

MODULATIONS NUMÉRIQUES

On se propose dans ce chapitre d'examiner le cas de la transmission, autour d'une fréquence porteuse, de signaux numériques.

Comme dans le cas d'une transmission analogique on dispose d'une porteuse :

$$n(t) = A \cos (\omega t + \varphi)$$

$$\omega = 2\pi f$$

Les trois paramètres de cette porteuse sont l'amplitude A , la fréquence f et la phase φ . On aura donc trois types de modulations possibles :

- modulation d'amplitude;
- modulation de fréquence;
- modulation de phase.

3.1 Définitions

Le schéma de principe d'une chaîne de transmission numérique est représenté sur la *figure 3.1*. Ce schéma synoptique diffère quelque peu de celui que l'on a l'habitude de rencontrer pour les modulations analogiques. Le cas du signal numérique est un cas bien particulier et pour cette raison il est traité de manière différente.

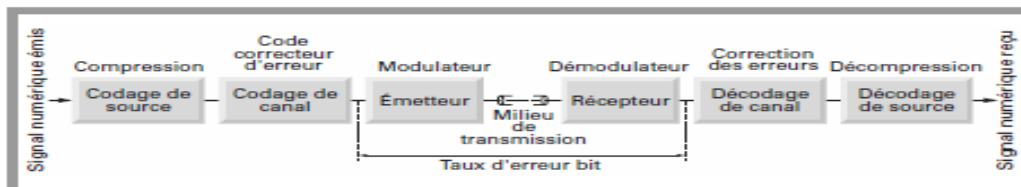


Figure 3.1 - Synoptique d'une transmission numérique.

3.1.1 Définition du signal numérique

Dans de nombreux cas, on ne souhaite pas ou on ne peut pas transmettre directement un signal analogique. On transmet alors après numérisation par exemple, le code binaire d'une grandeur. Les valeurs résultantes seront transmises en série et se présenteront alors comme une suite de 0 et de 1.

La *figure 3.2* représente un signal numérique dit NRZ pour *Non Retour à Zéro*.

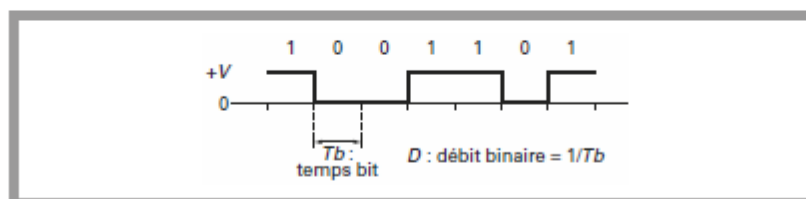


Figure 3.2 - Représentation temporelle du signal NRZ.

T_b est le temps pendant lequel un bit est transmis,
 D est le débit binaire et vaut :

$$D = \frac{1}{T_b}$$

T_b est exprimé en seconde, D est exprimé en bit par seconde ou baud.

À partir du schéma synoptique de la *figure 3.1*, on peut préciser le rôle de chacun des sous-ensembles. Le codeur de source a pour rôle la suppression de certains éléments binaires assez peu significatifs. Le décodeur de source réalise l'opération inverse.

Les systèmes de compression-décompression tels que l'on peut les rencontrer pour les signaux audio ou vidéo numériques font partie du codage de source.

Le codage de canal est souvent appelé code correcteur d'erreur. Le rôle de ce sous-ensemble est d'ajouter des informations supplémentaires au message en provenance de la source.

Ces informations seront exploitées après réception et permettront l'analyse du message reçu. Celui-ci pourra être déclaré sans erreur ou non.

Dans le cas d'une réception erronée, la fonction décodage de canal est, dans une certaine mesure, capable de corriger les erreurs.

Le train numérique est finalement envoyé à l'émetteur qui est en fait le modulateur. Ce signal module une fréquence porteuse qui est transmise jusqu'au récepteur. Le rôle du récepteur se limite à démoduler le signal reçu et à envoyer au décodeur de canal un signal numérique éventuellement entaché d'erreurs.

3.1.2 Définition du taux d'erreur bit

Les performances des modulations analogiques sont évaluées en examinant le rapport signal sur bruit en sortie du démodulateur. Ce rapport n'a plus de sens ici et on définit un taux d'erreur bit. Ce taux est le rapport du nombre de bits faux sur le nombre de bits transmis. Par bit faux, on entend réception d'un 1 alors que 0 était transmis ou l'inverse, la détection d'un 0 alors que 1 était transmis.

$$\text{TEB} = \frac{\text{nombre d'éléments binaires faux}}{\text{nombre d'éléments binaires émis}}$$

On trouvera, suivant les ouvrages, TEB pour taux d'erreur bit ou BER pour *bit error rate*, qui ont la même signification.

3.1.3 Définition de l'efficacité spectrale

En modulation analogique, on parle d'occupation autour de la porteuse. Pour les modulations numériques, on introduit une notion assez voisine qui est l'efficacité spectrale. L'efficacité spectrale η est égale au rapport du débit sur la largeur de bande occupée autour de la porteuse.

$$\eta = \frac{\text{débit}}{\text{bande occupée}} = \frac{D}{B}$$

L'efficacité spectrale peut s'exprimer en bit/s/Hz et est comprise entre 2 et 8 pour les modulations dites performantes :

$$2 \leq \eta \leq 8$$

L'efficacité spectrale peut atteindre des valeurs très importantes de l'ordre de 8 pour des modulations à grand nombre d'états.

Pour ces raisons, ces types de modulation sont de plus en plus employés. Nous verrons par la suite qu'il s'agit de modulation d'amplitude et/ou de phase de porteuses en quadrature.

Bien que ces procédés soient très efficaces, il existe encore de nombreux cas où ils ne sont pas utilisables. Une présentation des modulations numériques ne peut donc pas se limiter à ces procédés performants. Nous examinerons donc successivement les modulations d'amplitude, ASK, les modulations de fréquence FSK, les modulations de phase PSK et les modulations combinées de phase et d'amplitude QAM.

Dans ce chapitre, la transposition du signal NRZ en bande de base en un autre signal NRZ ne sera pas abordée. Le lecteur intéressé retrouvera le codage Manchester, biphase ou HDB3 dans de nombreux ouvrages.

3.1.5 Relation entre le débit, la largeur de bande et le bruit

Dans un canal donné de largeur B , on cherche tout d'abord le débit maximum d'informations.

Ce débit maximum découle du même théorème d'échantillonnage de Nyquist-Shanon.

Un signal ayant une largeur de bande B peut changer d'état à une vitesse maximum de $2B$.

Si, à chaque changement d'état correspond un bit transmis, le débit maximum d'information vaut $2B$. On remarque que dans ce cas, il n'y a aucune notion relative à l'amplitude de ces changements.

Si, à chaque intervalle de temps, on imagine d'associer non plus un niveau mais n niveaux, le débit maximal pourra alors augmenter. À chaque changement le signal peut prendre un niveau parmi n . Le débit vaut alors :

$$D = 2B \log_2(n)$$

Cette relation montre que si le nombre de niveaux tend vers l'infini, le débit tend aussi vers l'infini. On peut s'interroger sur le sens de cette limite et sur les risques que l'on encourt à augmenter le nombre de niveaux n .

Si l'on tronçonne l'amplitude en niveaux élémentaires, on atteindra une limite due à la présence du bruit. Il est alors impossible de mesurer le niveau n .

En conséquence le bruit place une limite pour le débit maximum sur un canal de largeur B donnée. Le débit maximum théorique pour lequel la transmission s'effectue *sans erreur* sur un canal de largeur B est donné par la loi de Hartley-Shannon 1948.

$$C = D_{\max} = B \log_2 \left(1 + \frac{S}{N} \right) = B \frac{\ln \left(1 + \frac{S}{N} \right)}{\ln 2}$$

C est appelée capacité maximale du canal et est exprimée en bits · s⁻¹

S/N est le rapport signal sur bruit

S/N est un rapport de puissance, c'est donc dans ce cas un nombre sans dimension.

EXEMPLE

Soit un canal de largeur de bande $B = 10$ kHz dans lequel le rapport signal sur bruit vaut

$$S/N = 15 \text{ dB.}$$

La capacité ou débit théorique maximal vaut :

$$C = 10000 \log_2(32,622) = 50288 \text{ bits} \cdot \text{s}^{-1}$$

3.1.6 Bruit dans les systèmes de communication

Le bruit joue un rôle crucial dans les systèmes de communication. Nous avons vu qu'en théorie, il limite la capacité du canal; en pratique, il détermine le nombre d'erreurs. Ce qui nous intéresse est de connaître et quantifier son influence sur le nombre d'erreurs.

Le bruit est un signal aléatoire et on ne peut donc pas prédire sa valeur à un instant donné. La densité de probabilité d'une variable aléatoire x est définie comme étant la probabilité que la variable x prenne une valeur entre x_0 et $x_0 + \delta x$. La probabilité que la variable x prenne une valeur comprise entre x_1 et x_2 est alors l'intégrale de la densité de probabilité entre les deux bornes x_1 et x_2 :

$$P\{x_1 < x < x_2\} = \int_{x_1}^{x_2} p(x) dx$$

Pour le bruit, on peut admettre que la distribution est gaussienne de la forme :

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

m est la valeur moyenne et σ^2 est la variance.

Dans le cas du bruit, cette valeur moyenne est nulle. La *figure 3.3* représente cette distribution $p(x)$. Nous pouvons donc utiliser ces relations pour évaluer la probabilité que le bruit soit compris entre deux valeurs par exemple $-x_1$ et $+x_1$:

$$P\{-x_1 < x < x_1\} = \int_{-x_1}^{+x_1} p(x) dx$$

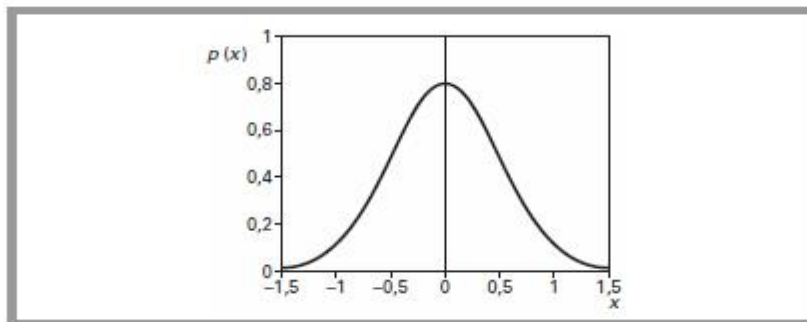


Figure 3.3 - Distribution gaussienne.

En posant : $u = \frac{x}{\sigma\sqrt{2}}$, on a : $dx = du \sigma\sqrt{2}$

$$P\{-x_1 < x < x_1\} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-x_1}^{+x_1} e^{-u^2} du = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x_1} e^{-u^2} du$$

Il s'agit de la fonction que l'on définit comme fonction d'erreur. Dans la plupart des cas, le bruit présent peut être assimilé à une variable de valeur moyenne nulle et ayant une distribution gaussienne. La valeur moyenne de la puissance de bruit est égale à la variance. Le rapport signal sur bruit peut alors s'écrire :

$$\frac{S}{N} = \frac{S}{\sigma^2}$$

Si le bruit est un bruit thermique on a :

$$N = \sigma^2 = kTB$$

On définit souvent une énergie E_0 qui est le rapport par unité de puissance.

$$\sigma^2 = N_0 B$$

σ^2 est la puissance de bruit,
 N_0 est l'énergie et est dit aussi densité de bruit,
 B est la largeur de bande.

3.1.7 Interférence intersymbole (ISI), influence sur le débit

L'interférence intersymbole est le nom donné au phénomène dont résulte l'identification erronée d'un bit. Le signal en bande de base est limité en bande de

manière à limiter l'occupation spectrale autour de la fréquence porteuse. Ceci revient à dire que l'on cherche à optimiser le paramètre efficacité de la modulation :

$$\eta = \frac{D}{B}$$

Si le signal numérique en bande de base est limité en bande avant de moduler la porteuse, ce signal aura par exemple, l'allure représentée à la *figure 3.4a*. Ce message est le message émis et le message reçu. Le signal NRZ est reconstitué en plaçant par exemple un comparateur à seuil.

Les *figures 3.4b* et *3.4c* représentent les signaux reçus dans deux cas distincts. Dans le cas de la *figure 4b*, le débit est suffisamment élevé pour que le comparateur ne puisse pas récupérer le message. Dans le cas de la *figure 3.4c*, le message est récupéré sans erreur. Cela met en évidence le phénomène d'interférence intersymbole.

On peut donc en conclure avec ces généralités et retenir qu'il existe une limitation théorique donnée par la règle de Shannon et qu'il existe des limitations qui seront dues aux procédés utilisés et à leur mise en œuvre.

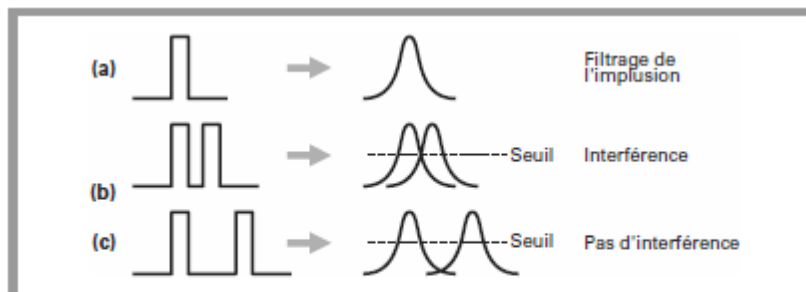


Figure 3.4 - Interférence intersymbole résultant du filtrage.

3.1.8 Relation entre S/N et E_b/N_0

Le signal reçu a une puissance totale S . Pour comparer facilement les différents types de modulation numérique on ne s'intéresse pas à la puissance totale mais à l'énergie par bit.

Dans un système à M états, l'énergie par bit E_b est liée à l'énergie totale E par la relation :

$$E_b = \frac{E}{\log_2 M}$$

La puissance étant le rapport de l'énergie sur le temps on peut écrire :

$$\frac{S}{N} = \frac{E}{T_b N_0 B}$$

$$\frac{S}{N} = \frac{\log_2 M E_b}{T_b B N_0}$$

E_b/N_0 est une valeur indépendante du procédé de modulation.

En utilisant les relations antérieures on obtient aussi :

$$D = \frac{1}{T_b} \quad \text{et} \quad \eta = \frac{D}{B}$$

$$\frac{S}{N} = \eta \log_2 M \frac{E_b}{N_0}$$

3.2 Modulation d'amplitude en tout ou rien OOK ou en ASK

Le signal numérique module directement la porteuse $n(t)$. Le signal résultant a pour expression :

$$n(t) = a_K A \sin (\omega t + \varphi)$$

Dans cette expression, a_K peut prendre les valeurs 0 ou 1.

La *figure 3.5* représente la décomposition en série de Fourier d'un signal rectangulaire ayant une fréquence de $1/2T_b$. Le spectre d'un signal numérique de débit $D = 1/T_b$ est représenté à la *figure 3.6*. La représentation temporelle du signal modulé en amplitude est donnée à la *figure 3.7*.

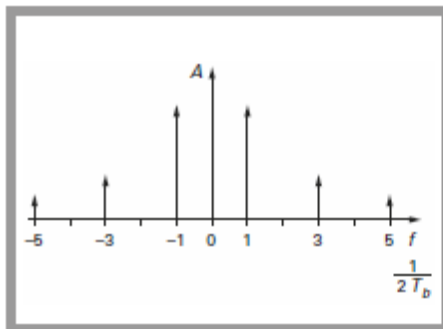


Figure 3.5 - Décomposition en série d'un signal rectangulaire normalisé à $1/2T_b$.

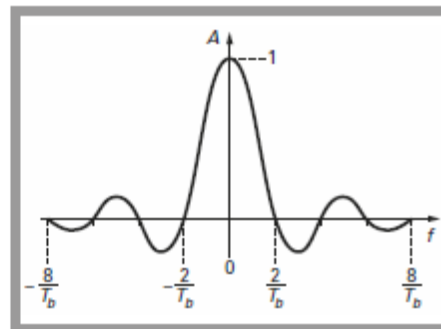


Figure 3.6 - Représentation spectrale d'un signal numérique NRZ de débit $D = 1/T_b$.

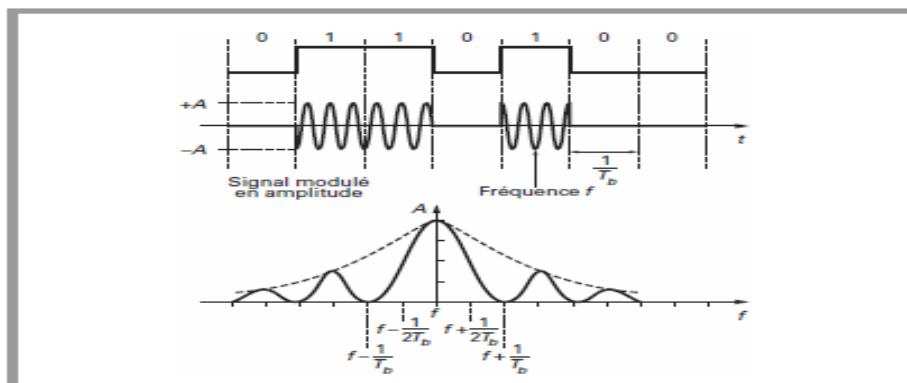


Figure 3.7 - Représentation temporelle du signal modulé en amplitude.

Dans ce cas, il s'agit tout simplement de la transposition du spectre du signal en bande de base autour de la fréquence centrale.

Si le spectre est limité aux valeurs $f - \frac{1}{2T_b}$ et $f + \frac{1}{2T_b}$ l'occupation autour de la porteuse vaut :

$$B = \frac{1}{T_b}$$

Le débit binaire D vaut $D = \frac{1}{T_b}$ et on a donc l'efficacité spectrale :

$$\eta = \frac{D}{B} = \frac{1}{T_b} \cdot \frac{T_b}{1} = 1$$

Une limitation entre les fréquences $f - \frac{1}{T_b}$ et $f + \frac{1}{T_b}$, plus simple à réaliser, conduit évidemment à une efficacité réduite de moitié, $\eta = 1/2$. Cette valeur de η est telle que ce type de modulation est classé dans les modulations peu efficaces.

Ce procédé de modulation est souvent appelé ASK (*amplitude shift keying*) ou plus rarement OOK (*on off keying*).

3.2.1 Modulateur ASK

La réalisation d'un modulateur ASK ne pose pas de problème particulier, cependant on peut envisager deux configurations qui conduisent au même résultat mais impliquent quelques différences de conception.

Sur le schéma de la *figure 3.8*, l'oscillateur est haché au rythme du signal NRZ. Le signal NRZ actionne une porte et ne peut pas être limité en largeur de bande.

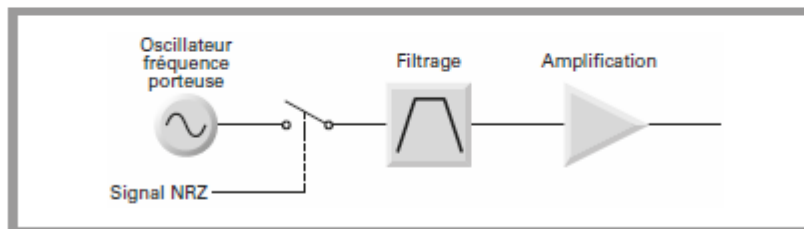


Figure 3.8 - Modulateur ASK.

Sa limitation éventuelle en fréquence n'aurait aucun effet sur la largeur de bande autour de la fréquence porteuse. La limitation autour de la fréquence porteuse est assurée par un filtre passe-bande autour de la fréquence centrale. Le filtrage autour de la fréquence centrale sera d'autant plus complexe que la fréquence centrale est élevée et que le débit binaire est lent.

La fréquence centrale f_c et le débit binaire $1/T_b$ agissent directement sur le coefficient de surtension Q nécessaire à la limitation à une bande B autour de la porteuse.

$$B = \frac{\alpha}{2T_b}$$

$$Q = \frac{f_c}{B} = \frac{2f_c T_b}{\alpha}$$

Le schéma synoptique de la *figure 3.9* permet d'outrepasser cette difficulté en limitant le spectre du signal NRZ en bande de base.

Dans les cas des figures 3.8 et 3.9, la linéarité de l'amplificateur de sortie n'est pas un paramètre important. Les amplificateurs de sortie peuvent travailler en classe C ou classe AB pour obtenir un bon rendement.

En classe C, des filtres de sortie limiteront les harmoniques.

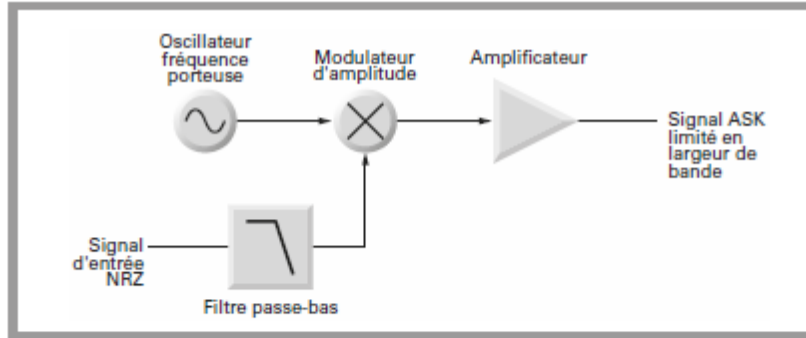


Figure 3.9 - Modulateur ASK.

3.2.2 Démodulateur en ASK

On peut envisager comme dans le cas des modulations d'amplitude analogiques une démodulation cohérente ou non cohérente.

Démodulation par détection d'enveloppe

Ce procédé, détection d'enveloppe, consiste à effectuer un redressement et un filtrage. C'est donc une démodulation non cohérente. On dispose un circuit de décision, comparateur, en sortie du détecteur. Le synoptique du démodulateur est représenté à la figure 3.10.

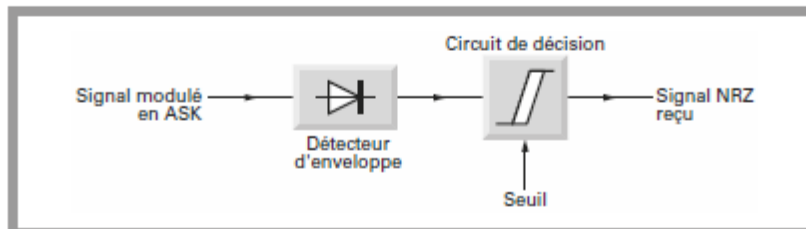


Figure 3.10 - Démodulateur ASK par détection d'enveloppe.

Le seuil du comparateur d'amplitude est placé à 50 % de l'amplitude maximale reçue. Dans ces conditions les taux d'erreurs sont les suivants :

- Probabilité d'erreur pour qu'un élément 0 soit interprété comme un 1 :

$$P(0 - 1) = e^{-\frac{E_b}{2N_0}}$$

- Probabilité d'erreur pour qu'un élément 1 soit interprété comme un 0 :

$$P(1-0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\frac{E_b}{N_0}}} e^{-\frac{E_b}{2N_0}}$$

On remarque que la majorité des erreurs consiste en des éléments 0 interprétés comme des éléments 1. Le seul avantage de cette configuration réside dans son extrême simplicité.

Démodulation cohérente

Le schéma synoptique d'un démodulateur ASK cohérent est représenté à la figure 3.11.

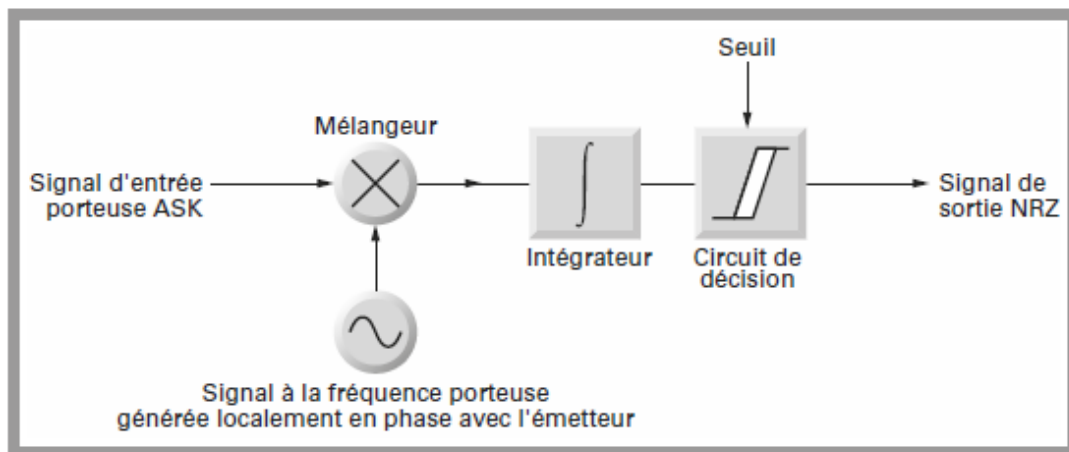


Figure 3.11 - Démodulation ASK cohérente.

Par principe, le démodulateur cohérent nécessite la présence d'un oscillateur local verrouillé en fréquence et en phase sur le signal reçu. L'oscillateur local et le signal reçu sont multipliés dans un mélangeur. Le résultat de la multiplication est intégré et envoyé au circuit de décision.

Comme précédemment, le circuit de décision est un comparateur à seuil.

Le taux d'erreur bits TEB ou BER (*bit error rate*) vaut dans cette configuration :

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \text{erfc} \sqrt{\frac{E_b}{2N_0}}$$

Le verrouillage de l'oscillateur local en fréquence et en phase sur le signal incident nécessite la transmission d'une information de synchronisation et la présence d'un asservissement, comme une boucle à verrouillage de phase, non représentée à la figure 3.11.

3.2.3 Avantages et inconvénients de l'ASK

Le seul atout de la modulation ASK est sa simplicité et par conséquent son faible coût. En revanche, les performances en terme d'efficacité spectrale et taux d'erreur sont moins importantes que celles des autres modulations numériques décrites par la suite.

Il existe pourtant de nombreux cas, où seul ce type de modulation est ou devra être employé. Si le critère essentiel de l'application est le coût, il sera extrêmement difficile d'éviter l'ASK. Ce type de modulation est très souvent employé dans les systèmes de transmission grand public pour les transmissions de données à courte distance.

Ces systèmes fonctionnent en général sur des fréquences porteuses dans les bandes 224 MHz ou 433 MHz. Ces deux bandes sont normalisées pour ce type d'application.

Pour ces deux fréquences, les porteuses peuvent être obtenues directement à partir d'oscillateur à résonateurs à onde de surface. Cette configuration allie stabilité de l'oscillateur et faible coût. En général, les débits sont faibles et le filtrage n'a qu'une importance relative.

Pour être conforme aux différentes réglementations, le problème de l'occupation spectrale autour de la fréquence porteuse est résolu par l'emploi de filtres à onde de surface spécialement conçu à cet effet. Dans ce cas le rôle du concepteur se limite essentiellement au bon choix des éléments constituant émetteur et récepteur.

Des circuits intégrés spécifiques résolvent le problème du récepteur dans son intégralité. Ces circuits comportent en général les étages d'entrée RF, un oscillateur local, mélangeur, les étages à la fréquence intermédiaire, le démodulateur et le circuit de décision (comparateur).

Ce type de modulation est aussi utilisé lorsque aucune autre modulation n'est envisageable. On ne sait moduler ni la fréquence ni la phase d'une émission optique. Dans ce cas, les longueurs d'onde sont comprises entre 800 et 1 500 nm, soit des fréquences de l'ordre de 300 THz. T est l'abréviation pour tera, coefficient multiplicateur : 10^{12} . On ne sait moduler, simplement, que la puissance optique émise. Il s'agit donc d'une modulation d'amplitude du courant direct circulant dans les diodes émettrices.

Le procédé de modulation ASK est donc toujours utilisé en optique, pour les transmissions sur fibre optique par exemple. Ce procédé permet aussi d'atteindre des débits très élevés.

Dans le chapitre relatif aux modulations analogiques (chapitre 2), nous avons vu que la transmission optique pouvait être fortement non linéaire et que l'on pouvait avoir recours à une sous-porteuse.

En transmission numérique, ceci n'a qu'une importance relative. Dans ce cas en effet, on peut aussi avoir recours à une sous-porteuse, non pas dans le but de profiter d'une meilleure linéarité mais dans le but de réaliser un multiplex fréquentiel de plusieurs canaux de transmission de données. Chacune des sous-porteuses pourra finalement être modulée en amplitude, en phase ou en fréquence par les signaux numériques à transmettre.

Il est en général de bon ton de présenter la modulation ASK comme un procédé de modulation à éviter. Certes, cette modulation est peu performante, mais on retiendra que dans certains cas elle constitue l'unique solution.

3.3 Modulation de fréquence FSK

Pour une première approche, la modulation de fréquence, FSK pour *Frequency Shift Keying*, peut se concevoir comme une double modulation ASK ou OOK obtenue par exemple à partir de la *figure 3.12*. Le signal numérique binaire actionne un commutateur qui sélectionne la fréquence de l'un des deux oscillateurs f_1 ou f_2 .

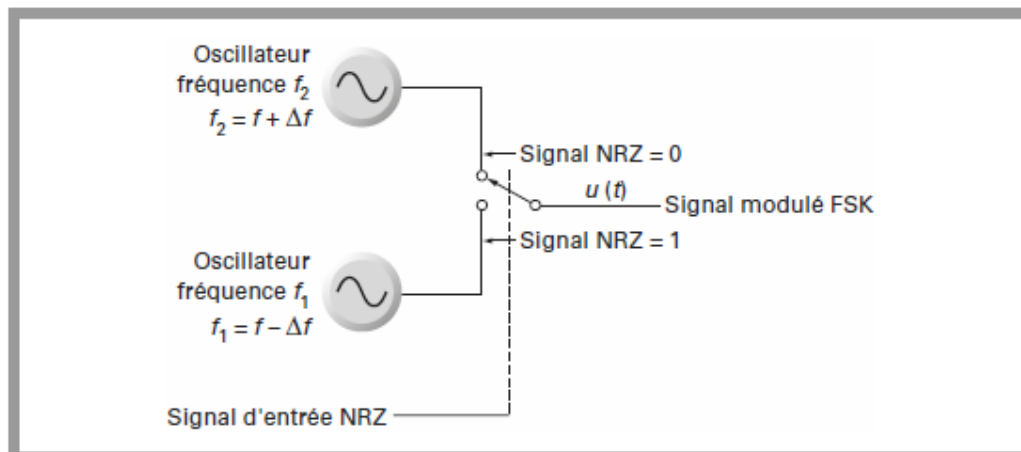


Figure 3.12 - Modulateur FSK à phase discontinue.

Au premier symbole binaire, on associe une fréquence f_1 et au second, une fréquence f_2 et l'on pose :

$$f_2 = f + \Delta f$$

$$f_1 = f - \Delta f$$

Le signal de sortie du modulateur FSK ainsi constitué a pour expression :

$$u(t) = A \sin [\omega + (a_k - 1)\Delta\omega]t$$

où a_k peut prendre les valeurs 0 ou 2.

Aux instants de commutation, la phase relative des deux générateurs est quelconque.

La *figure 3.13* est une représentation temporelle du signal $u(t)$ en sortie du commutateur sélectionnant alternativement les oscillateurs aux fréquences f_1 ou f_2 . Cette figure met en évidence les deux modulations ASK des porteuses f_1 et f_2 .

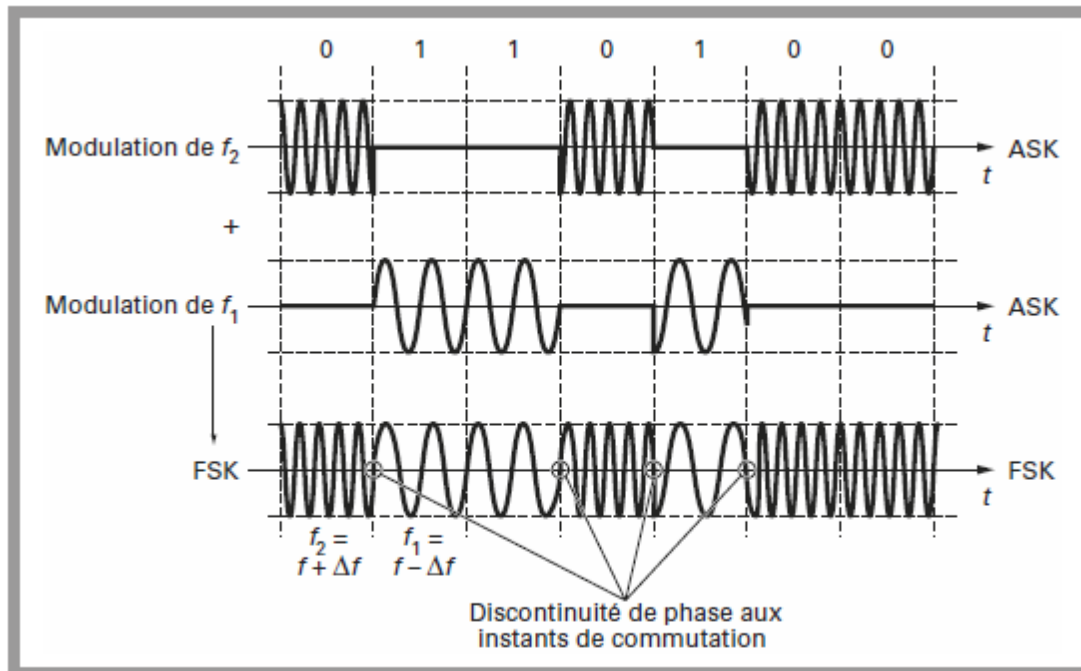


Figure 3.13 - Représentation temporelle du signal $u(t)$.

Le spectre du signal numérique NRZ est donc transposé autour des fréquences f_1 et f_2 comme dans une modulation ASK. La DSP (densité spectrale de puissance) de ce signal FSK présente des raies discrètes aux fréquences f_1 et f_2 .

Soit $2B_1$ l'occupation spectrale du signal NRZ autour de chaque porteuse.

Les schémas de la *figure 3.14* permettent d'aboutir rapidement à une valeur approchée de l'occupation spectrale du signal FSK :

$$B_2 = 2(B_1 + \Delta f)$$

B_1 : largeur de bande maximale du signal modulant,

Δf : excursion de fréquence.

Cette relation est analogue à la formule de Carson adaptée pour les modulations de fréquence analogiques.

Le modulateur FSK de la *figure 3.12* est peu utilisé bien que sa simplicité puisse être éventuellement intéressante. Il faut aussi noter que l'emploi d'oscillateurs à quartz ou d'oscillateurs contrôlés numériquement NCO peut résoudre tous les problèmes de stabilité.

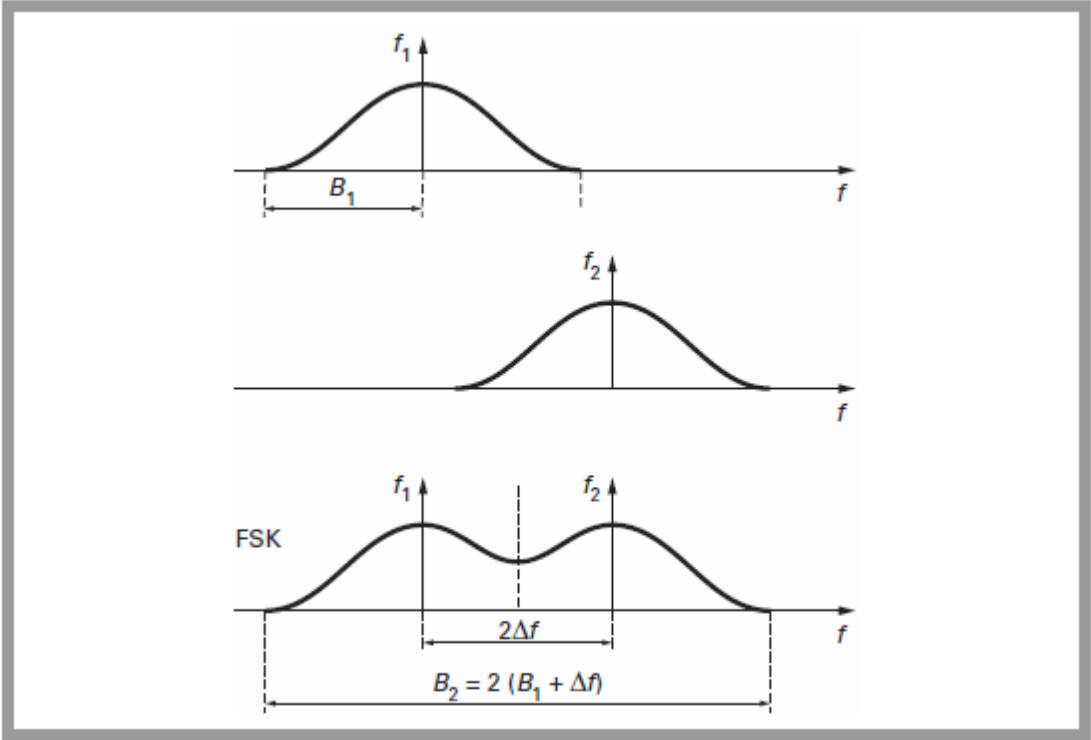


Figure 3.14 - Représentation spectrale approchée du signal FSK.