitant dès que le nombre de points de contrôle devient important (on ne dépasse pas 10 en pratique).

L'idée des courbes Splines est qu'une courbe complexe peut être obtenue en construisant une fonction par morceau à partir d'un ensemble de courbes simples (de degrés peu élevé). Un intérêt immédiat de ce mode de construction est que le changement de la position d'un point de contrôles n'aura plus qu'un impact limité sur la fonction obtenue. Cette localité se paye par la nécessité de gérer les problèmes de continuité (jonction entre morceaux).

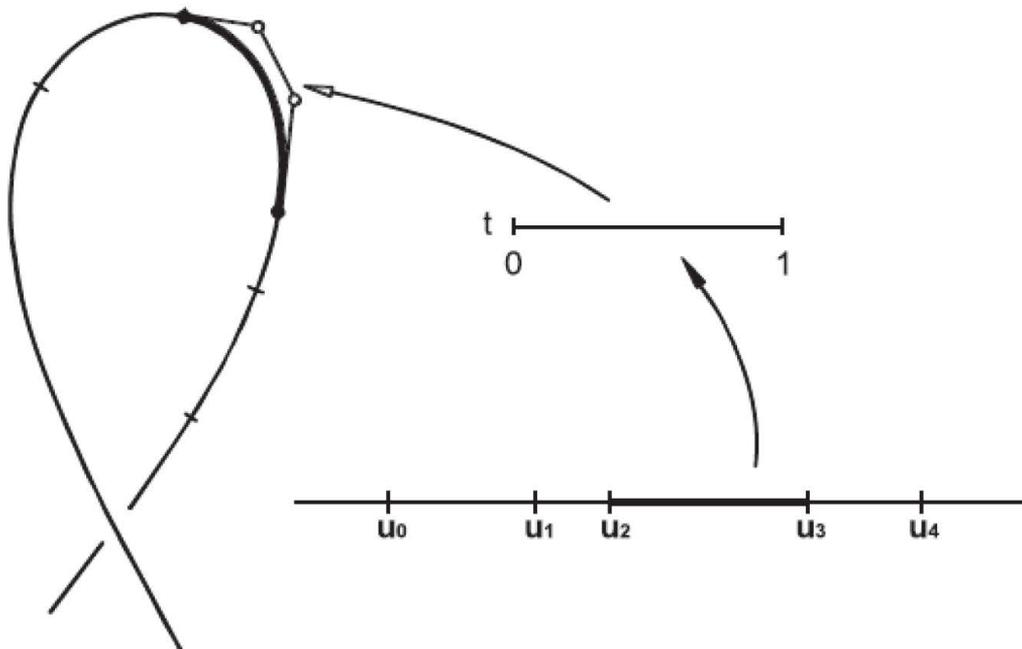


Fig. 15. Morceau de courbe de Bézier dans une Spline.

8-4. Courbes B-spline :

Les courbes B-spline sont plus « souples » que les courbes de Bézier. L'idée des courbes B-splines (pour de Boor) est de construire une courbe de Spline sur la base des points de contrôle $\{B_i\}$ et des noeuds $\{u_i\}$ possédant un niveau de continuité déterminé (C_1 ou C_2) tel que :

$$P(t) = \sum_{i=0}^n N_i^k(t) P_i \quad t_{\min} \leq t \leq t_{\max}$$

Il y a $n+1$ points de contrôle : P_0, P_1, \dots, P_n

Les N_i^k sont les fonctions de base d'ordre k , le degré de la courbe est $k-1$. L'ordre k doit être choisi dans l'intervalle : $2 \leq k \leq n+1$

8-5. Courbes Nurbs :

Les NURBS généralisent la représentation par les B-splines des courbes et des surfaces en ajoutant un dénominateur. Elles sont en fait définies avec des points en coordonnées homogènes. Une B-spline ressemble à une représentation polynomiale par morceaux, alors qu'une NURBS est une représentation par fractions rationnelles par morceaux.

Ces fonctions d'ajustement sont particulièrement utilisées dans le dessin assisté par ordinateur, afin de générer et représenter des formes douces et ergonomiques. Du fait qu'elles présentent de nombreux avantages, leur utilisation est largement répandue :

- » Facilité et précision pour évaluer une forme ;
- » Capacité pour approximer des formes complexes ;
- » Simplicité de construction et d'implémentation ;
- » Faible complexité des algorithmes utilisés.

Le principal intérêt de ces courbes NURBS est qu'elles parviennent même à ajuster des courbes qui ne peuvent pas être représentées par des B-splines

9- Modélisation géométrique - surfaces :

La modélisation géométrique appliquée au domaine de la C.A.O. est devenue un outil incontournable dans l'industrie moderne depuis les années 1970.

En informatique graphique, on utilise de nombreuses représentations d'objets réels : données médicales issues de scanner, modèles C.A.O., jeux vidéo, etc.... La façon la plus courante de désigner une forme est de décrire son enveloppe extérieure : c'est la modélisation surfacique.

9-1. Modèles polyédriques

Le modèle polyédrique (discret) peut être représenté sous forme de segments et de points et est appelé maillage, modèle "fil de fer" ou modèle filaire. C'est la plus ancienne façon de représenter les objets en 3D, mais aussi la forme la plus primitive. Les modèles polyédriques sont générés par construction de surfaces à partir de nuages de points numérisés ou bien par facettisation (discrétisation) de modèles C.A.O. paramétriques décrivant des formes complexes.

Un maillage est constitué d'éléments : les sommets, arêtes et faces. Les sommets connectés les uns aux autres par des faces (ou facettes) de forme polygonale. Plus on utilise de facettes du maillage, plus la représentation peut être fine.

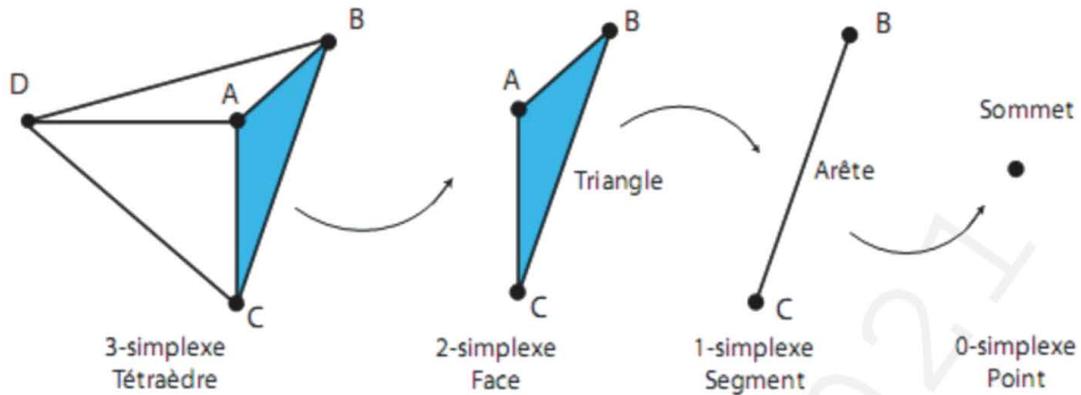


Fig. 16. Complexe simplicial

Le modèle polyédrique a un inconvénient majeur : la taille mémoire importante pour le stockage et le traitement,

9-2. Modèles paramétriques

Les logiciels de C.A.O utilisent souvent des modèles mathématiques pour représenter la réalité selon le besoin et le domaine au quels ils se destinent. Ce modèle est très utilisé pour le design, ou la conception en mécanique puisqu'il permet d'utiliser des propriétés mathématiques du type dérivabilité, différenciabilité, intégration ..., mais la continuité des raccords est difficile à gérer, surtout en cas d'animation.

9-3. Extension des courbes :

Les courbes vues précédemment se généralisent aux surfaces par simple extension. Pour les courbes paramétriques (y compris les polynomiales) : adjonction d'un paramètre s :

$$P(s, t) = \begin{cases} x = f(s, t) \\ y = g(s, t) \\ z = z(s, t) \end{cases}$$

Les problèmes de raccordements, de visualisation, de construction, d'interaction s'en trouvent complexifiés, mais les solutions restent principalement des extensions des courbes, et les raisonnements sont analogues.

$$P(s, t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m B_i^n(s) B_j^m(t) P_{i,j} \quad 0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 1$$

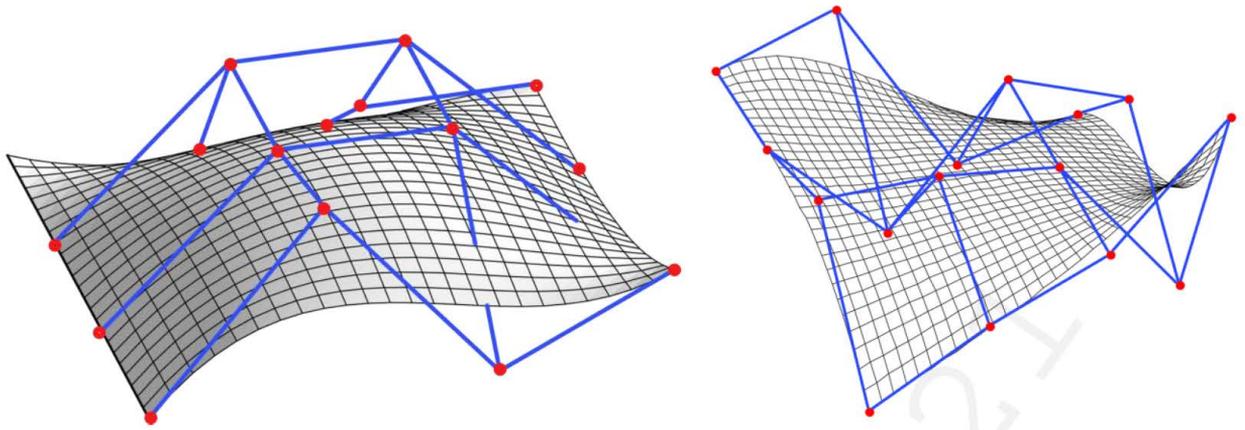


Fig. 17. Surfaces de Bézier

On représente souvent une surface complexe en raccordant des « morceaux » (carreaux ou patches) de surfaces simples (Béziers cubiques, etc.). Les raccordements se font selon une courbe.

Primitives implicites :

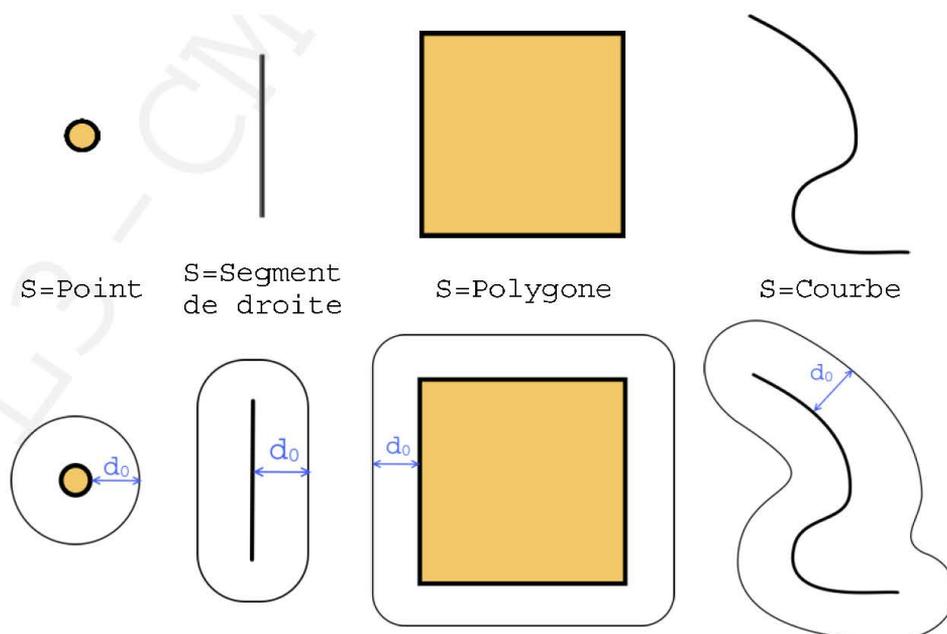
Pour les courbes implicites : adjonction d'une troisième coordonnée z :

$$P(x, y, z) \text{ tels que } f(x, y, z) = s$$

Une primitive implicite à squelette ponctuel est définie à l'aide d'un centre Q_i d'une fonction de densité F_i .

Si la scène est composée de $n+1$ primitives, on peut construire une forme complexe (nommée volume implicite ou surface implicite) = composition de primitives implicites

Surfaces implicites à manipuler pour l'utilisateur (comparé aux surfaces algébriques)



$$f(P) = d_0 - \text{dist}(P, S)$$

La fonction de densité globale F est définie par :

Mélange :
$$F(M) = \sum_{i=0}^n F_i(M)$$

Union :
$$\bigcup (F_1, F_2, \dots, F_n) (M) = \min (F_1(M), F_2(M), \dots, F_n(M))$$

Intersection :
$$\bigcap (F_1, F_2, \dots, F_n) (M) = \max (F_1(M), F_2(M), \dots, F_n(M))$$

Opérations sur les blobs « metaballs » :

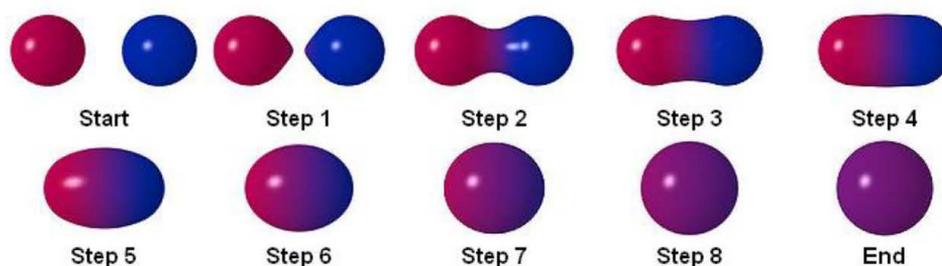


Fig. 18. Transformations.

Transformations :

Une transformation est une déformation locale $h(x,y,z)$.

Nous utiliserons les transformations suivantes :

- » Translations : $h(x,y,z) = (x-x_0, y-y_0, z-z_0)$
- » Rotations : autour des axes (Ox) , (Oy) , (Oz) .
- » Warp : Transformation hélicoïdale autour de (Oz)

Exemples :

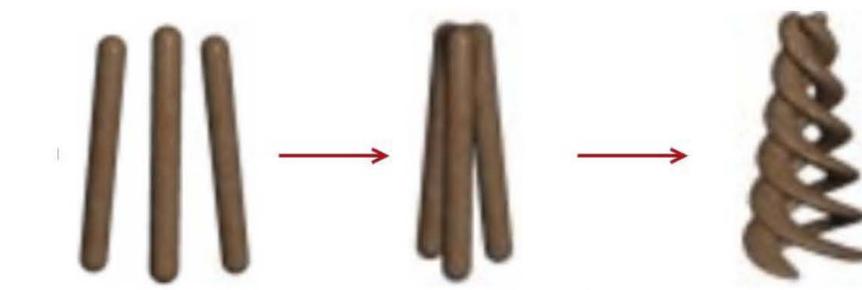


Fig. 19. Transformations.

La modélisation polygonale :

La modélisation polygonale fait appel à des surfaces composées de polygones. Ces polygones sont des triangles, souvent des quadrilatères, et ont rarement plus de quatre sommets. La manipulation de ces éléments (déplacements, rotations, échelles, découpes, etc.) permet la conception de formes complexes.

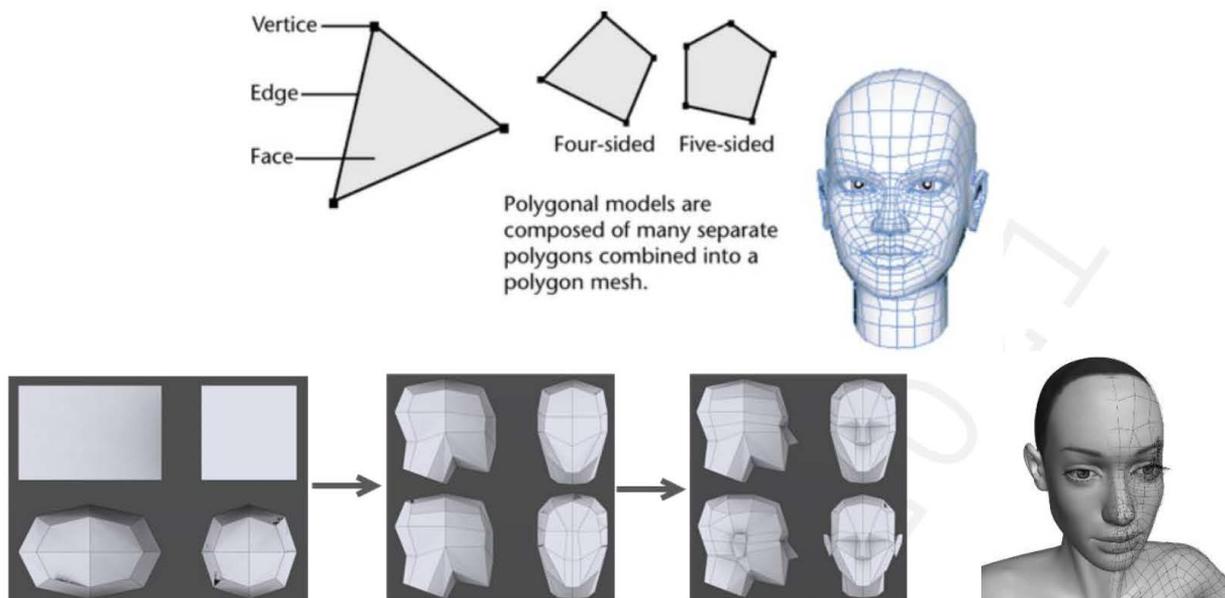


Fig. 20. Modélisation polygonale.

Plus vous aurez de faces sur un objet, plus sa surface sera détaillée et moins les arrondis auront un aspect anguleux. C'est là le point faible de la modélisation polygonale : pour obtenir une surface arrondie bien lisse, il faut avoir un nombre conséquent de triangles et ajouter des algorithmes de lissage. De ce fait, il faut plus de ressources pour l'afficher, donc un ordinateur plus puissant.

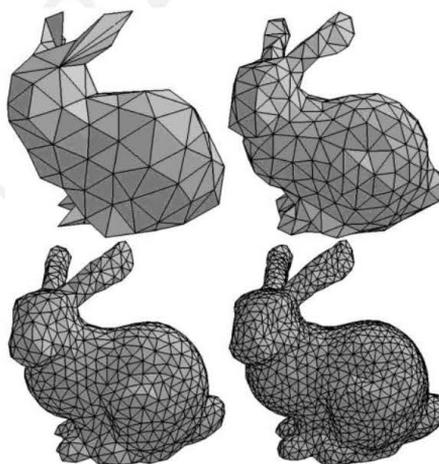


Fig. 21. Lissage en modélisation polygonale.

Comme nous pouvons le voir à partir des mailles ci-contre, le premier modèle (en haut à gauche) donne seulement la forme générale d'un lapin tandis que le lapin au-dessous montre beaucoup plus de courbure et beaucoup plus de détails concernant la forme du modèle.

La modélisation surfacique par courbes "nurbs"

La modélisation surfacique fait appel à des surfaces créées à l'aide de courbes de Bézier, aussi appelées "NURBS" (Non Uniform Rational Basis Splines).

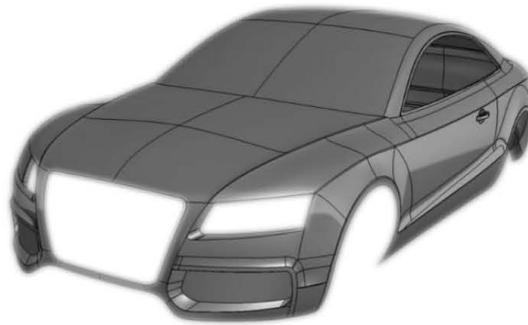


Fig. 22. Modélisation surfacique.

Modélisation par subdivision de surface :

Cette méthode regroupe un peu des deux méthodes classiques (polygonale et NURBS). Elle consiste à accélérer le processus grâce à la subdivision automatique d'une partie de la surface. Ceci permet d'ajouter des détails à certains endroits uniquement, sans se soucier du nombre de faces comprises sur la globalité de l'objet.

Une surface est obtenue par subdivision et lissage successifs de son maillage. Le processus est automatique, et ne demande de l'utilisateur que la définition du maillage initial (que nous appelons cage).

Subdivision linéaire :

Une **subdivision linéaire** est la plus simple des subdivisions. Chaque étape de subdivision produit un maillage. L'objet reste morphologiquement identique à chaque niveau de subdivision, pour autant, le nombre de facettes qui le composent, augmente de manière quadratique :

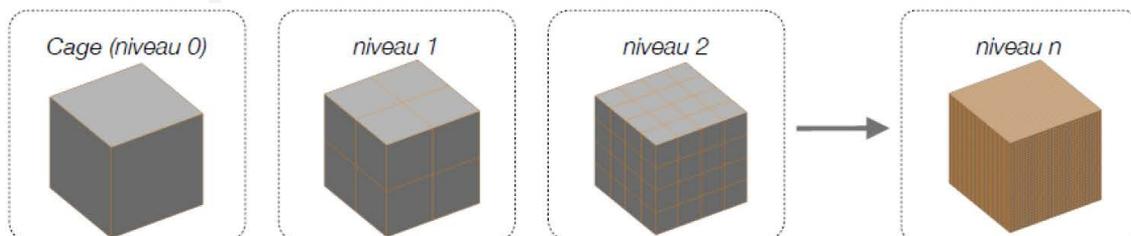


Fig. 23. Subdivision linéaire.

Subdivision de Stam-Loop :

On obtient la surface par subdivision et lissage successifs du maillage. Le modèle de Stam-Loop permet de mixer harmonieusement quadrilatères et triangles dans le maillage subdivisé.

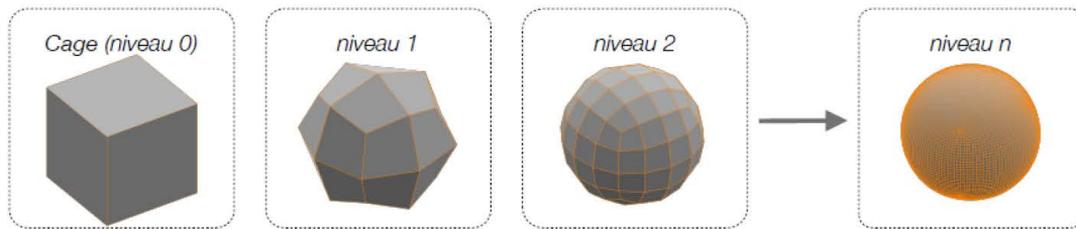


Fig. 24. Subdivision Stam-Loop.

Il va sans dire que ce rythme de création de facettes rend la subdivision gourmande en mémoire et en temps de calcul. Il est rare (et inutile) dans la pratique, de produire des niveaux supérieurs à 5 ou 6.

L'angularité (sharpness) des arêtes de la cage :

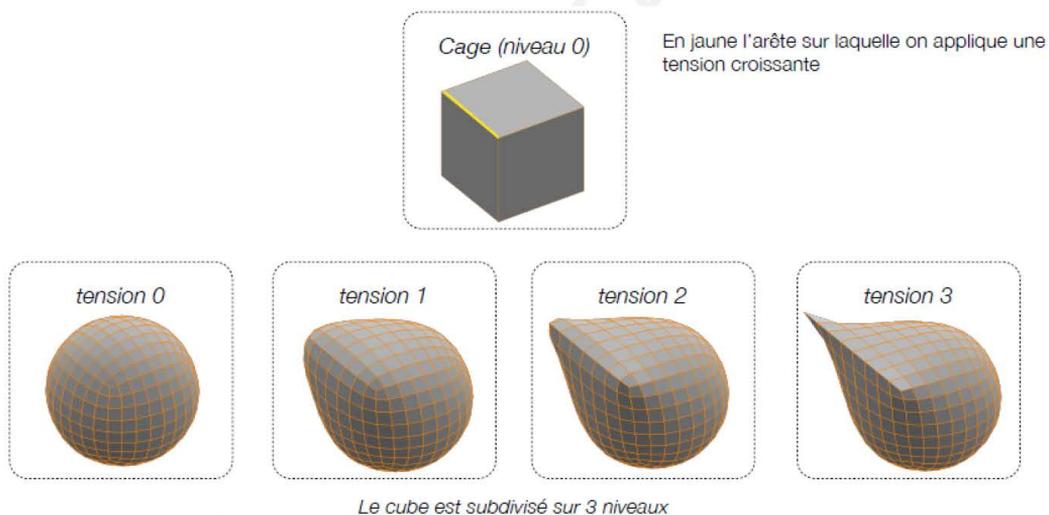


Fig. 25. Tension sur les arêtes du maillage de la cage.

L'angularité (sharpness) permet d'appliquer des spécificités particulières aux surfaces en attribuant une tension sur les arêtes du maillage de la cage. La tension sur une arête agit comme un aimant sur la surface finale. Le principe de tension est le suivant : soit t la tension appliquée à une arête :

- si le niveau de subdivision courant n est inférieur ou égal à t , alors on applique une règle de subdivision tendue autour de l'arête.
- si le niveau de subdivision courant n est supérieur à t , alors on applique une règle de subdivision classique autour de l'arête.

La tension permet d'effectuer simplement et à moindres frais, des opérations complexes de plomberie :

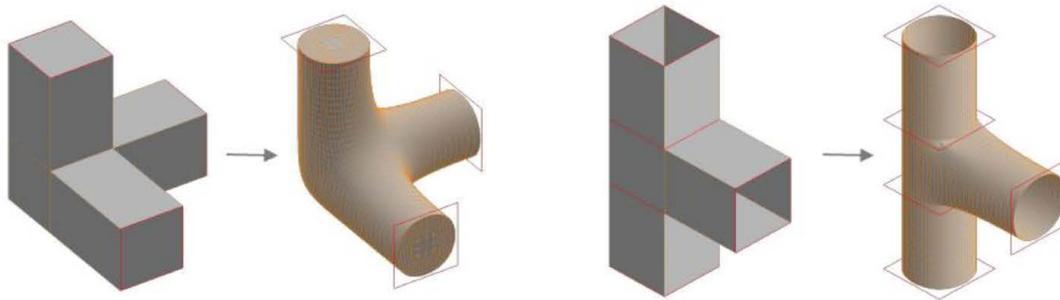


Fig. 26. Opérations complexes de plomberie.

La modélisation par subdivision est présente dans de nombreux logiciels professionnels tels que : Maya, 3ds Max, Lightwave, Softimage, Modo...

Modélisation par géométries

La modélisation géométrique des solides procède de 2 méthodes :

1- La composition arborescente du solide :

La CSG "Constructive Solid Geometry" dite aussi "modélisation solide",

Cette technique de modélisation géométrique concerne la représentation d'un objet solide comme combinaison d'objets solides simples (ex.: cylindre, sphère, cône, tore, etc.) à l'aide d'opérateurs géométriques booléens (ex.: union, intersection, soustraction).

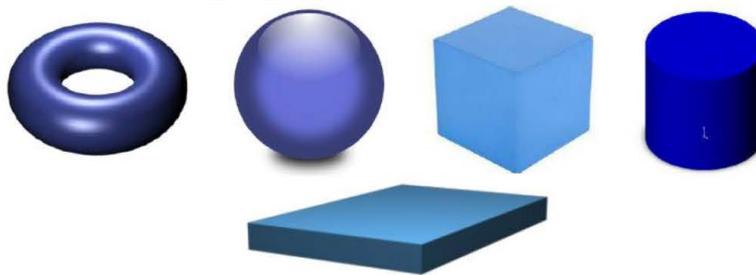


Fig. 27. Formes d'objets solides simples.

On applique des opérations booléennes et des transformations géométriques classiques.

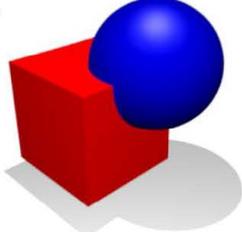
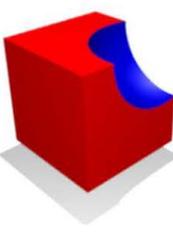
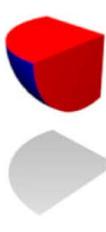
| Union : L'assemblage des deux objets. | Différence : La soustraction d'un objet de l'autre | Intersection : La partie commune aux deux objets. |
|---|---|---|
|  |  |  |

Fig. 28. Opérations booléennes.

Les objets en géométrie de construction de solides peuvent être représentés par des arbres binaires, dans lesquels les feuilles représentent les primitives, et les nœuds représentent les opérations. L'utilisation d'arbre permet de faire très facilement des modifications.

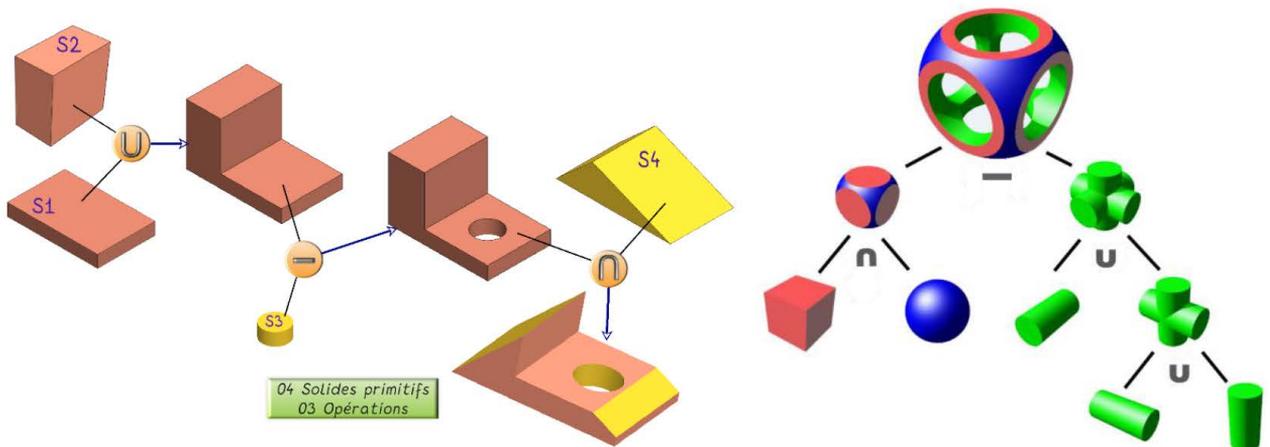


Fig. 29. Arbre de construction.

2- La représentation par les frontières :

(la B-Rep "Boundary Representation") qui s'apparente ainsi à la modélisation surfacique, avec deux techniques différentes :

- représentation facettée dans laquelle le solide est dit «polyédrique» ; la frontière est décrite par un ensemble de faces planes, d'arêtes rectilignes et de sommets,

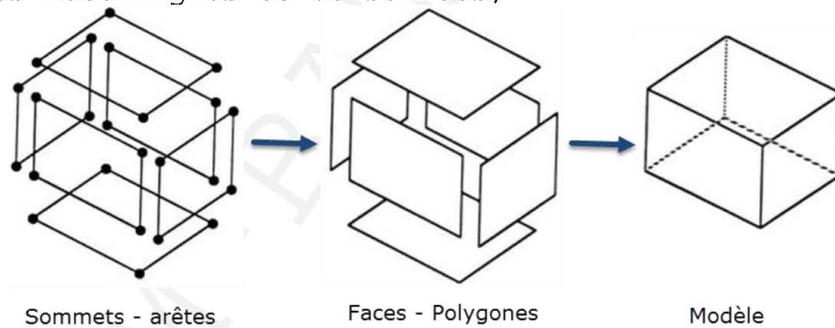


Fig. 30. Représentation facettée.

- représentation par les frontières exactes BREP (Boundary REPresentation), mode voisin du précédent, mais les faces et les arêtes sont de type canonique (courbe à pôles, NURBS, ou NUBS) ;

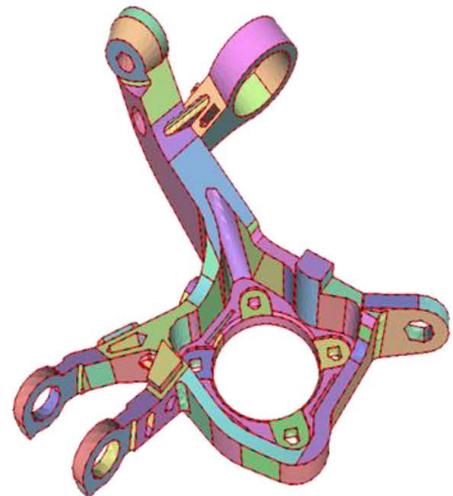


Fig. 31. Représentation par les frontières B-REP.