Corrigé _TD 2 _ELN1

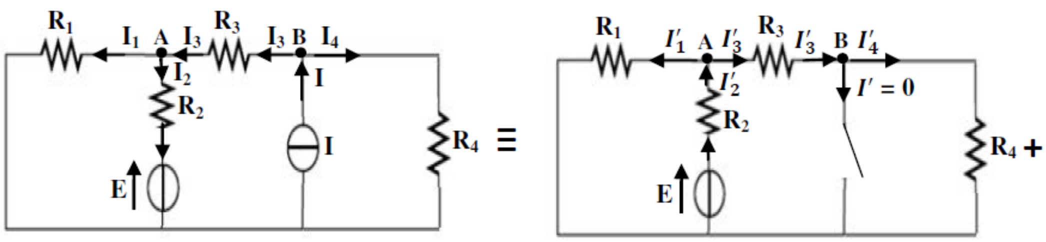
Exercice 1 :

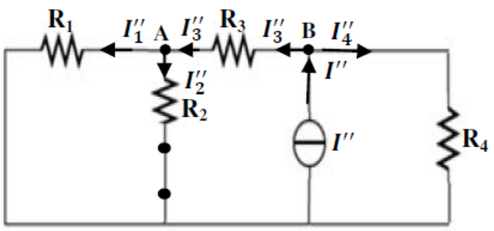
Figure1 : on rappelle que

- une source de tension annulée devient un court-circuit (fil).

- une source de courant annulée devient un circuit ouvert.

On peut alors imaginer deux circuits indépendants tel que :





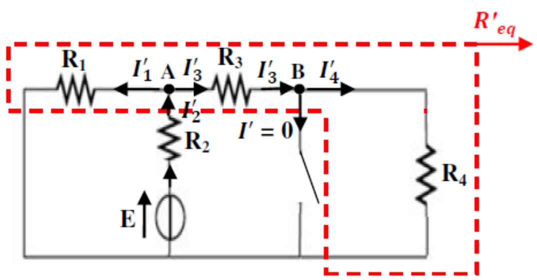
On suppose que le sens entrant au nœud A et B est le sens positif et le sens sortant est le sens négatif, Les courant réel I_4 **au Nœud B** est donnée par **:**

$$-I_4 = -I'_4 - I''_4 \Rightarrow I_4 = I'_4 + I''_4$$

Nombre des étapes = Nombre de source + 1 = 2 +1 = 3 étapes.

Etape 1 : En supposant que seule la source de 12 V est active, la source de courant de 3 mA est passivée donc E = 12 V et $I \rightarrow$ Circuit ouvert (C.O).

Le schéma devient :



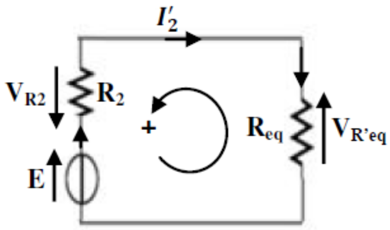
La loi de nœud donne :

$I = I'_3 + I'_4 \Rightarrow I'_3 = I'_4$ car I'= 0

Les résistances R_3 et R_4 sont montés en série, leur résistance équivalente en parallèle avec la résistance R_1, ce qui donne :

$$R'_{eq} = (R_3 + R_4)//R_1 = \frac{(R_3 + R_4) \times R_1}{(R_3 + R_4) + R_1} = \frac{(10 + 1.5) \times 2}{(10 + 1.5) + 2} = \frac{23}{13.5} = 1.7\ k\Omega$$

On calcule l'intensité I du courant principal qui traverse tout le circuit, c'est à dire l'intensité du courant débité par le générateur.



D'après la loi de maille : $-E + V_{R2} + V_{R'eq} = 0$

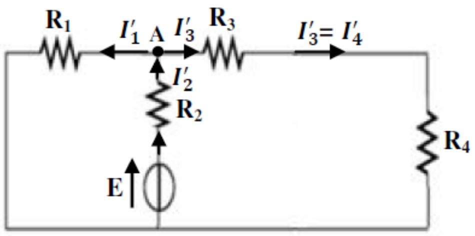
$\Rightarrow -E + R_2 I'_2 + R'_{eq} I'_2 = 0$

D'où : $I'_2 = \frac{E}{R_2 + R_{eq}} = \frac{12}{5 + 1.7} = \frac{12}{6.7} = 1.79\ mA$

Nous retournons au schéma initial et en utilisant le diviseur de courant on a :

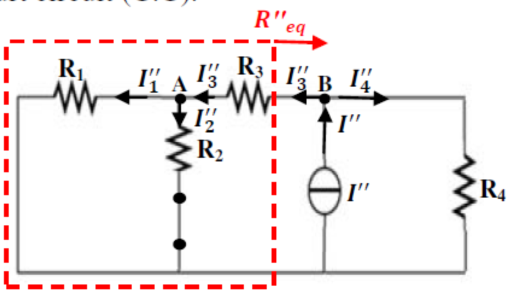
$$I'_3 = I'_4 = \frac{R_1}{R_1 + (R_3 + R_4)} I'_2$$

$$\Rightarrow I'_4 = \frac{2}{10+1.5} 1.79 = \frac{3.58}{11.5} = 0.31\ mA.$$



Etape 2: En supposant que seule la source de courant de 4 mA est active, la source de tension de 12 V est passivée donc I = 3 mA et $E \rightarrow$ Court circuit (C.C).

Les deux résistances R_1 et R_2 sont mises en parallèle puis en série avec R_3, ce qui nous donne la résistance équivalente :



$$R''_{eq} = (R_1 // R_2) + R_3 = \left(\frac{R_1 \times R_2}{R_1 + R_2}\right) + R_3$$

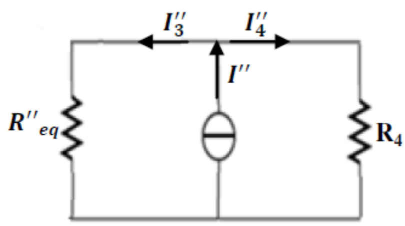
$$= \left(\frac{2 \times 5}{2 + 5}\right) + 10 = \left(\frac{10}{7}\right) + 10 = 1.43 + 10 = 11.43\ k\Omega$$

Le schéma devient :

Par application du diviseur de courant, on obtient :

$$I''_4 = \frac{R''_{eq}}{R''_{eq} + R_4} I'' = \frac{11.43}{11.43 + 1.5} 3 = \frac{34.29}{12.93}$$

$$= 2.65\ mA.$$

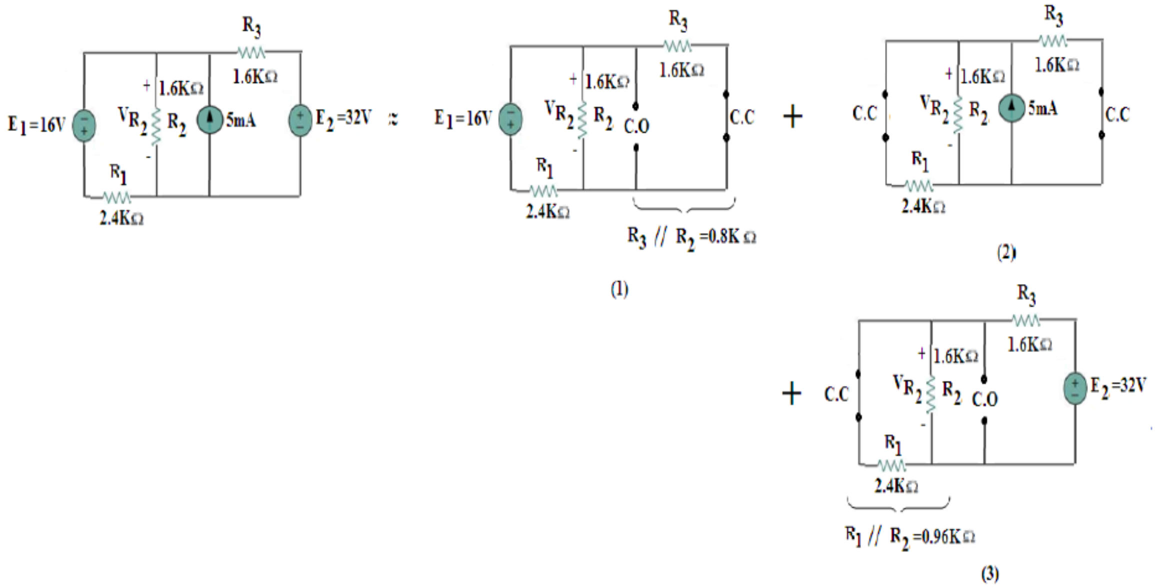


Etape 3: Le courant I_4 dans la résistance R_4 est la somme algébrique des courants I'_4 et I''_4 :

$I_4 = I'_4 + I''_4 = 0.31 + 2.65 = 2.96\ mA$

Figure 2 :

Trouver la tension aux bornes de R_2 en utilisant le théorème de superposition.



$$R_T = R_1 \,//\, R_2 \,//\, R_3 = 0.6\text{K}\Omega$$

$$V_{R2}(1) = -\frac{0.8\text{K}}{0.8\text{K}+2.4\text{K}}16V = -4V$$

$$V_{R2}(2) = (0.6K).5mA = 3V$$

$$V_{R2}(3) = \frac{0.96\text{K}}{0.96\text{K}+1.66\text{K}}32V = 12V$$

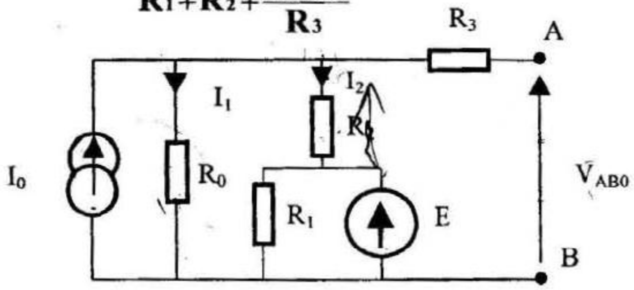
$$V_{R2} = -4\text{V} + 3\text{V} + 12\text{V} = 11\text{V}$$

Exercice 2 :

Figure 3 :

Le schéma du montage, lorsque la charge R est débranchée, est le suivant :

On obtient: $V_{AB} = \dfrac{R_2.E_1 - R_1.E_2}{R_1 + R_2 + \dfrac{R_1.R_2}{R_3}}$

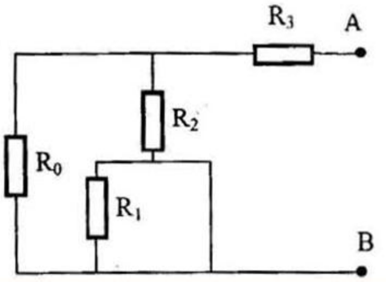


- Détermination de R_{AB}

  Il faut ouvrir les branches des générateurs de courant et court-circuiter les générateurs de tension parfaits.

  Le schéma devient alors

$$R_{AB} = \frac{R_0 . R_2}{R_0 + R_2} + R_3$$



- Calcul de V_{AB0}

$$V_{AB0} = E + R_2 . I_2$$

$$I_0 = I_1 + I_2 \quad \text{par suite} \quad I_2 = I_0 - I_1$$

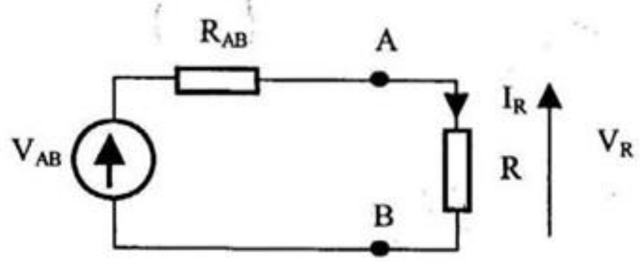
Le courant dans R_3 est nul, par suite $I_1 = \dfrac{V_{AB0}}{R_0}$

$$I_2 = I - \frac{V_{AB0}}{R_0}$$

$$V_{AB0} = \frac{R_0 . (E + R_2 . I)}{R_0 + R_2}$$

- Détermination de la tension V_R

  En remplaçant le dipôle AB par le générateur de Thévenin équivalent (V_{AB0}, R_{AB}), on obtient le schéma



Une simple application de la règle du diviseur de tension, permet d'écrire :

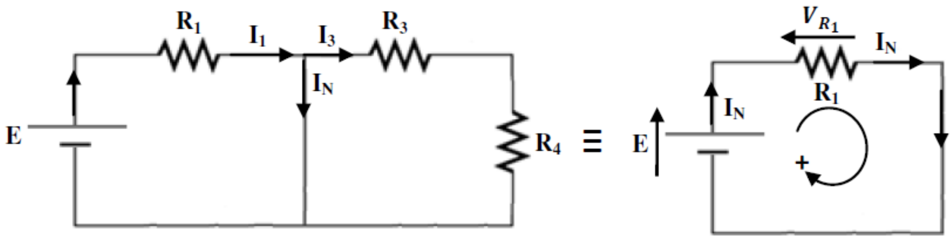
$$V_R = \frac{R}{R + R_{AB}} . \frac{R_0 . (E + R_2 . I)}{R_0 + R_2}$$

D'où $$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{R_0 . (E + R_2 . I)}{(R_0 + R_2) . (R + R_3) + R_0 . R_2}$$

Figure 4 :

Etape 1 : Calcul du courant de Norton I_N

On débranche la résistance de charge R_2 et on court-circuite les bornes où la charge était déconnectée, le courant qui circule entre ces bornes est le courant de court circuit ou le courant de Norton donc le schéma devient :



Les deux résistances R_3 et R_4 sont court-circuitée (car les deux résistances sont placées en série et leur résistance équivalente est branché en parallèle avec un fil conducteur de résistance nulle), elles ne sont donc traversées par aucun courant. Le schéma simplifie résultant donne le courant de Norton : $\sum V = 0 \Rightarrow E - V_{R_1} = 0 \Rightarrow E - R_1 I_N = 0$

$$\Rightarrow I_N = \frac{E}{R_1} = \frac{8}{4} = 2\ A$$

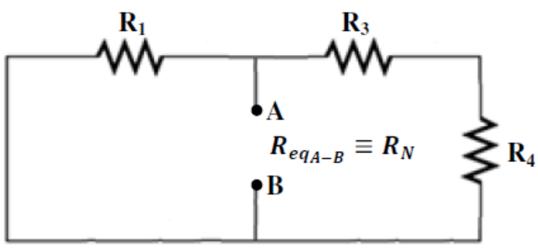
Etape 2 : Calcul de la résistance de Norton

La résistance R_2 étant toujours débranchée, la résistance de Norton est la résistance équivalente vue les bornes A et B où la charge était débranchée lorsque toutes les sources du circuit sont annulée. Rappelons qu'on remplace une source de tension par un court circuit et qu'on remplace une source de courant par un circuit ouvert), le schéma équivalent devient :

Les deux résistances R_3 et R_4 sont placées en série et leur résistance équivalente est en parallèle avec la résistance R_1, ce qui donne : $R_N = R_{eq_{A-B}} = R_1 // (R_3 + R_4)$

$$= \frac{R_1 \times (R_3 + R_4)}{R_1 + (R_3 + R_4)} = \frac{4 \times (9+5)}{4 + (9+5)} = \frac{56}{18}$$

$$= 3.1\ \Omega$$



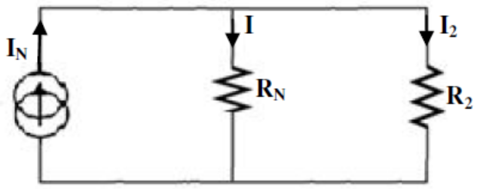
Etape 3 : Calcul du courant I_2

Nous avons trouvé I_N et R_N, Nous pouvons calculer I_2 dans le circuit original en utilisant le générateur de Norton, que nous avons le branché avec la résistance de charge R_2 qui débranché précédemment comme montre le schéma ci-dessous :

En utilisant la formule de diviseur de courant, on obtient :

$$I_2 = \frac{R_N}{R_N + R_2} I_N = \frac{3.1}{3.1 + 12} 2 = \frac{6.2}{15.1}$$

$$= 0.41\ A$$



Exercice 3 :

Figure 5 :

a) En appliquant le théorème de Millman, on obtient:

$$V_{AB} = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_2}{R_2}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3}}.$$

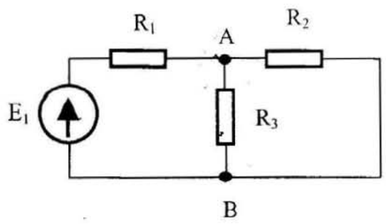
D'où $$V_{AB} = \frac{R_2.E_1 - R_1.E_2}{R_1 + R_2 + \dfrac{R_1.R_2}{R_3}}$$

b) Application du théorème de superposition:

- $E_2 = 0$

En utilisant la règle du diviseur de tension, on obtient :

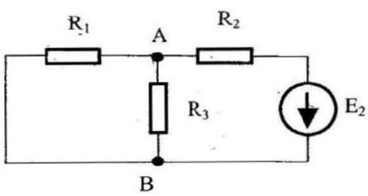
$$V_{AB1} = \frac{\dfrac{R_2.R_3}{R_2+R_3}.E_1}{\dfrac{R_2.R_3}{R_2+R_3}+R_1}$$ D'où $$V_{AB1} = \frac{R_2.E_1}{R_1+R_2+\dfrac{R_1.R_2}{R_3}}$$



- $E_1 = 0$

De la même façon :

$$V_{AB2} = \frac{-R_1.E_2}{R_1 + R_2 + \dfrac{R_1.R_2}{R_3}}$$



Finalement, $V_{AB} = V_{AB1} + V_{AB2}$ nous donne de nouveau l'équation

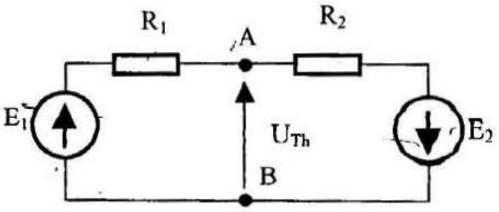
$$V_{AB} = \frac{R_2.E_1 - R_1.E_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1.R_2}{R_3}}$$

c) Théorème de Thévenin :

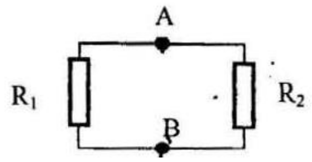
Pour cela, on débranche la charge R_3

A l'aide du théorème de Millman, on obtient :

$$U_{Th} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

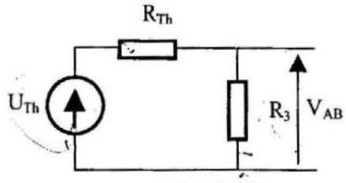


et $R_{Th} = \dfrac{R_1.R_2}{R_1 + R_2}$



Le circuit devient alors (diviseur de tension).

$$V_{AB} = \frac{R_3}{R_{Th} + R_3}.U_{Th}$$



En remplaçant U_{Th} et R_{Th} par leur expression, on retrouve l'équation $V_{AB} = \dfrac{R_2.E_1 - R_1.E_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1.R_2}{R_3}}$

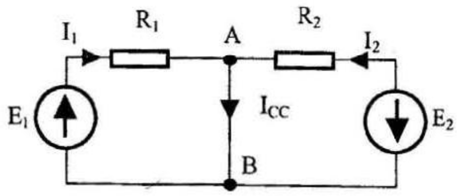
d) Théorème de Norton :

Calculons le courant de court-circuit:

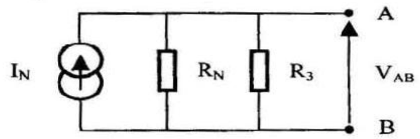
$I_N = I_{CC} \neq I_1 + I_2$

$$I_N = \frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}$$

et $R_N = R_{Th} = \dfrac{R_1.R_2}{R_1 + R_2}$



D'où le schéma équivalent



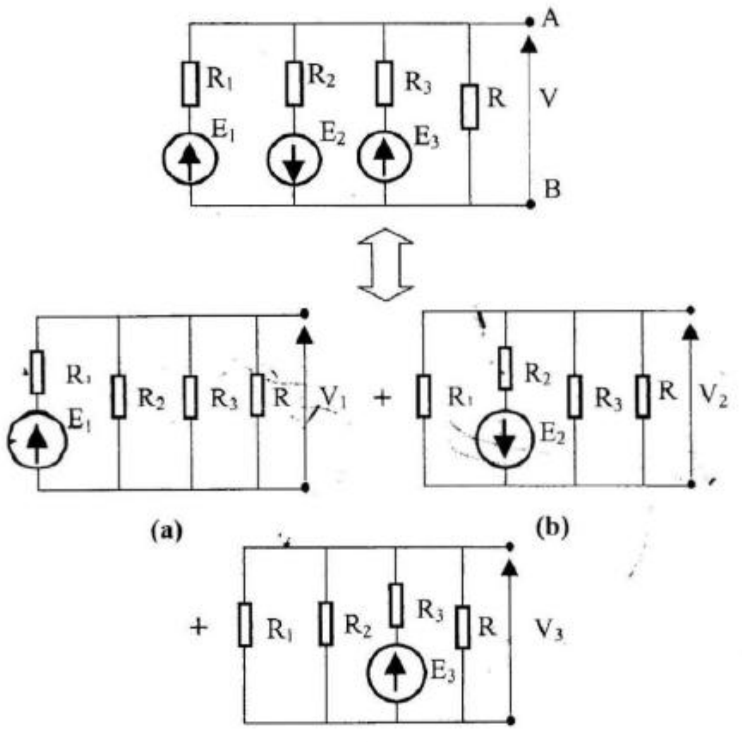
$$\text{et} \quad V_{AB} = \frac{R_N R_3}{R_N + R_3} I_N$$

$$V_{AB} = \left(\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2}\right) \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} R_3}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3}$$

$$V_{AB} = \frac{R_2.E_1 - R_1.E_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1.R_2}{R_3}}$$

Figure 6 :

a) Théorème de superposition :



Le principe consiste à calculer V_1, V_2 et V_3 et par la suite en déduire V :

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$

- Circuit **(a)**

$$V_1 = \frac{R_{eq1}}{R_{eq1} + R_1}.E_1 \qquad \text{avec} \qquad R_{eq1} = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R}}$$

- Circuit **(b)**

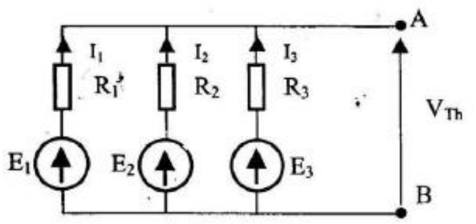
$$\mathbf{V_2 = -\frac{R_{eq2}}{R_{eq2}+R_2}.E_2} \quad \text{avec} \quad \mathbf{R_{eq2} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R}}}$$

- Circuit **(c)**

$$\mathbf{V_3 = \frac{R_{eq3}}{R_{eq3}+R_3}.E_3} \quad \text{avec} \quad \mathbf{R_{eq3} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R}}}$$

Finalement $$\mathbf{V = \frac{R_{eq1}}{R_{eq1}+R_1}.E_1 - \frac{R_{eq2}}{R_{eq2}+R_2}.E_2 + \frac{R_{eq3}}{R_{eq3}+R_3}.E_3}$$

b) Théorème de Thévenin :



D'après le schéma de la figure ci-dessus (charge R débranchée), on peut écrire :

$V_{Th} = E_1 - R_1.I_1 = - E_2 - R_2.I_2 = E_3 - R_3.I_3$ et $I_1 + I_2 + I_3 = 0$

D'où

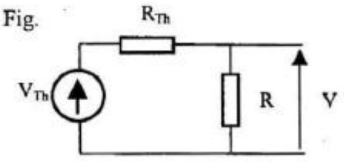
$$\frac{E_1 - V_{Th}}{R_1} - \frac{E_2 + V_{Th}}{R_2} + \frac{E_3 - V_{Th}}{R_3} = 0$$

soit finalement : $$\mathbf{V_{Th} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}}$$

Pour calculer R_{Th}, il suffit de court-circuiter les générateurs, d'où :

$$\mathbf{R_{Th}} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Le schéma devient comme l'indique la Fig.



On a ainsi $\mathbf{V} = \frac{R}{R + R_{Th}} . V_{Th}$

c) Théorème de Millman :

L'application du théorème de Millman permet d'écrire :

$$\mathbf{V} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_2}{R_2} + \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R}}$$