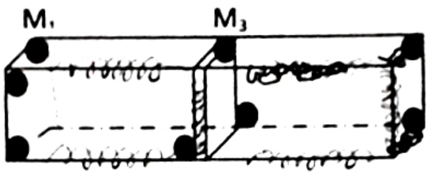
Partie II/ Phénomène de propagation « Les ONDES »

I) Généralités sur les phénomènes de Propagation :

1^er structure des solides :

Un solide se trouve généralement dans un état cristallin : Une structure cristalline est formée d'atomes de masse (m), ces atomes sont maintenus en équilibre par des forces de liaison, ces forces sont de nature élastique ⇒on peut assimiler ces forces à des ressorts de raideur (K).

2ème Phénomène de propagation dans les solides

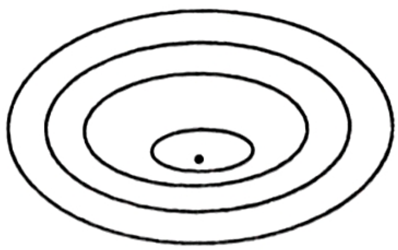


Chaque atome est couplé élastiquement à ces proches voisin ⇒ toute vibration d'un atome du solide est transmise par l'intermédiaire des forces de liaison à tous les autres proche atomes du cristal ⇒ ce phénomène est appelé : **Phénomène de propagation** : à ce phénomène on associe une **Onde**

II) Type d'onde :

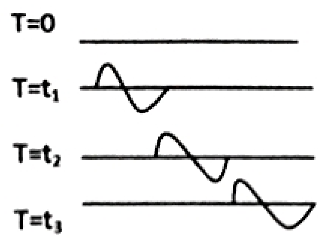
1⁰) Onde à la surface d'un liquide :

L'équilibre la surface d'un liquide est place, lorsqu'on crée une perturbation à la surface, il se produit un déplacement de toutes les molécules du liquides qui se trouvent directement sous la surface ⇒ On constate des ondulations qui se propage sur la surface du liquide.

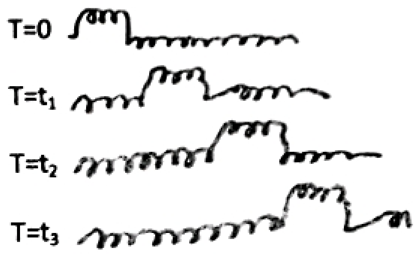


2⁰) Ondes Elastique : Lorsqu'une onde se propage des un milieu matériel en faisant vibrer les atomes consécutifs de ce milieu, on dit qu'on à faire à une Onde **Mécanique** dit Onde **Elastique** ou encore Ondes **sonore**

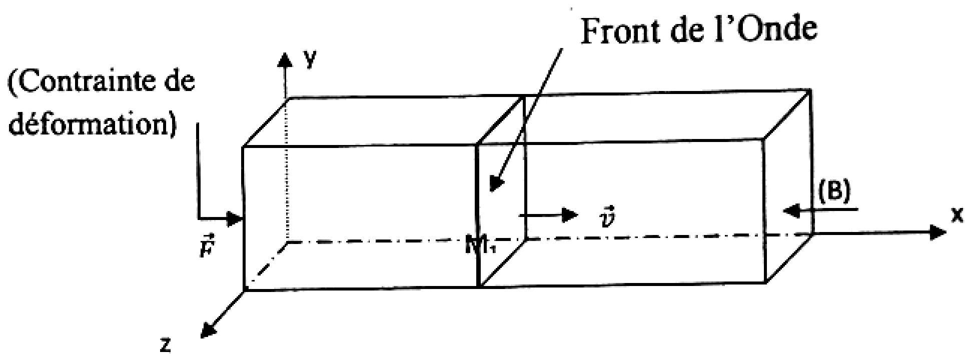
Ex1 / **corde vibrante**



Ex2/ **Déformation d'un ressort** :



Ex3/ **Onde élastique dans un barreau solide :**



- lorsque on frappe le barreau au pt (A) avec une force $(\vec{F}) \Rightarrow$ la déformation se propage le long du barreau, et finalement elle est détectée à l'autre extrémité au pt (B) $\Rightarrow$ On dit qu'une onde élastique est propagée le long du barreau.

- Le Front de propagation de l'onde est un plan perpendiculaire à la contrainte de déformation et se déplace à la vitesse $\vec{v}$

Exp4 : **Ondes Electromagnétique** :

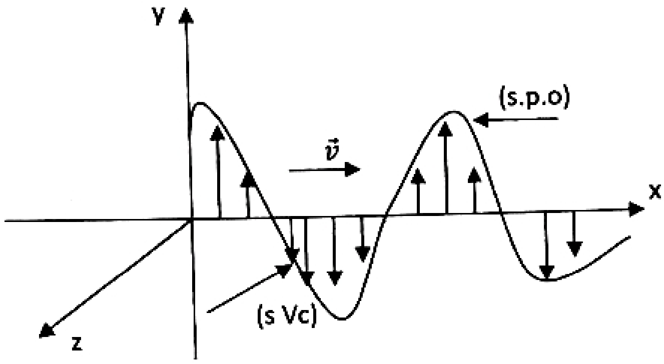
Les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide, sans support matériel, cratérisée par le couple de vecteurs
- champs électrique $\vec{E}$
- champs magnétique $\vec{B}$

Ex : (Onde radio, antenne, parabole………)

III) Polarisation d'une Onde : On distingue deux types

1⁰⁾ Onde transversale :

Déf : si la direction des vibrations du milieu au passage de l'onde est perpendiculaire à la direction de propagation de cette onde ⇒ on dit que l'onde est **transversale**



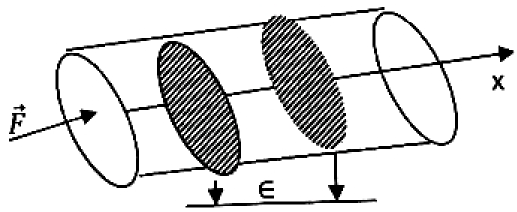
(SPO) : sens de propagation de l'onde est selon (o, x)

(SVC) : sens de vibration de la corde est selon (o,y)

⇒les 2 sens sont perpendiculaire (⊥) ⇒ on à une Onde Transversale

2⁰) Onde longitudinale :

Déf : Si la direction des vibrations du milieu au passage de l'Onde est parallèle à la direction de propagation de cette Onde ⇒ l'Onde est dite **Longitudinale**



Sous l'action des forces, chaque section du barreau subit un déplacement (∈) parallèle à l'axe (o,x) et le sens du vibrations est selon l'axe (o,x)

⇒ les 2 sens sont parallèle (//) ⇒ On à une Onde longitudinale

IV) Etude Mathématique de la propagation :

1⁰) Fonction d'Onde :

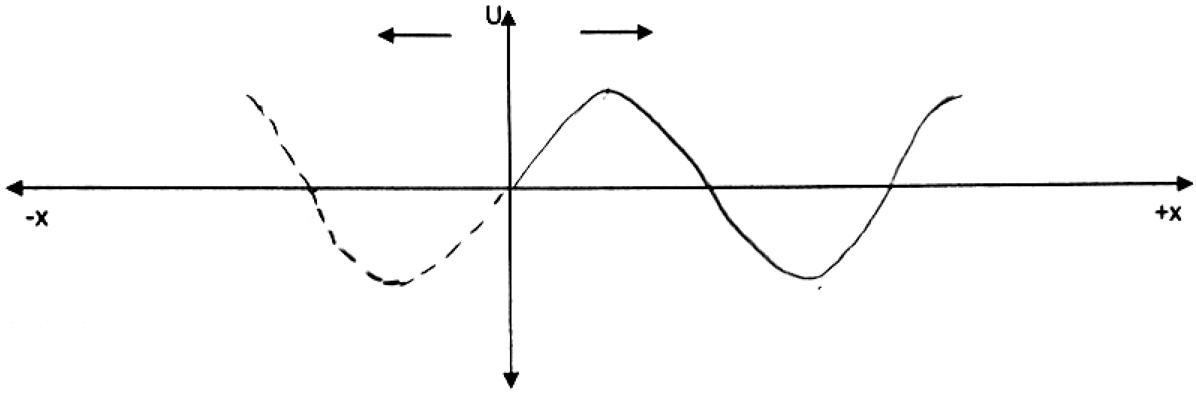
Un phénomène de propagation est représenté en tout point de l'espace et à chaque instant par sa fonction d'Onde, U(x,y,z ,t)

U : est une fonction Ondulatoire

U(x,t) : est caractériser par le couplage entre les variables du temps et de l'espace ⟹ U(x,t) possède deux périodicité :

$-l'une\ celon\ l'éspace \quad \lambda: longueur\ d'Onde(m)$
$-l'autre\ celon\ le\ temps \quad T: période\ (s)$

- la relation entre les deux est $\lambda = v_0 T$



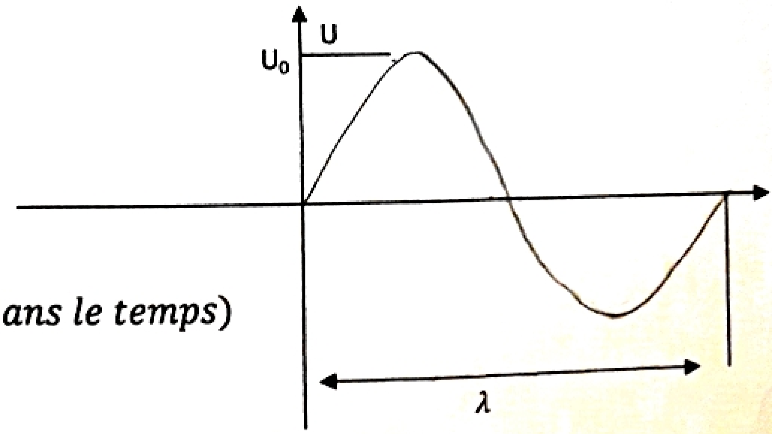
$U(x,t) = F(t \pm x/v)$

$tq \quad U(x,t) = U_0 \sin(\omega t \pm K\, x)$

Le signe + : correspond à une propagation dans le sens des **(-x)**

Le signe - : correspond à une propagation dans le sens des **(+x)**

3^0/ <u>caractéristique de cette Onde :</u>



$-U_0: amplitude\ maximal\ de\ l'Onde$

$-\omega = 2\pi f\ pulsation\ de\ l'Onde$

$-T: période\ de\ l'Onde(périodicite\ dans\ le\ temps)$

$U(x,t) = U_0\, sin(\omega t - Kx)$

λ : *Longueur d'Onde (m) : représente la périodicité dans l'espace*

$f = \frac{1}{T}$: *fréquence de l'Onde*

K : *Module du vecteur d'Onde*

$$K = |\vec{K}| \quad avec\ \vec{K} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{u}\ vecteur\ d'Onde$$

$\vec{u}$: *Vecteur unitaire de la direction de propagation de l'Onde*

Tel que $\quad K = \frac{2\pi}{\lambda}$

v_0 : (m/s) *vitesse de propagation (ou de phase)*

$$v_0 = \lambda f \qquad \text{d ou} \quad K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v_0} = \frac{\omega}{v_0}$$

$б = \frac{1}{\lambda}$ *nombre d'Onde*

Récapitulatif :

$1/(f,T) \Rightarrow f = \frac{1}{T} \quad (hz)$

$2/(\omega, f) \Rightarrow \omega = 2\pi f \quad (rd/s)$

$3/(\lambda, б) \Rightarrow \lambda = \frac{1}{б} \quad (m)$

$4/(\lambda, T) \Rightarrow \lambda = v_0 T$

$5/(б, K) \Rightarrow K = \frac{2\pi}{\lambda}\ et\ \lambda = \frac{1}{б} \quad \Rightarrow K = 2\pi б$

$6/(\omega, K) \Rightarrow K = \frac{2\pi}{\lambda}\ et\ \lambda = \frac{v_0}{f} \Rightarrow K = \frac{\omega}{v_0}$

$7/(f, б) \Rightarrow б = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{v_0/f} = \frac{f}{v_0} \Rightarrow f = v_0 б$

Transformations:

$$On\ a : U(x,t) = U_0 \sin(\omega t - kx)$$

$$Or : \omega = Kv_0 \Rightarrow U(x,t) = U_0 \sin(Kv_0 t - Kx) = U_0 \sin K(v_0 t - x)$$

$$Or : \left\{ \begin{matrix} K = 2\pi\sigma \\ \omega = 2\pi\ f \end{matrix} \right\} \Rightarrow U(x,t) = V_0 \sin(2\pi\ f\ t - 2\pi\sigma\ x)$$

$$= U_0 \sin 2\pi(ft - \sigma x)$$

4/Equation différentielle du M^{v}t ondulatoire :

L'équation différentielle souvent rencontré et d'écrit un M^{v}t ondulation se propageant à une vitesse **(v)** et sans déformation suivant le sens, soit **(+x)**, soit **(-x)** s'écrit sou la forme :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = V^2 \frac{\partial^2 U}{\partial X^2}$$

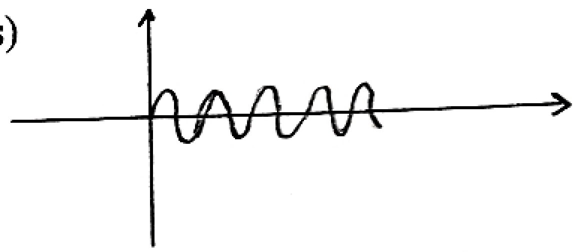
Dou la solution et cette équation est :

$$U(t,x) = U_0 \sin K(Vt - x)$$

5/ vitesse de phase :

$$V_0 = \frac{\omega}{K}\ Or \left\{ \begin{matrix} K = 2\pi\sigma \\ \omega = 2\pi\ f \end{matrix} \right\} \Rightarrow V_0 = \frac{f}{\sigma} \Rightarrow V_0 = f\lambda$$

C'est la vitesse de propagation d'une onde de fréquence (f) et de longueur d'onde (λ).   (Qui sont constants)

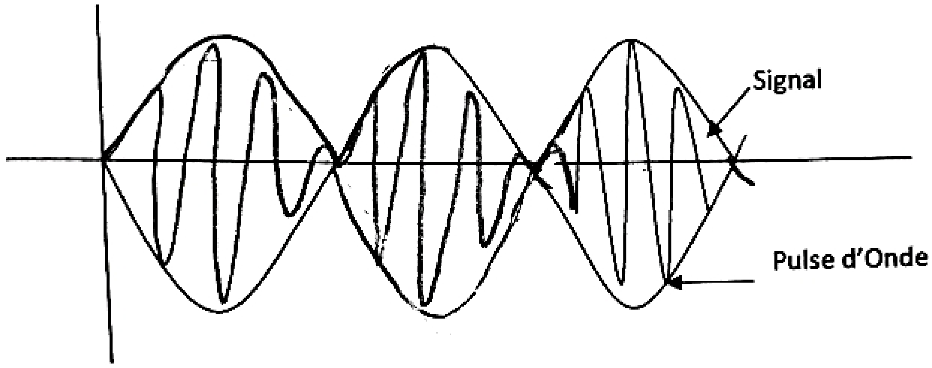


Or ce genre d'onde est incapable de transmettre un signale.

6/Vitesse de groupe :

Pour qu'une onde peut transmettre a travers un milieu physique un signale, il faut qu'elle soit modulée, et elle doit avoir la forme d'un train de pulse.

Req : Un signal est par définition une grandeur physique qui commence a un certain instant et qui se termine à un instant ultérieure.



V_g : c'est la vitesse avec laquelle se propage le phénomène ondulatoire c.-à-d. le train de pulse.

Phénomène de propagation :

EX1/ : (Rappel)

Soit une onde mécanique qui se propage sur un support matériel caractérise par les paramètres ω, k, f, T, , , et v.

Ecrire les relations entre ces paramètres : (ω,K) ;(ω,f) ;(f,σ) ;(f,v) ;$(\lambda ;T)$;(σ,K)

EX 2/

Montrer que l'équation d'une onde $y= y_0\ (\omega t-Kx)$ peut s'écrire sous les formes suivantes :

$y=y_0 \sin k(vt-x)$; $y=y_0 \sin 2\pi(ft-\sigma x)$; $y=y_0 \sin\omega(t-x/v_0)$. ; $y=y_0 \sin 2\pi\ (t/T-x/\lambda)$

EX3/

L'équation d'une onde se propageant dans une corde est donnée par $y=10 \sin\pi\ (2t-0.01x)$ ou y et x sont exprimé en (m) et t en (s).

a/ trouver l'amplitude, la fréquence, la vitesse et la longueur d'onde.

b/ trouver la vitesse maximale d'un point de la corde.

Ex4/

Une onde de fréquence 50hz à une vitesse de phase de 350m/s

a/ quelle est la distance séparant 2 point dont la différence de phase est de 60^0

b/ quelle est la différence de phase entre 2 déplacement en un point, décale dans le temps de 10^{-3} s.

Solution du TD N°6 (Phénomène de propagation)

Ex3/ une onde ce propage dans une corde $y = 10\sin\pi(2t - 0.01\,x)$ d'où $y = 10\sin(2\pi t - 0.01\pi\,x)$

a) y=10cm, f= $1hz$ $\qquad K = 0.01\pi \quad or \quad K = \frac{\omega}{v_0} = \frac{2\pi f}{v_0}$

$$\Rightarrow v_0 = \frac{2\pi\,1}{0.01\pi} \Rightarrow v_0 = 200cm/s \Rightarrow \lambda = v_0 T = 200cm$$

b) Vmax? D'un point de la corde

on à $\quad y = 10\sin(2\pi t - 0.01\pi\,x)$

$$v = \frac{dy}{dt} = y' = 10\,2\pi\cos(2\pi t - 0.01\pi\,x)$$

$or\ V = y' = 20\pi\cos(2\pi t - 0.01\pi\,x)$

$\Rightarrow vitessed'oscillationd'un\ pt\ de\ la\ corde$

$V_{max} \Rightarrow y'_{max} \Rightarrow \cos(2\pi t - 0.01\pi\,x) = 1 \Rightarrow V_{max} = 20\pi.1 = 20\pi$

$\Rightarrow V_{max} = 20\pi\ \ m/s$

Ex4/ Une onde de $f = 50H_z$ $\quad et \quad V_0 = 350\ m/s$

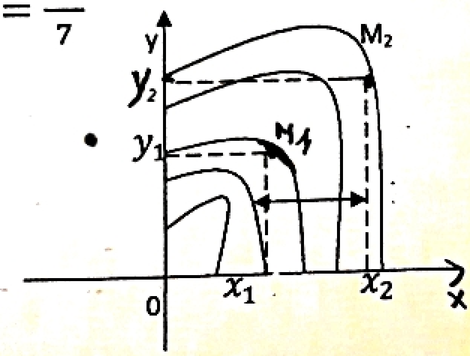
a) d ? distance séparant deux points dont la ≠ de phase est 60^0

donc on a deux ondes $y_1 = y_m\sin(\omega t - Kx_1)$

$$y_2 = y_m\sin(\omega t - Kx_2)$$

$\varphi_1 - \varphi_2 = 60^0 = \pi/3 \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = -Kx_1 - (-Kx_2) = K(x_2 - x_1)$

$$x_2 - x_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{K} = \frac{\pi}{3K} \quad or\ K = \frac{\omega}{V_0} = \frac{2\pi f}{V_0} = \frac{2\pi.50}{350} = \frac{2\pi}{7}$$

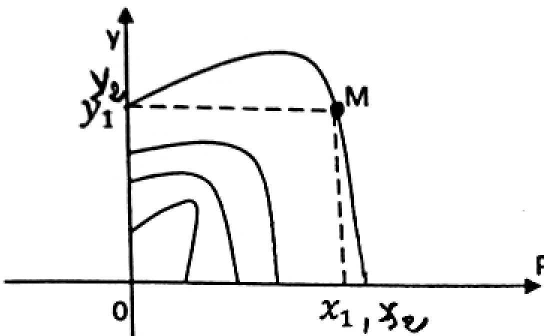


$$d = x_2 - x_1 = \frac{\pi}{3}.\frac{7}{2\pi} = \frac{7}{6}m \Rightarrow d = 1{,}16m$$

b)La ≠ de phase entre 2 déplacements en un point décalé dans le temps de 10^{-3}s

$$y_2 = y_m \sin(\omega t_1 + \varphi_1)$$

$$y_1 = y_m \sin(\omega t_2 + \varphi_2)$$



pour $t_1 \longrightarrow \varphi_1 \longrightarrow x$

$t_2 = t_1 + \Delta t$

$t_2 = t_1 + 10^{-3} \longrightarrow \varphi_2$

Pour le même pt M

Au même pt (M) on à $y_1 = y_2 \Longrightarrow \sin(\omega t_1 + \varphi_1) = \sin(\omega t_2 + \varphi_2)$

or $\sin a = \sin b \Rightarrow a = b + 2n\pi$

$$\Rightarrow \omega t_1 + \varphi_1 = \omega t_2 + \varphi_2 + 2n\pi \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \omega(t_2 - t_1) + 2n\pi$$
$$= \omega \Delta t + 2n\pi$$

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi.50.10^{-3} + 2n\pi \quad \Rightarrow \quad \varphi = 0.1\pi + 2n\pi$$

Ex5 / Une onde pulsée sur une corde tendue avec $\lambda = 10m$ $en\ T = 0.05s$

a) Donner la vitesse de phase (V_0) ?

$$v_0? \Longrightarrow \lambda = v_0 T \Longrightarrow v_0 = \frac{\lambda}{T} = \frac{10}{0.05} \Longrightarrow v_0 = 200\ m/s$$

b) pour λ =0.8m donner la fréquence de cette onde ?

λ=0.8m f ? onde périodique $-\left| \begin{matrix} dans\ le\ temps\ (T) \\ dans\ le\ l'\ espace(\lambda) \end{matrix} \right| \Rightarrow$

pour la même vitesse

$$\Rightarrow f = \frac{v_0}{\lambda} = \frac{200}{0.8} \Rightarrow f = 250\ H_z$$