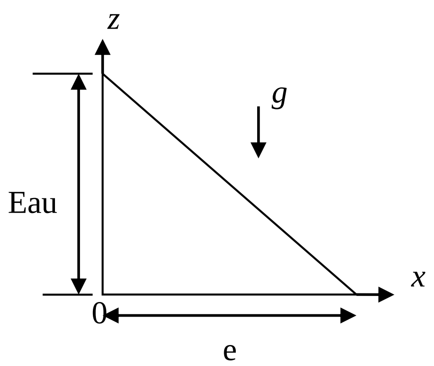
TD : Ouvrages Hydrauliques

Problème 1

Nous avons un réservoir rempli jusqu'à la crête du barrage poids représenté ci-dessous. La hauteur et la largeur du barrage sont notées h et b. La longueur suivant la direction y sera prise unitaire (L = 1). La masse volumique du matériau constituant le barrage est $\rho_0 \cdot d$, où d est la densité du matériau par rapport à l'eau de masse volumique ρ_0.

Données : h= 32m ; g = 9,81m/s^2 ; ρ_0= 10^3 kg/m^3 ; d = 2.4; e = 20 m; k = 10^{-7} m/s.
Expression du potentiel hydraulique : $\varphi = z + p/\gamma + V^2/2g$



On admet que :

- l'eau ne passe pas sous le barrage.
- Les seules forces sui interviennent sont la force de pression hydrostatique de l'eau H sur le parement amont du barrage, le poids P du barrage et la force de contact F exercée par le sol sur le barrage. La composante Fz de cette force est :
  dFz/dx = a.x+b

1. Calculer les efforts (P, H) et leur bras de levier par rapport au point 0 en fonction de ρ_0, d, b, h et g.
   Poids volumique du barrage× volume

   $$P = \gamma_b \cdot V = (d \cdot \rho_0 \cdot g).(\frac{h.e.1}{2}) = \frac{1}{2} d.\rho_0 \cdot g \cdot h \cdot e$$

   Bras de levier de P par rapport à O : $\delta_{P/O}$

   $\delta_{P/O} = e/3$

   H = Pression hydrostatique moyenne × Surface d'action

   $$H = (\frac{\rho 0 .g .h + 0}{2}).(h.1) = \frac{1}{2} \rho 0.g.h^2$$

   Bras de levier de H par rapport à O : $\delta_{H/O}$

$\delta_{H/O} = h/3$

A.N. : h = 32 m; g = 9.81 m/s^2; $\rho_0 = 10^3$ kg/m^3 ; d = 2.4; e = 20 m

$$P = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \rho_0 \cdot g \cdot h \cdot e = \frac{1}{2} \cdot 2.4 \cdot 1000 \cdot 9.81 \cdot 32 \cdot 20 = 7\,534\,080\ kgf$$

$\delta_{P/O}$ = e/3 = 20/3 = 6.667 m

$$H = \frac{1}{2}\rho_0 \cdot g \cdot h^2 = 0.5 \cdot 1000 \cdot 9.81 \cdot 32^2 = 5022720\ kgf$$

$\delta_{H/O}$ = h/3 = 32/3 = 10.667 m

2. En exprimant les conditions d'équilibre du barrage ($\sum F_H = 0$, $\sum F_V = 0$, $\sum M_{/O} = 0$), calculer les valeurs de a et b en fonction de ρ_0, *d, e, h et g.*

La force de contact F exercée par le sol sur le barrage a une composante horizontale Fx suivant l'axe x et une composante verticale Fz suivant l'axe z.

$\sum F_H = 0 \Rightarrow F_x = H = \frac{1}{2}\rho_0 \cdot g \cdot h^2$

$\sum F_V = 0 \Rightarrow F_z = P$

Avec,

$P = \frac{1}{2} d \cdot \rho_0 \cdot g \cdot h \cdot e$

$$F_z = \int_0^e \frac{dF_z}{dx}dx = \int_0^e (a.x + b)dx = [\frac{a}{2}x^2 + bx + c]_0^e = \frac{a}{2}e^2 + be$$

L'égalité Fz = P permet d'obtenir une première relation pour a et b :

$$\frac{1}{2}a.e^2 + b + e = \frac{1}{2}d.\rho_0.g.h.e \quad \text{soit} \quad \boxed{a.e+2b=d.\,\rho_0.g.h}$$

$$\sum M_{/0} = 0 \rightarrow M_{H/0} + M_{P/0} = M_{F_x/0} + M_{F_z/0}$$

$avec$

$$M_{H/0} = \text{H}.\delta_{H/0} = \left(\frac{1}{2}\rho_0.g.h^2\right).\left(\frac{h}{3}\right) = \frac{1}{6}\rho_0.g.h^3$$

$M_{P/0}$=P.$\delta_{P/0} = \left(\frac{1}{2} d.\rho_0.g.h.e\right).\left(\frac{e}{3}\right) = \frac{1}{6} d.\rho_0.g.h.e^2$

$M_{F_x/0}$= $F_x.\delta_{F_x/0} = F_x.0 = 0$

$M_{F_x/0}$ = $\underbrace{\int_0^e \frac{dF_z}{dx}}_{\textit{Effort en x}} . \underbrace{x\ dx}_{\textit{bras de levier/0}}$

$$M_{F_x/0} = \int_0^e (a.x+b).x.dx = \int_0^e (a.x^2+b.x)dx$$

$$M_{F_x/0} = \int_0^e [\frac{a}{3}x^3 + \frac{b}{2}x^2 + c]_0^e = \frac{a}{3}e^3 + \frac{b}{2}e^2$$

$\sum M_{/0} = 0 \rightarrow \frac{1}{6}\rho_0.g.h^3 + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}} d.\rho_0.g.h.e^2 = \frac{a}{3}e^3 + \frac{b}{2}e^2$

d'où: $\frac{2}{2}a.e + b = \frac{1}{3}.\rho_0.g.h.\left(\frac{h^2}{e^2}+1\right)$

Les deux relations(1) et (2) permettent de calculer a et b. On trouve :

$a = \rho_0.g.h.\left(2.\frac{h^2}{e^2} - d\right).\frac{1}{e}$

$b = \rho_0.g.h.\left(d - \frac{h^2}{e^2}\right)$

Pourquoi convient – t –il que $\frac{dF_z}{dx} \geq 0$? En déduire une condition entre h, b et d.

Partout la contrainte normale $\frac{dF_z}{dx}$ ne doit pas être négative sinon le barrage risque la rupture par fissuration suivie d'un renversement. Par conséquent, $\frac{dF_z}{dx}$ doit être ≥ 0.0 $\frac{dF_z}{dx} \geq 0$ x $\in$ [0, e].

$$\left.\frac{dF_z}{dx}\right| = a.x + b = \rho_0 g.h\left[\left(2.\frac{h^2}{e^2} - d\right).\frac{x}{e} + \left(d - \frac{h^2}{e^2}\right)\right]$$

(variation linéaire en x)

$$\left.\frac{dF_z}{dx}\right|_{x=e} = \rho_0 g.h.\frac{h^2}{e^2} \text{ est toujours } > 0$$

$$\left.\frac{dF_z}{dx}\right|_{x=e} = \rho_0 g.h.\left[\frac{h^2}{e^2}\right] \text{ est} \geq 0 \text{ si et seulement si } d \geq \frac{h^2}{e^2}$$

c'est à dire $e \geq \frac{h}{\sqrt{d}}$

3. Que doit être la valeur de la composante horizontale exercée par le sol sur le barrage ?

F_x = H = $\frac{1}{2}\rho_0 . g . h^2$

II. En fait l'eau peut passer sous le barrage et, en l'absence d'un système de drainage, le diagramme des sous pressions peut être considéré triangulaire. La valeur de la sous pression est égale à $\rho_0 . \mathrm{g} . \mathrm{h}$ au pied amont et 0,0 au pied aval du barrage.

4. Calculer la résultante *S* des sous pressions et son bras de levier par rapport au point 0 en fonction de ρ_0, *d, e, h* et *g.*

S = $\left(\frac{\rho_0 . \mathrm{g} . \mathrm{h}+0}{2}\right)$. *(e.1)* $= \frac{1}{2}\rho_0 . g . h . e$

<u>Sous pression moyenne</u> <u>surface de la base</u>

Puisque la distribution des sous pressions es linéaire allant de $S_0 = \rho_0 . \mathrm{g} . \mathrm{h}$ *en x = 0 à* S_e*= 0 en x = e, le bras de levier de S par rapport à 0 est : δs/0 = e/3*

5. Que devient la condition entre h, e et d qui permet d'assurer $\frac{dF_z}{dx} \geq 0$?

S est sur la même ligne d'action que le poids P. En remplaçant P par P'= P-S.

P'= P-S = $\frac{1}{2}d . \rho_0 . g . h . e - \frac{1}{2}\rho_0 . g . h . e$

P' = $\frac{1}{2}(d-1)\rho_0 . g . h . e = \frac{1}{2}d' . \rho_0 . g . h . e$ *avec, d'= d-1*

La condition qui assure $\frac{\mathrm{dF_z}}{\mathrm{dx}} \geq 0$ x $\in$ [0, e] est donc :

$$\mathrm{e} \geq \frac{h}{\sqrt{d}}, soit\ \mathrm{e} \geq \frac{h}{\sqrt{d-1}}$$

III. Avec un système de drainage, le diagramme des sous pressions n'est plus triangulaire. La figure reprend le réseau d'écoulement à mailles carrées à travers la fondation du barrage. Cette fondation est d'épaisseur B. Elle est drainée et son coefficient de perméabilité, supposée homogène et isotrope, est noté k.

6. *Sachant que l'intervalle séparant les équipotentielles est φ = 1 m, déduire du réseau d'écoulement les potentiels φ sur la base du barrage en cinq points régulièrement espacés.*

Sachant que e = 20m, l'équidistance séparant chaque deux points consécutifs est :

e/ (5-1)= 20/4 = 5m

Les cinq points régulièrement espacés sont donc x = 0,0 m (pied amont), x=5m, s= 10m (centre de gravité de base), x= 15m, x = 20m (pied aval). On note ces points de 1 à 5successivement d'amont en aval.

Le potentiel au pied amont est φ_1*=32m. le potentiel au pied aval est :*φ_5*=0m.*

On peut déduire du réseau d'écoulement les potentiels aux trois points. On prendra pour la suite les potentiels suivants :
φ_2*=27.5m ,* φ_3*=11m et* φ_4*=7.5m*

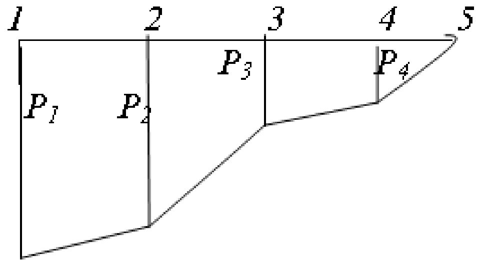
7. *En négligeant la vitesse de Darcy, calculer la répartition*

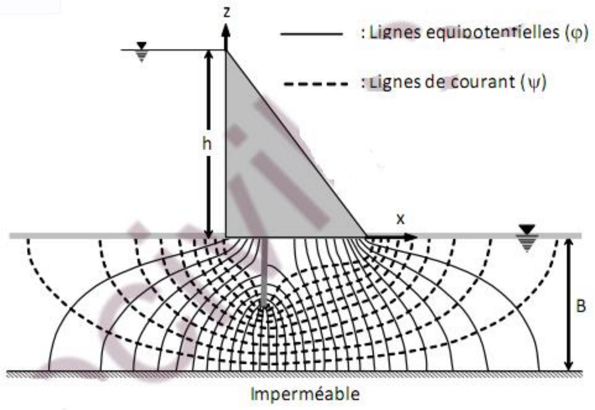
Des pressions interstitielles aux mêmes cinq points régulièrement espacés.

Par définition, le potentiel φ s'écrit : $\varphi = z + \frac{p}{y} + \frac{v^2}{2g}$*. En négligeant la vitesse de Darcy, cette expression du potentiel φ devient :* $\varphi = z + \frac{p}{y}$*.*
D'où :P=y.(φ-z). Puisque tous le points sont à la cote z=0m, la pression en ces points s'écrit : P= y. φ. Sachant que Y=9.81 KN /m³, les pressions aux cinq points sont les suivantes :

$P_1 = 32 \cdot 9.81 = 313.92 KPa$
$P_2 = 29.5 \cdot 9.81 = 369.775 KPa$
$P_3 = 11 \cdot 9.81 = 107.91 KPa$
$P_4 = 7.5 \cdot 9.81 = 73.575 KPa$
$P_5 = 0 \cdot 9.81 = 0 KPa$

8. *Tracer le diagramme des sous pressions exercées sur la base du barrage.*

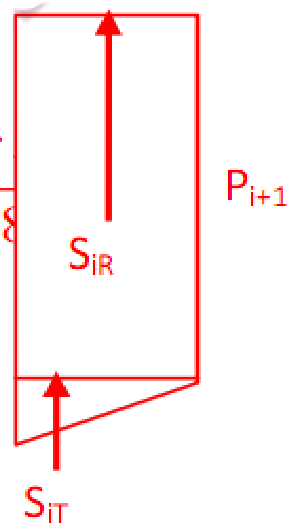




Calculer la résultante S des sous-pressions et son bras de levier par rapport au point O en fonction de ρ_0, d, e, h et g.

On peut décomposer le diagramme des sous pressions en quatre parties agissant sur les quatre quart de la base. Chacun des quats peut à son tour être décomposé en un rectangle et un triangle. Cette décomposition facilite le calcul de la résultante et de son bras de levier par rapport au point O.

$\delta_{iR/O} = \frac{2i}{8}$



$$S_{ir} = P_{i+1} \cdot \frac{e}{4} \cdot 1$$

$$S_{ir} = \frac{(Pi - Pi+1)}{2} \cdot \frac{e}{4} \cdot 1 \qquad \delta_{ir/0} = \frac{3i-2}{12} e$$

d'où : $S_{1r}=P_2\cdot\frac{e}{4}\cdot 1,\quad S_{2r}=P_3\cdot\frac{e}{4}\cdot 1,\quad S_{3r}=P_4\cdot\frac{e}{4}\cdot 1,\quad S_{4r}=0$

$S_{1t}=\frac{(P1-P2)}{2}\cdot\frac{e}{4}\cdot 1,\qquad S_{2T}=\frac{(P2-P3)}{2}\cdot\frac{e}{4}\cdot 1,\quad S_{3t}=\frac{(P3-P4)}{2}\cdot\frac{e}{4}\cdot 1,$

$S_{4t}=\frac{P4}{2}\cdot\frac{e}{4}\cdot 1$

Bras de levier par rapport à O :

$\delta_{1R\,/\,o}=\frac{1}{8}e,\ \delta_{2R\,/o}=\frac{3}{8}e,\quad \delta_{3R\,/o}=\frac{5}{8}e,\ \ \delta_{4R\,/o}=\frac{7}{8}e$

$\delta_{1T\,/o}=\frac{1}{12}e,\quad \delta_{2T\,/o}=\frac{4}{12}e,\quad \delta_{3T\,/o}=\frac{7}{12}e,\qquad \delta_{4T/o}\frac{10}{12}e$

La résultante des sous pressions est : $S=\Sigma\, s_{ir}+\Sigma\, s_{iT}$.

Son bras de levier par rapport au point O peut être déduit de la relation :

$$\delta_{S\,/\,o}=\frac{\sum_{i=1}^{4} sir\cdot\delta iR\,/o+\sum_{i=1}^{4} siT\cdot\delta iT\,/o}{\sum_{i=1}^{4} sir\ +\sum_{i=1}^{4} siT}$$

9. *Que devient la condition entre h, e et d qui permet d'assurer* $\frac{dFz}{dx}\geq 0$ *? En déduire une valeur minimale de la largeur e de la base :*

- *La condition que doit vérifier e en l'absence de sous pression est :* $e\geq\frac{h}{\sqrt{d}}$
- *La condition que doit vérifier e en présence d'une sous pression triangulaire est :* $e\geq\frac{h}{\sqrt{d}-1}\varphi$

Par conséquence, en pression d'un drainage, la condition que doit vérifier e est la suivante : $e\geq\frac{h}{\sqrt{d}-\varepsilon}$*, avec :* $0<\boldsymbol{\varepsilon}<1$.

L'application numérique permet de trouver $\boldsymbol{\varepsilon}$.

10. *Calculer le débit passant sous le barrage par mètre de longueur.*

$\Delta Q=k\cdot\Delta\,\varphi$ *Avec,* $k=10^{-7}$*m/s et* $\cdot\Delta\,\varphi=1m$.

D'où $\Delta Q=10^{-7}m^3/s/ml$

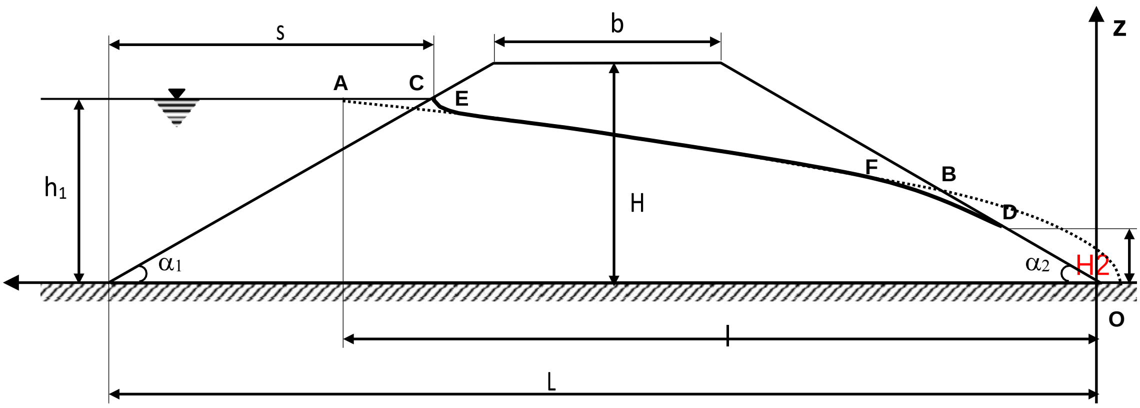
On dénombre 10 tubes de courants.

Donc $Q=10\cdot\Delta Q=10^{-6}m^3/s/ml$

11. Quel est le gradient hydraulique maximal à la sortie ? Y a-t-il un risque de renard ? Justifier la réponse. Le long de la base et prés de la sortie à l'aval, la distance ΔS entre les lignes équipotentielles successives est inférieure à 1m. Sachant que Δ φ=1m, le gradient hydraulique est :
J= Δ φ/ΔS>1
J>1 e donc le risque de renard existe.

<u>Exercice 2</u> :

Soit un barrage en terre constitué d'un massif homogène de perméabilité isotrope k (Figure).



Le barrage repose sur un substratum horizontal imperméable. On notera h1 le niveau d'eau dans la retenue. H la hauteur du barrage, b la largeur en crête du barrage, $\alpha 1$ l'angle que fait le talus amont avec le plan horizontal, $\alpha 2$ l'angle que fait le talus aval avec le plan horizontal et z0 l'ordonnée à l'origine de la parabole de Kozeny. Pour K = 10^{-8} m/s, h1 = 10 , H = 12m, b = 14.5 m et $\alpha 1 = \alpha 2 = 25^0$, il est demandé de :

1) Déterminer le niveau d'eau h2 de la nappe phréatique à l'aval.

L'angle que fait le talus aval avec le plan horizontal est α_2= 25°. Cet angle est inférieur à 30°. Par conséquent :

$$h_2 = l.tg\alpha_2 - \sqrt{l^2.tg^2\alpha_2 - h_1^2}$$

$$l = H.\cot g\alpha_2 + b + (H - h1).\cot g\alpha_1 + 0.3.h1).\cot g\alpha_1$$

h1 = 10 m, H = 12m, b = 14.5m, $\alpha 1 = \alpha 2 = 25^0$

l = 12. cot g(25^0) + 14.5 + (12-10). cot g(25^0)+ 0.3. 10).cot g$(25^0) = 50.96$ m

$$h_2 = 50.96.tg(25^0) - \sqrt{50.96^2.tg^2(25°) - 10^2} = 2.2m$$

L'angle que fait le talus aval avec le plan horizontal est α_2= 25°. Cet angle est inférieur à 30°. Par conséquent, le débit de fuite à travers le barrage par mètre de largeur est donné par la formule :

$$Q = k \cdot tg\alpha_2 \cdot h_2$$

A.N. : h_2 = 2.2m, k = 10^{-8} m/s et α_2 = 25°

$$Q = 10^{-8} \cdot tg(25°) \cdot 2.2 = 1.03 \cdot 10^{-8} m^3 / s / ml$$ Soit Q = 0.89 l/j/ml.

a) Décrire la procédure de traçage de la courbe représentant la nappe phréatique.

Il s'agit ici d'une question de cours. La procédure de traçage de la courbe représentant la nappe phréatique consiste à tracer la parabole de Kozeny dans le cas théorique d'un écoulement à travers un massif perméable limité à l'amont par un talus vertical passant par le pied amont du remblai et reposant sur un substratum imperméable et à apporter à cette parabole les corrections du coté amont et du coté aval. Du coté amont, la correction consiste à respecter l'orthogonalité de la nappe phréatique (ligne de courant) et du talus amont (ligne équipotentielle). Du coté aval, la correction consiste à déterminer le niveau h_2 d'eau à l'aval (question a ci-dessus) et à tracer la tangente au talus aval au point de cote h_2

b) Calculer les coordonnées (x, z) de chacun des points A, B, C, D, E et F.

c)

- $A\binom{l}{h_1} \Rightarrow A\binom{50.96m}{10m}$
- *B est le point d'intersection du talus aval d'équation z=tgα_2.x et de la parabole de Kozeny d'équation*

$$\frac{z^2 - z^2}{2z_0} = x \text{ avec } z_0 = \sqrt{l^2 + h_1^2} - l$$

$$z_0 = \sqrt{50.96^2 + 10^2} - 50.96 \simeq 0.97\text{m}$$

La coordonnée x du point B vérifie $tg^2\, \alpha_2.x^2 - 2\, z_0.\, X - z_1^2 = 0$ qui est une équation du 2^{nd} degré dont le déterminant est $\Delta = 4.\, z_0^2.(1 + tg^2\alpha_2)$

Et dont les deux racines sont :

$$x = z_0\, . \frac{1 \pm \sqrt{1 + tg^2\alpha_2}}{tg^2\alpha_2}$$

On ne retient que la racines x > 0 qui est :

$$x = 0.97\, . \frac{1 \pm \sqrt{1 + tg^2 25°}}{tg^2 25°} \approx 9.4m$$

La coordonnée z du point B vaut : z= tgα_2.x = 9.4.tg25° $\approx 4.4m$

Ainsi, le point B a pour coordonnées : B$\binom{9.4m}{4.4m}$

- c$\binom{L-S}{h_1}$= $\binom{H.cotg\alpha_2+b+(H-h_1).cotg\alpha_2}{h_1}$ => c$\binom{44.52m}{10m}$

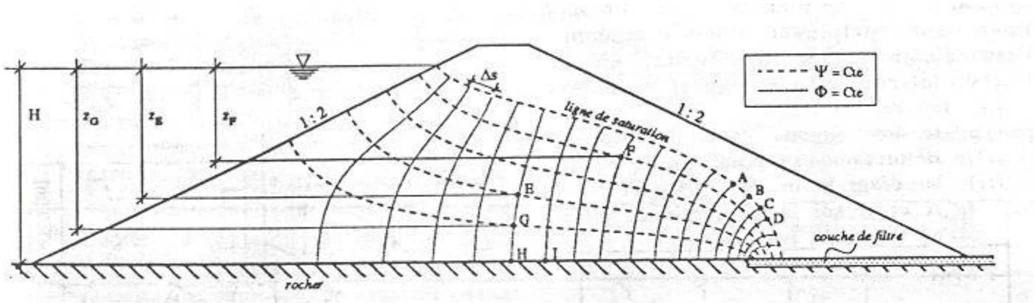
- La cote z du point D est h_2= 2.2m (question a. ci-dessus). D est aussi un point du talus aval et ses coordonnées vérifient z= tgα_2.x. d'où : z=tg(25°).2.2 = 1.03m.

  Ainsi : D$\binom{2.20m}{1.03m}$

- Concernant les points E et F, les calculs rigoureux sont un peu long et, dans la pratique, ces deux points sont obtenus graphiquement en traçant à la main les corrections de la parabole de Kozeny des cotés amont et d'aval. Ce traçage doit tenir compte des conditions aux limites amont et aval et du fait que, chacun de ces deux points fait partie de la parabole de kozeny et que, en chacun de ces deux points, la correction est tangente à cette parabole.

Exercice 3 :

L'écoulement bidimensionnel au travers d'une digue en terre homogène de coefficient de perméabilité k = 10^{-5} m/s est représenté par des lignes équipotentielles et des lignes de courant formant un réseau à mailles carrées (figure). La hauteur d'eau en amont de la digue est H = 45 m.



a) Décrire brièvement les étapes (conditions aux limites et résolution de l'équation de Laplace) d'une procédure permettant le traçage du réseau d'infiltration.

Les étapes d'une procédure de traçage du réseau d'infiltration sont les suivantes :

- Précision des conditions aux limites. Dans le cas de l'exercice, ces conditions sont :
    - La base est un contact entre une couche perméable et un massif imperméable. Elle est donc une ligne de courant.
    - Le talus amont est un contact entre un massif de sol perméable et une masse d'eau (le réservoir). Il est donc une ligne équipotentielle.
    - Le niveau phréatique est une ligne de courant. En faisant abstraction des phénomènes de capillarité, ce niveau est la ligne de saturation. Cette ligne est décrite en grande partie par la parabole de Kozeny. Aucune correction de cette parabole du coté aval puisque il y'a une couche de filtre (un drain). Il suffit de placer l'axe vertical à l'entrée de ce drain.
- Discrétiser le domaine délimité en éléments de calcul (éléments finis, …).
- Utiliser une méthode numérique pour résoudre l'équation de Laplace $\nabla^2\phi = 0$ et déterminer ainsi les potentiels ϕ aux points de calcul (les nœuds du maillage).
- Tracer le réseau d'infiltration en respectant en particulier les conditions d'un réseau carré (même différence de potentiel entre les lignes équipotentielles successives et même débit élémentaire à travers les tubes de courant).

a) Calculer :

- Le débit d'infiltration évacué par le drain aval par mètre de largeur de la digue.

D'après la figure, le nombre des lignes équipotentielles est n = 19 et le nombre des lignes de courant est m = 6. Le nombre d'intervalles $\Delta\phi$ est n – 1 = 18 et le nombre des tubes de courant est m – 1 = 5.
Sachant que la hauteur d'eau à l'amont est H = 45 m et que la hauteur d'eau à l'aval est nulle, la différence de potentiel est : $\Delta\phi = \frac{\Delta H}{n-1} = \frac{45-0}{19-1} = 2.5m.$
Le débit d'infiltration par chacun des tubes de courant est : $\Delta Q = k \cdot \Delta\phi$.
Le débit d'infiltration évacué par le drain aval par mètre de largeur de la digue est donc

$Q = (m-1) \cdot \Delta Q = (m-1) \cdot k \cdot \Delta\phi$ D'où : $Q = 12.5 \cdot 10^{-5} m^3/s/ml$.

La vitesse moyenne de l'écoulement le long de la ligne de saturation (de A à D)

Points :	A		B		C		D
Δs, (m) :	|	5.0	|	4.5	|	4.0	|

En appliquant la loi de Darcy V = $k\frac{\Delta\Phi}{\Delta s}$,on obtient :

$$V_{A-B} = k\,.\Delta\Phi/\Delta s_{A-B} = 10^{-5}.2.5/5.0 = 0.5.10^{-5}\ m/s$$

$$V_{B-C} = k\,.\Delta\Phi/\Delta s_{B-C} = 10^{-5}.2.5/4.5 = 0.556.10^{-5}\ m/s$$

$$V_{C-D} = k\,.\Delta\Phi/\Delta s_{C-D} = 10^{-5}.2.5/4.0 = 0.625.10^{-5}\ m/s$$

La vitesse moyenne de l'écoulement de A à D le long de la ligne de saturation est donc :

$V_{moy} = (V_{A-B} + V_{B-C} + V_{C-D})$ / 3 soit : $V_{moy} = 0.560\ m/s$

- Les pressions aux points E, F, G, H et I en négligeant la vitesse de Darcy. On sait que : Z_E = 30.0 m, Z_F = 21.5 m et Z_G = 37.0 m

Les points E, G, H sont situés sur l'équipotentielle $\phi = H - 5\Delta\phi = 45 - 5 \cdot 2.5 = 32.5m$, le point I sur l'équipotentielle $\phi = 30m$ et le point F sur l'équipotentielle $\phi = 25m$.

Par définition Φ = (H-z) $+ \frac{p}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$. En négligeant la vitesse de Darcy Φ = (H-z) $+ \frac{p}{\gamma}$

D'où : P = $\gamma.(\Phi + z - H)\ avec\ \ \gamma = p.g\ , p = \frac{10^3\ kg}{m^3} et\ g = \frac{9.81m}{s^2}$

$$P_E = 9.81(32.5 + 30 - 45) = 171.675\ \text{kN/m}^2$$
$$P_F = 9.81(25.0 + 21.5 - 45) = 14.715\ \text{kN/m}^2$$
$$P_G = 9.81(32.5 + 37 - 45) = 240.345\ \text{kN/m}^2$$
$$P_H = 9.81(32.5 + 45 - 45) = 318.825\ \text{kN/m}^2$$
$$P_I = 9.81(30.0 + 45 - 45) = 294.300\ \text{kN/m}^2$$

: