TD N° 01 : Les Intégrales Simples et Multiples

EXERCICE N° 01

Calculez les intégrales suivantes en utilisant la technique d'intégration indiquée :

$I_1 = \int x.\sin 2x\,dx$, $I_2 = \int_1^3 x.2^{-x}\,dx$: **intégration par parties**

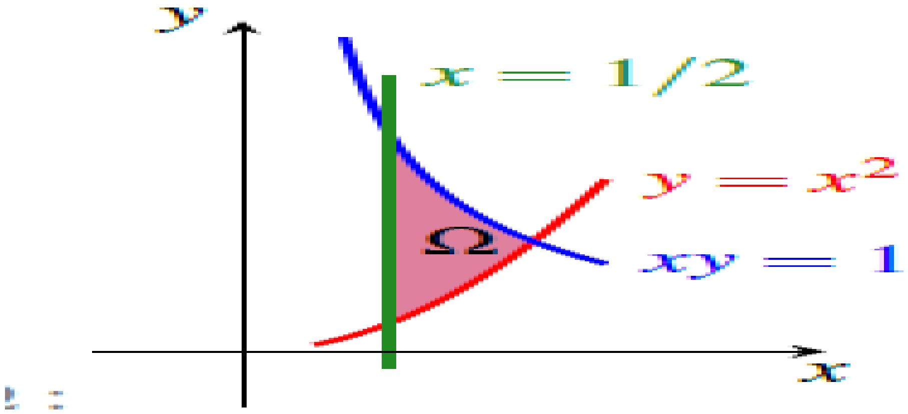
$I_3 = \int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx$, $I_4 = \int \sqrt{\sin x}.\cos x\,dx$: **changement de variable**

EXERCICE N° 02

1. **Montrez que** $\int_0^1 \int_1^2 xy\,dxdy = \int_1^2 \int_0^1 xy\,dy\,dx$. **Conclure.**

   Peut-on calculer l'intégrale par une autre méthode ? Justifiez votre réponse.
2. **Calculez les intégrales doubles suivantes :**

   $\int_0^1 \int_y^{y+1} x^2 y\,dxdy$ $\int_{1/2}^1 \int_0^x e^{y/x}\,dydx$
3. **Calculez l'integrale** $\iint_\Omega dxdy$ **dans la region montrée sur la figure par deux méthodes. Conclure.**
4. **Changez l'ordre d'intégration dans** $\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy\,dx.$



EXERCICE N° 03

A. **On considère l'intégrale** $I = \iint_{D_1} \left(\frac{x-y}{x+y}\right)^4 dxdy$ **où** D_1 **est la zone limitée par les droites :**

$$y = 1 - x, \quad y = 0, \quad et \quad x = 0.$$

Calculez l'intégrale I en utilisant le changement de variable : $u = x - y$ et $v = x + y.$

B. **Calculez l'intégrale** $\iint_{D_2} \frac{dxdy}{x^2+y^2}$ **en utilisant le changement de variable polaire où**

$$D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \geq 0; \ y \geq 0; \ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}.$$

EXERCICE N° 04

Trouvez les erreurs puis calculez les intégrales triples suivantes :

$I_1 = \int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 xyz\,dxdydz$, $I_2 = \int_0^1 \int_2^3 \int_0^x 3x\,dzdxdy$, $I_3 = \int_0^1 \int_0^x \int_0^{x+y} xyz\,dydxdz.$