

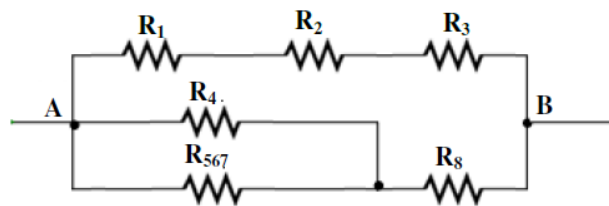
Corrigé de la série de TD 1

Exercice 1 :

Figure 1 :

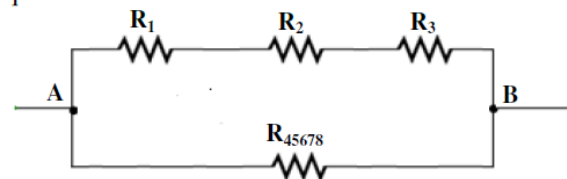
On a tout d'abord mis les résistances R_6 et R_7 en parallèle, puis la résistance équivalente en Série avec R_5 pour obtenir la résistance équivalente R_{567} suivante :

$$\begin{aligned} R_{567} &= (R_6 // R_7) + R_5 \\ &= \frac{R_6 \times R_7}{R_6 + R_7} + R_5 = \frac{12 \times 5}{12 + 5} + 8 \\ &= 11.53 \Omega. \end{aligned}$$



Les deux résistances R_{567} et R_4 sont mises en parallèle puis en série avec R_8 , ce qui nous donne la résistance équivalente R_{45678} qui vaut :

$$\begin{aligned} R_{45678} &= (R_{567} // R_4) + R_8 \\ &= \frac{R_{567} \times R_4}{R_{567} + R_4} + R_8 = \frac{11.53 \times 10}{11.53 + 10} + 4 \\ &= 9.36 \Omega \end{aligned}$$



On voit que R_1 , R_2 et R_3 sont en séries. Il nous faut donc calculer la résistance équivalente de ce groupe.

$$R_{123} = R_1 + R_2 + R_3 = 10 + 10 + 2 = 22 \Omega$$

La résistance équivalente de notre branche est

$$\text{donc : } R_{eq} = R_{12345678} = R_{123} // R_{45678}$$

$$= \frac{22 \times 9.36}{22 + 9.36} = 6.57 \Omega.$$

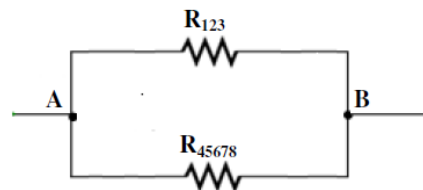


Figure 2 :

Solution :

Les capacités de condensateurs C_1 , C_2 et C_3 en parallèle s'additionnent, comme les résistances en série, ce qui nous donne :

$$\begin{aligned} C_{123} &= C_1 // C_2 // C_3 = C_1 + C_2 + C_3 \\ &= 22 + 100 + 47 = 169 F. \end{aligned}$$

Les capacités de condensateurs C_{123} , C_4 et C_5 en séries répondent à la même loi que les résistances en parallèles donc :

$$\frac{1}{C_{12345}} = \frac{1}{C_{123}} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5}$$

$$\Rightarrow C_{12345} = \frac{1}{\frac{1}{C_{123}} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_5}} = \frac{1}{\frac{1}{169} + \frac{1}{68} + \frac{1}{10^{-5}}} = 9.99 \times 10^{-6} F = 9.99 \mu F \approx 10 \mu F$$

$$\text{Or } C_{12345} = \frac{C_{123} \times C_4 \times C_5}{C_{123} C_4 + C_{123} C_5 + C_4 C_5} = \frac{169 \times 68 \times 10^{-5}}{169 \times 68 + 169 \times 10^{-5} + 68 \times 10^{-5}} = 9.99 \mu F \approx 10 \mu F.$$

La capacité équivalente de notre circuit est donc :

$$\begin{aligned} C_{eq} &= C_{123456} = C_{12345} // C_6 = C_{12345} + C_6 \\ &= 9.99 \times 10^{-6} + 10^{-5} = 19.99 \times 10^{-6} F \\ &= 19.99 \mu F \approx 20 \mu F. \end{aligned}$$

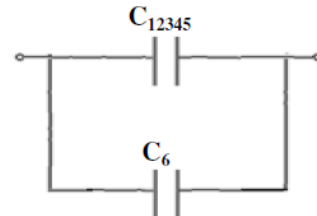
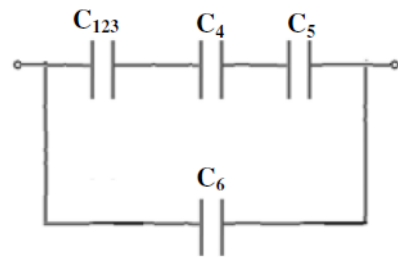
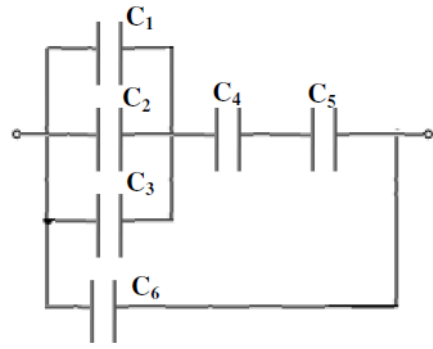
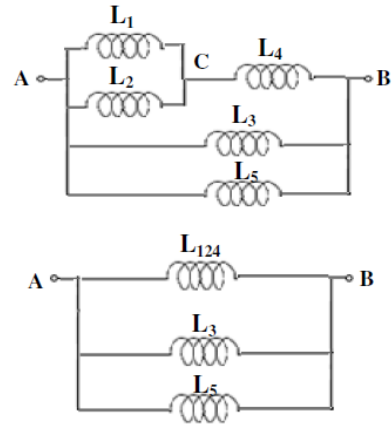


Figure 3 :

Solution :

Les deux inductances L_1 et L_2 sont mises en parallèle puis en série avec L_4 , ce qui nous donne l'inductance équivalente L_{124} qui vaut :

$$\begin{aligned} L_{124} &= (L_1 // L_2) + L_4 = \left(\frac{L_1 \times L_2}{L_1 + L_2} \right) + L_4 \\ &= \left(\frac{4 \times 10^{-3} \times 16 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-3} + 16 \times 10^{-3}} \right) + 2.2 \times 10^{-3} \\ &= 3.2022 \text{ H} = 3202.2 \text{ mH}. \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} L_{eq} = L_{12345} &= L_{124} // L_3 // L_5 = \frac{1}{\frac{1}{L_{124}} + \frac{1}{L_3} + \frac{1}{L_5}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{3202.2 \times 10^{-3}} + \frac{1}{1.5 \times 10^{-3}} + \frac{1}{10 \times 10^{-3}}} = \frac{1}{766.98} = 0.0013 \text{ H} = 1.3 \text{ mH} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Or } L_{12345} &= \frac{L_{124} L_3 L_5}{L_{124} L_3 + L_{124} L_5 + L_3 L_5} \\ &= \frac{3202.2 \times 10^{-3} \times 1.5 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3}}{3202.2 \times 10^{-3} \times 1.5 \times 10^{-3} + 3202.2 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3} + 1.5 \times 10^{-3} \times 10 \times 10^{-3}} \\ &= 0.0013 \text{ H} = 1.3 \text{ mH} \end{aligned}$$

Exercice 2 :

Figure 4 :

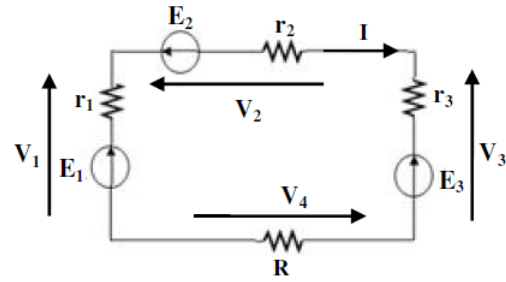
D'après la loi de maille, on peut écrire :

$$V = E_{eq} - r_{eq}I = V_1 - V_2 - V_3 - V_4$$

$$= (E_1 - r_1I) - (E_2 + r_2I) - (E_3 + r_3I) - RI = 0.$$

Soit en regroupant termes à termes :

$$V = (E_1 - E_2 - E_3) - (r_1 + r_2 + r_3 + R).I = E_{eq} - r_{eq}I$$



Pour le groupement en série, la force électromotrice équivalente E_{eq} est égale à la somme des forces électromotrices. et la résistance équivalente r_{eq} est égale à la somme des résistances internes des générateurs donc : $E_{eq} = E_1 - E_2 - E_3$ et $r_{eq} = r_1 + r_2 + r_3 + R$

Et le courant
$$I = \frac{E_1 - E_2 - E_3}{r_1 + r_2 + r_3 + R}$$

Figure 5 :

Nous n'associons en parallèle que des générateurs identiques E et de résistance interne R .
donc : $E_1 = E_2 = E_3 = E$ et $R_1 = R_2 = R_3 = R$.

Nous déduisons donc le générateur équivalent :

$$E_{eq} = E \text{ et } R_{eq} = \frac{R}{3}$$

Dans ce cas, nous pouvons calculer la différence de potentiel qui apparaît entre A et B :

$$V_{AB} = E - RI_1 = E - RI_2 = E - RI_3 = E_{eq} - R_{eq}I$$

Puisque les deux générateurs sont identiques, ils sont traversés par le même courant :

$$I_1 = I_2 = I_3 = \frac{I}{3} \text{ et } V_{AB} = E - R\frac{I}{3}$$

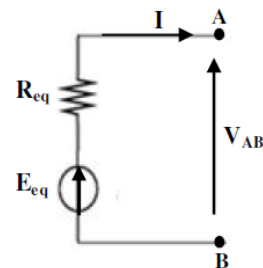


Figure 6 :

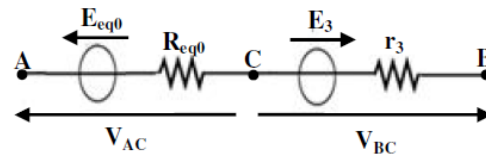
Entre A et C se trouvent deux générateurs E_1 et E_2 en parallèles, Les sources en parallèles doivent obligatoirement avoir la même valeur de tension et la résistance interne de l'ensemble est égale à la résistance interne d'une branche divisée par le nombre total de branches.

La tension totale (on suppose les générateurs identiques) est égale à la tension d'une seule source : $E_{eq0} = E_1 = E_2$

Et la résistance interne équivalente : $r_{eq0} = \frac{r}{2}$ avec : $r_1 = r_2 = r$

Les deux générateurs E_{eq0} et E_3 sont en série, donc le schéma devient :

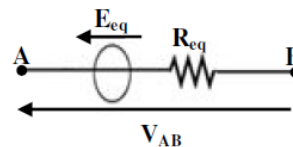
En appliquant la loi d'addition des tensions et compte tenu du fait que le plus grand générateur s'impose, nous trouvons :



$$\text{Si } E_{eq0} > E_3 \Rightarrow V_{AB} = V_{AC} - V_{BC}$$

$$\Rightarrow V = (E_{eq0} - R_{eq0}I) - (E_3 + R_3I)$$

$$\Rightarrow V = (E_{eq0} - E_3) - (r_{eq0} + r_3)I = E_{eq} - r_{eq}I$$



Par conséquent nous avons : $E_{eq} = E_{eq0} - E_3$ et $r_{eq} = r_{eq0} + r_3$

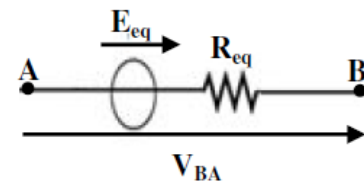
La force électromotrice du générateur équivalent est orientée dans le même sens que le plus grand générateur.

$$\text{Si } E_{eq0} < E_3 \Rightarrow V_{BA} = V_{BC} - V_{AC}$$

$$\Rightarrow V = (E_3 - R_3I) - (E_{eq0} + R_{eq0}I)$$

$$\Rightarrow V = (E_3 - E_{eq0}) - (r_{eq0} + r_3)I = E_{eq} - r_{eq}I$$

Par conséquent nous avons : $E_{eq} = E_3 - E_{eq0}$ et $r_{eq} = r_{eq0} + r_3$



Exercice 3 :

Figure 7 :

Solution :

D'après la loi de maille :

$$\text{Maille (1) : } R_2 I_2 - E_1 + E_3 = 0 \Rightarrow V_{AD} =$$

$$R_2 I_2 = E_1 - E_3 = 15 - 5 = 10 \text{ V}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{E_1 - E_3}{R_2} = \frac{10}{1} = 10 \text{ mA.}$$

$$\text{Maille (2) : } R_3 I_3 - E_2 + E_3 = 0$$

$$\Rightarrow V_{BC} = R_3 I_3 = E_2 - E_3 = 10 - 5 = 5 \text{ V} \Rightarrow I_3 = \frac{5}{1} = 5 \text{ mA.}$$

$$\text{Maille (3) : } V_{AB} - V_{AD} - V_{DC} + V_{BC} = 0 \Rightarrow V_{AB} = V_{AD} + V_{DC} - V_{BC}$$

$$\Rightarrow V_{AB} = V_A - V_B = (V_A - V_D) + (V_D - V_C) + (V_B - V_C) = 10 + 0 - 5 = 5 \text{ V.}$$

$$\text{Maille (4) : } E_1 - R_1 I_1 - E_2 = 0 \Rightarrow R_1 I_1 = E_1 - E_2 = 15 - 10 = 5 \text{ V.}$$

$$\text{De maille (1) et (2) : } \Rightarrow V_{AB} = R_1 I_1 = 5 \text{ V} \Rightarrow I_1 = \frac{5}{1} = 5 \text{ mA.}$$

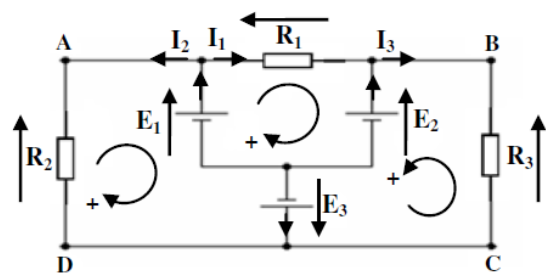


Figure 8 :

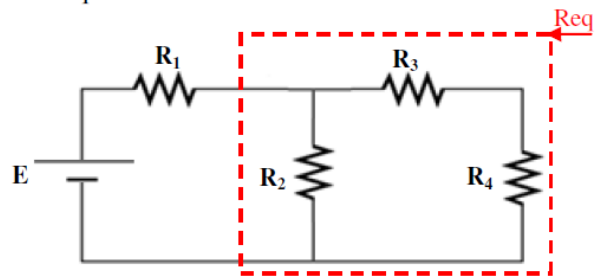
- Calcul des tensions par le diviseur de tension :

Pour simplifier le circuit, on calcul la résistance équivalente :

R_3 et R_4 sont en série et leur équivalent est égale à : $R_{34} = R_3 + R_4 = 30 + 5 = 35 \Omega$.

R_{34} et R_2 sont en parallèles et leur équivalent : $R_{eq} = R_{234} = R_{34} // R_2$

$$= \frac{R_{34} \times R_2}{R_{34} + R_2} = \frac{35 \times 10}{35 + 10} = 7.78 \Omega$$

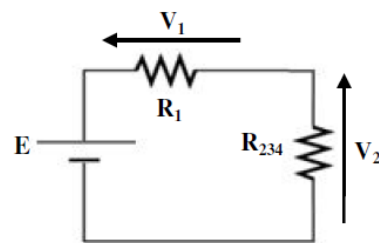


Le circuit devient alors le suivant :

Et la règle de division de tension peut être appliquée

$$\text{directement : } V_1 = V_{R_1} = \frac{R_1}{R_{234} + R_1} E = \frac{15}{15 + 7.78} 20 = 13.2V.$$

$$\text{Et } V_2 = V_{R_{234}} = \frac{R_{234}}{R_{234} + R_1} E = \frac{7.78}{7.78 + 15} 20 = 6.8 V.$$



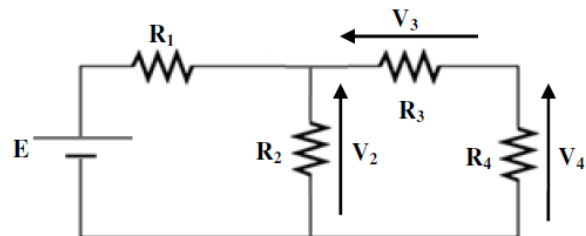
Dans un circuit en parallèle, les branches sont soumises à la même tension :

$$V_{R_{234}} = V_{R_2} = V_{R_{34}} = V_2.$$

Maintenant, nous pouvons utiliser la règle de division de tension pour trouver V_{R_3} et V_{R_4} .

$$V_3 = V_{R_3} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_2 = \frac{30}{30 + 5} 6.8 = 5.8 V$$

$$V_4 = V_{R_4} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_2 = \frac{5}{30 + 5} 6.8 = 0.97 V$$

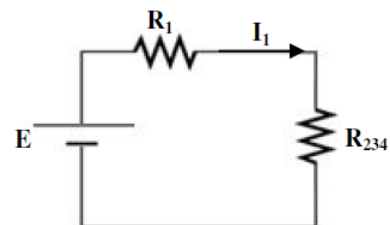


Nous avons déjà vu le calcul de la résistance équivalente $R_{eq} = R_{234} = 7.78 \Omega$, donc le courant

$$\text{total } I_1 = \frac{E}{R_1 + R_{234}} = \frac{20}{15 + 7.78} = 0.878 A$$

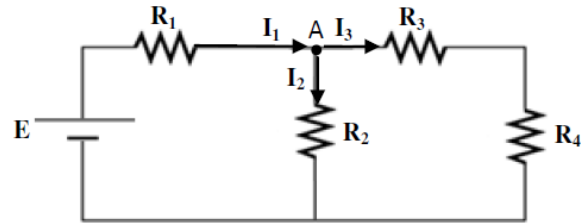
Pour calculer les intensités des courant I_2 et I_3 ,

on applique le diviseur de courant au nœud A :



$$I_2 = \frac{R_{34}}{R_2 + R_{34}} I_1 = \frac{35}{10 + 35} 0.88 = 0.68 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{R_2}{R_2 + R_{34}} I_1 = \frac{10}{10 + 35} 0.88 = 0.195 \text{ A}$$



$V_1 = R_1 I_1 = 15 \times 0.878 = 13.2 \text{ V}$, $V_2 = R_2 I_2 = 10 \times 0.68 = 6.8 \text{ V}$ et $V_3 = R_3 I_3 = 30 \times 0.195 = 5.8 \text{ V}$ et $V_4 = R_4 I_3 = 5 \times 0.195 = 0.97 \text{ V} \Rightarrow$ ces deux différentes méthodes donnent le même résultat.

Figure 9 :

Solution :

La résistance équivalente: $R_{AB} = \frac{R_2 * R_3}{(R_2 + R_3)} = 0.5 \text{ K}\Omega$

La résistance totale : $R_{Tot} = R_1 + R_{AB} = 1 \text{ K}\Omega$

Noeud A : $I_1 = I_2 + I_3$

Loi de la grande maille : $I_1 = \frac{E}{R_{Tot}} = \frac{6}{1 \text{ K}} = 6 \text{ mA}$

La tension V_2 : $V_2 = E \frac{R_{AB}}{(R_1 + R_{AB})} = 3 \text{ V}$

La tension V_1 : $V_1 = E \frac{R_1}{(R_1 + R_{AB})} = E - V_2 = 3 \text{ V}$

Le courant I_2 : $I_2 = \frac{V_2}{R_2} = 3 \text{ mA}$

Le courant I_3 : $I_3 = \frac{V_2}{R_3} = 3 \text{ mA}$