الفصل الأول

مفاهيم أساسية في الهيدروليك
FUNDAMENTAL CONCEPTS IN HYDRAULICS

١-١. مقدمة Introduction

علم **ميكانيك الموائع** ***Fluid Mechanics*** هو علم يعنى بدراسة سلوك الموائع من سوائل وغازات في حالة الحركة وفي حالة السكون. وهو علم واسع جداً يبدأ من دراسة حركة الدم في الشرايين الشعرية داخل جسم الإنسان، إلى تدفق النفط ضمن أنابيب طويلة جداً وصلت في منطقة ألاسكا حتى $800 mile$. ويمكن لعلم ميكانيك الموائع أن يجيب على كثير من التساؤلات التي تصادف يومياً مثل:

- لماذا يرتفع ضغط الدم عند الإنسان المصاب بتصلب أو تضيق في الشرايين؟
- لماذا تتشكل دوامة على سطح الماء في حوض الغسيل أثناء تفريغه؟
- لماذا تتحرك قطرة الماء على زجاج نافذة الغرفة وفق مسار متعرج وليس وفق مستقيم شاقولي؟
- كيف يجري الماء في قناة أو نهر بسرعة صغيرة نسبياً مقابل ميل طولي قليل جداً، ولا يحصل ذلك عندما يجري الماء في الأنابيب؟
- لماذا يتم طهي الطعام بسرعة في وعاء ضغط البخار؟
- لماذا يعاني الإنسان من صداع في الرأس، وطنين في الأذنين عندما يذهب إلى المناطق المرتفعة جداً؟
- لماذا يرتفع الزئبق في مانومتر جهاز قياس ضغط الدم عند الإنسان؟
- ما الذي يجعل الماء يخرج من الصنبور في الطوابق السفلية من الأبنية العالية بسرعة أكبر من خروجه في الطوابق العلوية من ذات الأبنية؟!

- كيف نشاهد الطائرات السريعة جداً على ارتفاع منخفض تعبر فوق رؤوسنا أولاً ثم يصل الصوت إلينا بعد فترة وجيزة؟
- كيف يمكن للسفينة أن تطفو فوق سطح الماء؟

وهناك العديد، العديد من الأسئلة التي تبين الأهمية الكبيرة لعلم ميكانيك الموائع، والمجال الواسع لتطبيقاته.

١-٢. طبيعة المائع Fluid Nature

المائع *Fluid* هو مادة يمكن لها أن تتدفق. أي أن لكل جزيء من جزيئاتها القدرة على الحركة النسبية بالنسبة لجزيء آخر. وهو لا يمتاز بالمرونة تجاه إجهادات القص التي يتعرض له. لذلك فهو يتشوه تحت تأثيرها، ولا يملك إمكانية الرجوع إلى هيئته الأصلية عند زوال هذا التأثير.

يمكن تقسيم الموائع إلى قسمين:

- **السوائل**: لها حجم ثابت من أجل كتلة معينة وقابليتها للانضغاط ضئيلة، وتشكل دوماً سطحاً حراً (سائباً) فيما لو تم حصرها في وعاء.
- **الغازات**: تتميز بقابليتها للانضغاط، وفي حال حصرها ضمن وعاء تتمدد لتملأ كامل الوعاء دون أن تشكل سطحاً سائباً محدداً.

يبدو للوهلة الأولى أن هناك اختلافاً كبيراً بين السوائل والغازات، وبخاصة بسبب الفرق الكبير في الكتلة النوعية التي تكون في السوائل أكبر بمئات أو بآلاف المرات منها في الغازات. إلا أن مواصفات جريان الهواء في أنبوب تشبه إلى حد كبير مواصفات جريان الماء فيه، كذلك فإن جريان ماء البحر حول الغواصة يشبه جريان الهواء حول الطائرة، كما أن النماذج الفيزيائية للغواصات تجرب في أنفاق هوائية عوضاً عن الماء.

١-٣. الهيدروليك Hydraulics

ميكانيك السوائل *Liquid Mechanics* أو **الهيدروليك *Hydraulics*** هو فرع من ميكانيك الموائع يهتم بحركة وتوازن السوائل فقط، ويعتمد في تحليل سلوك سائل

معين على القوانين الأساسية للميكانيك التطبيقي، مثل معادلات انخفاظ الكتلة والطاقة وكمية الحركة وغيرها من المفاهيم والمعادلات، التي سبق للطالب التعرف عليها في **ميكانيك الجسم الصلب** ***Solid Mechanics***.

غير أن هناك خاصتين رئيستين لميكانيك السوائل (الهيدروليك) تختلف فيهما عن ميكانيك الأجسام الصلبة. الأولى تتعلق بطبيعة السائل نفسه وصفاته التي تختلف اختلافاً كبيراً عن تلك العائدة للجسم الصلب. والثانية تكمن في أنه بدلاً من التعامل مع أجسام منفردة أو عناصر محدودة الكتلة، فنحن نكون معنيين بدراسة سلوك جريان سائل مستمر بدون بداية أو نهاية.

يهتم المهندسون المدنيون غالباً بسائل وحيد هو الماء. حيث تخدم التجمعات السكنية بشبكات مياه الشرب والصرف الصحي، وتزود الحقول بشبكات الري، وتبنى السدود للري ودرء الفيضانات وتوليد الكهرباء، وتقام محطات الضخ لرفع المياه إلى مناسيب مرتفعة، وتنقل المياه لمسافات بعيدة في الأنابيب والأقنية المكشوفة، ....الخ.

١ – ٤ . لمحة تاريخية عن الهيدروليك History of Hydraulics

الهيدروليك علم قديم جداً. فقد عرف المصريون والبابليون بناء أقنية الري، ولازالت النواعير شاهداً على اهتمام وتقدم الرومان في هذا المجال. غير أنه في ذلك الوقت لم تبذل أية محاولات لفهم قوانين حركة السوائل. ولعل أولى المحاولات الملحوظة لفهم طبيعة ضغط السائل ونماذج الجريان تلك التي قام بها اليونانيون، حيث تم وضع قوانين توازن السوائل والطفو. فقام ***Hero, Ctesibius*** بتصميم معدات هيدروليكية مثل المضخة المكبسية والساعة المائية، وقام **أرخميدس** باختراع **مضخته الحلزونية** ***Archimedean Screw***. لكن الملاحظ أن الرومان وكذلك المصريين قد أبدوا اهتماماً أكبر بالنواحي التطبيقية والإنشائية للهيدروليك من النواحي النظرية.

استمر التقدم بعد ذلك بشكل بطيء لحين حلول عصر النهضة الأوروبية حين بدأ علماء كبار مثل الإيطالي **ليوناردو دافنتشي** ***Leonardo De Vinci (1452-1519)*** بنشر نتائج ملاحظاتهم، والأفكار التي ظهرت في تلك الفترة تخص مبدأ انحفاظ الكتلة

واستمرارية الجريان، ومقاومة الاحتكاك، وسرعة الموجات الصوتية التي مازالت مطبقة حتى الآن. بعد ليوناردو دافنتشي وغاليلو شهدت المدرسة الإيطالية تطوراً كبيراً في القرنين السادس عشر والسابع عشر. فقد قام **توريشيلي** ***Evangelista Torricelli*** وزملاؤه بدراسة سلوك التيارات المائية، وقارنوا بين المسار الذي يتبعه تيار حر وحركة القذائف، ونسبوا سرعة خروج التيار إلى الجذر التربيعي للضغط المسبب للجريان. كذلك قام ***Guglielmini*** وزملاؤه بنشر نتائج ملاحظاتهم عن جريان الأنهار. حتى هذا الوقت لم يلعب علم الرياضيات أي دور هام في هذا الحقل من العمل العلمي، وكانت الرياضيات حينها مقتصرة على مبادئ الهندسة المستوية.

شهد القرن السابع عشر ظهور عدد من العلماء اللامعين جداً. حيث قام الفرنسيان **ديكارت** ***(Descart (1564-1642*** و**باسكال** ***(Pascal (1623-1662*** وكل من الباحثين الإنكليز **اسحق نيوتن** ***(Newton (1642-1727*** و**روبرت بويل** ***(Boyle (1627-1691*** و**روبرت هوك** ***(Hook (1635-1703*** والألماني **ليبنتز** ***(Leibnitz (1646-1716***، بوضع أسس علمي الرياضيات والفيزياء الحديثين. وقد مكن ذلك الباحثين من إدراك مختلف أوجه علم الميكانيك بشكل منطقي أفضل، وعلى هذا الأساس وضع أربع رواد عظام هم: السويسري **دانييل برنوللي** ***(Bernoulli (1700-1782*** وصديقه **ليونارد أولر** ***(Euler (1707-1783***، **ودالامبير** ***Dalembert***، **وكليرو** ***Clairaut*** العلم الأكاديمي المعروف بالهيدروديناميك أو تحريك السوائل، الذي جمعوا فيه ما بين إطار رياضي صحيح وإدراك مرهف للظاهرة الفيزيائية التي كانو يحاولون تمثيلها.

في القرن الثامن عشر أحرز تقدم آخر في كل من الناحيتين التجريبية والتحليلية. ففي إيطاليا على سبيل المثال قام **بوليني** ***Poleni*** بتحري مفهوم معاملات التصريف. غير أنه في ذلك الوقت كانت الريادة للمفكرين الألمان والفرنسيين. فقد أنشأ الفرنسي **هنري بيتو** ***(Pitot (1695-1771*** أنبوباً لقياس سرعة الجريان. ووضع الفرنسي **أنطوان شيزي** ***(Chezy (1718-1798*** معادلة الجريان في الأقنية، وقدم كل من القبطان **بوردا** ***Borda*** **وديبوي** ***Dubuat*** **وبوسي** ***Bossut*** مساهمات كبيرة في نشر حركة

التيارات المائية. ثم جاء **ولتمان** ***Waltman*** و**فنتوري** ***Venturi*** فاستخدما عمل برنوللي منطلقاً لوضع مبادئ قياس التصريف.

شهد القرن التاسع عشر فترة تقدم أخرى. حيث قام الباحث الألماني **هاجن** ***Hagen (1797-1884)*** بتجارب مخبرية لتحري تاثير الحرارة على الجريان في الأنابيب، وكان فهمه لطبيعة لزوجة المائع مقتصراً على أفكار نيوتن، ومع ذلك تجلت دقة عمله في أن نتائجه تقع ضمن 1% من القياسات الحديثة، وقد حقن في بعض تجاربه نشارة الخشب في السائل للتمكن من تصوير الجريان. وربما كان هاجن الأول الذي يتعرف على ظاهرة الاضطراب ***Turbulence***، رغم عدم فهمه الكامل حينها لهذه الظاهرة. في الوقت نفسه تقريباً كان طبيب فرنسي يدعى بواسوي ***Poiseuille (1799-1869)*** يقوم أيضاً بإجراء تجارب على الجريان في الأنابيب لفهم طبيعة الجريان في الأوعية الدموية، وقد أدت دراساته إلى ظهور معادلات الجريان الصفحي في الأنابيب. وقد جرت في نفس الإطار مساهمات أخرى كبيرة من قبل كل من: الألماني **فايسباخ** ***Weisbach*** و**بريس** ***Bress*** و**دارسي** ***Darcy*** الذين وضعوا معادلات لحساب فواقد الاحتكاك في الأنابيب والأقنية المكشوفة. وفي النصف الثاني من القرن التاسع عشر حدثت تطورات هامة في الهيدروليك التجريبي. فقد نجح العالم الإنكليزي **أوزبورن رينولدز** ***Osborn Reynolds (1842-1912)*** في تحديد مختلف أنواع الجريان، وفي التمييز ما بين الجريان الصفحي والجريان المضطرب، ولا زالت تجربته الشهيرة المتعلقة بذلك هي الأساس في مراقبة نوع الجريان. كما قام الإنكليزي **وليام فراود** ***William Froude (1810-1879)*** ببناء أول خزان قطر لاختبار نماذج حركة السفن.

حتى هذه المرحلة، كانت دراسات جريان السوائل نقسم إلى: الهيدروديناميك الكلاسيكي الذي كان يعتمد الرياضيات أساساً لتحليل الظواهر المدروسة، مع اهتمام ضئيل بالنواحي التجريبية لتفسير هذه الظاهرة. والهيدروليك التجريبي. وقد ساهم الرياضي الفرنسي **نافييه** ***Navier (1758-1836)*** والإنكليزي السير ستوكس ***Stocks (1819-1903)*** وغيرهم من الهيدروديناميكيين في وضع كم هائل من المعادلات والطرائق الرياضية، مثل معالادت نافييه-ستوكس الشهيرة التي تعتبر المعادلات

الأساسية للجريانات الحقيقية. غير أن عملهم لم يتوافق مع الهيدروليكيين التطبيقيين إلا بشكل متقطع. وبالفعل كان هناك تباين ما بين النتائج المقترحة من قبل المدرستين.

تطلب النمو السريع للصناعة في القرنين التاسع عشر والعشرين، وبخاصة صناعة الطائرات والسيارات حاجة كبيرة لفهم ظاهرة جريان الموائع. وقد جاء التقدم الهائل مع العالم الألماني الكبير **براندتل** ***Prandtl (1875-1953)***، الذي اقترح عام ١٩٠١ أن الجريان ينقسم إلى قسمين يرتبطان ببعضهما ارتباطاً وثيقاً. جريان السائل الحر الذي يمكن اعتباره لا احتكاكياً ويتبع قوانين الهيدروميكانيكيين، والجريان في الطبقة الحدية حيث تسيطر قوى الاحتكاك. وبهذه البصيرة النابغة، استطاع براندتل فعلياً دمج المدرستين معاً واضعاً بذلك الأساس لتطور علم ميكانيك السوائل الموحد.

شهد القرن العشرين تبعاً لذلك تطوراً واسعاً في فهم وتطبيق علم ميكانيك السوائل في جميع فروع الهندسة تقريباً. وقد قام براندتل والعالم المجري الكبير **فون كارمن** ***Von Karmen (1881-1963)*** بنشر عدد كبير من الأبحاث العلمية في العشرينات والثلاثينات من القرن العشرين غطت مختلف أوجه موضوع **الطبقة الحدية** ***Boundary Layer*** وظاهرة **الاضطراب** ***Turbulence*** ، وقد دعم عملهم بأبحاث مخبرية متزايدة في التعقيد. وكان لهذه الجهود وقع كبير على جميع أوجه الهيدروليك الهندسي. ففي الثلاثينات من القرن العشرين وبخاصة مع انتشار صناعة الأنابيب وبدأ نقل المياه، استطاعت جهود **نيكورادسي** ***Nikuradse*** في ألمانيا **ومودي** ***Moody*** في الولايات المتحدة الأمريكية **وكولبروك** ***Colbrook*** في بريطانيا وغيرهم، تقديم فهم أوضح للجريان في الأنابيب وبالأخص العوامل المؤثرة على الاحتكاك في الأنابيب والأقنية.

منذ عام ١٩٤٥ وحتى الآن أحدث الحاسوب ونظم القياسات الإلكترونية ثورة حقيقية في العديد من أوجه الهيدروليك. وقد تعمق فهمنا باستمرار لمسائل الجريانات المستقرة وغير المستقرة ولحركة الرسوبيات. وبعد ظهور نظرية العناصر المحدودة ***Finite Element Method*** في النصف الثاني من القرن العشرين، ومع التطور الهائل في سعة الحواسيب في التسعينات منه وبداية القرن الحادي والعشرين، استطاع الباحثون

حل معادلات نافييه-ستوكس في الحالة ثلاثية البعد، واستطاعوا حل معالادت الجريان المضطرب في بعض الحالات والتي كان التفكير بحلها مجرد حلم. كما ساعد ظهور أجهزة الليزر الدقيقة جداً في قياس سرع الجريان للجريانات المضطربة في فهم الطبيعة المعقدة جداً لهذا الجريان، ومقارنة النتائج التجريبية مع الحلول العددية لحل معادلات نافييه-ستوكس-رينولدز.

١-٥. الأبعاد والواحدات Dimensions and Units

١-٥-١. نظم الأبعاد Systems of Dimensions

يمكن التعبير عن جميع **الكميات الفيزيائية** ***Physical Quantities*** بأبعاد **كالطول** ***Length*** **والزمن** ***Time*** **والكتلة** ***Mass*** **والحرارة** ***Temperature***. و تصنف الكميات الفيزيائية في زمرتين. الأولى هي **الكميات الأساسية** ***Primary Quantities*** وتضم الطول L والزمن T والكتلة M والحرارة. والثانية هي **الكميات الثانوية** ***Secondary Quantities*** المشتقة من الكميات الأساسية مثل: المساحة L^2، والحجم L^3، والسرعة $\frac{L}{T}$، والكتلة النوعية $\frac{M}{L^3}$، والقوة $\frac{M \cdot L}{T^2}$. فنقول إن أبعاد المساحة طول مربع، والحجم طول مكعب، والسرعة طول مقسم على زمن، والكتلة النوعية كتلة مقسم على طول مكعب، والقوة كتلة مضروبة بطول مقسم على مربع الزمن.

ويوجد عملياً نظامان للأبعاد:

- النظام الأول: هو نظام MLT ويشير إلى الكتلة M والطول L والزمن T، إضافة لدرجة الحرارة θ.
- النظام الثاني: هو نظام FLT ويشتق من النظام الأول ويشير إلى القوة F والطول L والزمن T، إضافة لدرجة الحرارة θ.

حيث أن أبعاد القوة حسب النظام الأول هي $F = \frac{M \cdot L}{T^2}$، وأبعاد الكتلة حسب النظام الثاني هي $M = \frac{F \cdot T^2}{L}$.

١-٥-٢. نظم الواحدات Systems of Units

يستعمل في الهندسة نظاما قياس هما: **النظام العالمي** أو المتري ***International System (SI)*** **والنظام البريطاني** ***British System (BS)***. حيث يعبر في النظام العالمي عن الطول بالمتر، والزمن بالثانية، والكتلة بالكيلو غرام، والقوة بالنيوتن، والعمل بالجول، والاستطاعة بالواط،والضغط بالباسكال.....الخ. وبالنسبة لدرجة الحرارة فيعبر عنها **بالكيلفن** ***Kelvin(K)*** ، الذي يعطى قيمته بالعلاقة:

$$K = C^0 + 273.15 \qquad (١-١)$$

ورغم أن مقياس **سيليوس** ***Celsius (C^0)*** لا ينتمي للواحدات الدولية إلا أنه يستخدم بشكل شائع ضمنها.

أما في النظام البريطاني فيعبر عن الطول بالقدم، والزمن بالثانية، والقوة بالباوند....الخ.

وسوف نستخدم في هذا الكتاب النظام العالمي لأنه الأكثر انتشاراً في المراجع. حيث الواحدات الأساسية هي المتر والثانية والكتلة، ويمكن اشتقاق كافة الواحدات الأخرى منها. فمثلاً: واحدة القوة في النظام العالمي هي نيوتن، وتساوي:

$$N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

وواحدة الضغط هي باسكال، وتساوي:

$$Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s^2}$$

وواحدة العزم هي الجول، وتساوي:

$$J = N \cdot m = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

وواحدة الإستطاعة هي الواط، وتساوي:

$$W = \frac{J}{s} = \frac{N \cdot m}{s} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$$

يبين الجدول (١-١) بعض الكميات الفيزيائية وأبعادها في كل من النظامين MLT و FLT وواحداتها في النظام العالمي.

ولكل واحدة من الواحدات الدولية مضاعفات وأجزاء. ويبين الجدول (١-٢) هذه الأجزاء والمضاعفات.

الجدول (١-١). بعض الكميات الفيزيائية وأبعادها، وواحداتها في الجملة الدولية

الكمية الفيزيائية	نظام الأبعاد		الواحدة	
	MLT	FLT	MLT	FLT
الطول	L	L	m	m
الزمن	T	T	t	t
الكتلة	M	$FL^{-1}T^{2}$	kg	$N \cdot s^2 / m$
القوة	MLT^{-2}	F	$kg.m / s^2$	N
الضغط-الإجهاد-معامل المرونة	$ML^{-1}T^{-2}$	FL^{-2}	$kg /(m \cdot s^2)$	N / m^2
الاستطاعة	ML^2T^{-3}	FLT^{-1}	$kg \cdot m^2 / s^3$	$N \cdot m / s$
العمل-العزم	ML^2T^{-2}	FL	$kg \cdot m^2 / s^2$	$N \cdot m$
المساحة	L^2	L^2	m^2	m^2
الحجم	L^3	L^3	m^3	m^3
السرعة	L / T	L / T	m / s	m / s
السرعة الزاوية	T^{-1}	T^{-1}	rad / s	rad / s
التسارع	LT^{-2}	LT^{-2}	m / s^2	m / s^2
التسارع الزاوي	T^{-2}	T^{-2}	rad / s^2	rad / s^2
عزم العطالة	L^4	L^4	m^4	m^4
الكتلة النوعية	ML^{-3}	$FL^{-4}T^{2}$	kg / m^3	$N \cdot s^2 / m^4$
الوزن النوعي	$ML^{-2}T^{-2}$	FL^{-3}	$kg/(m^2 \cdot s^2)$	N / m^3
اللزوجة التحريكية	$ML^{-1}T^{-1}$	$FL^{-2}T$	$kg / m \cdot s$	$N \cdot s / m^2$
اللزوجة الحركية	L^2T^{-1}	L^2T^{-1}	m^2 / s	m^2 / s
الشد السطحي	MT^{-2}	FL^{-1}	kg / s^2	N / m

الجدول (١-٢). مضاعفات وأجزاء الواحدات الدولية

الرمز	الاسم	المعامل
T	tera	10^{12}
G	giga	10^{9}
M	mega	10^{6}
k	kilo	10^{3}
h	hecto	10^{2}
da	deka	10
d	deci	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	milli	10^{-3}
μ	micro	10^{-6}
n	nano	10^{-9}
p	Pico	10^{-12}
f	femto	10^{-15}
a	atto	10^{-18}

١-٦. حقل الإجهادات Stresses Field

لنتخيل وجود سطح ما من سائل، كما في الشكل (١-١). ولنأخذ منه مساحة صغيرة δA، ولنفترض أن هذه المساحة تخضع لتأثير قوة مقدارها $\delta\vec{F}$. إن هذه القوة يمكن تحليلها إلى مركبين، الأولى δF_n عمودية على السطح، والثانية δF_t تقع في المستوي وتحلل بدورها إلى مركبتين $\delta F_1, \delta F_2$. هذه القوى الفاعلة في المساحة سوف تولد نوعين من الإجهادات، الأولى هي إجهادات ناظمية عمودية على السطح تساوي:

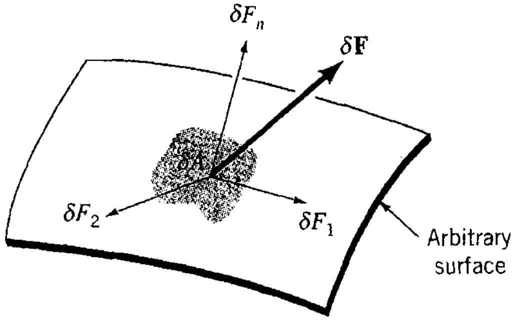
$$\sigma = \lim_{\delta A \to 0} \frac{\delta F_n}{\delta A} \qquad (١-٢)$$

والثانية إجهادات مماسية أو إجهادات قص تقع في المستوي، يمكن تحليلها إلى مركبتين هما:

$$\tau_1 = \lim_{\delta A \to 0} \frac{\delta F_1}{\delta A} \qquad (١-٣)$$

و:

$$\tau_2 = \lim_{\delta A \to 0} \frac{\delta F_2}{\delta A} \qquad (١-٤)$$



الشكل(١-١). مفهوم الإجهادات المؤثرة في سطح [6]

فلو درسنا الحالة في الإحداثيات الديكارتية، وأخذنا عنصراً مستوياً صغيراً مساحته δA_x موازياً للمستوي yoz وعمودياً على المحور x، كما في الشكل (١-٢). نلاحظ أن القوة المؤثرة في هذا المستوي يمكن تحليلها إلى ثلاث مركبات، المركبة الأولى δF_x عمودية على العنصر، والثانية δF_y تقع في مستوي العنصر وموازية للمحور y، والثالثة δF_z تقع في مستوي العنصر وموازية للمحور z. وينتج عن هذه المركبات الثلاث للقوة δF ثلاثة إجهادات، الأول هو إجهاد ناظمي عمودي على مستوي العنصر يساوي:

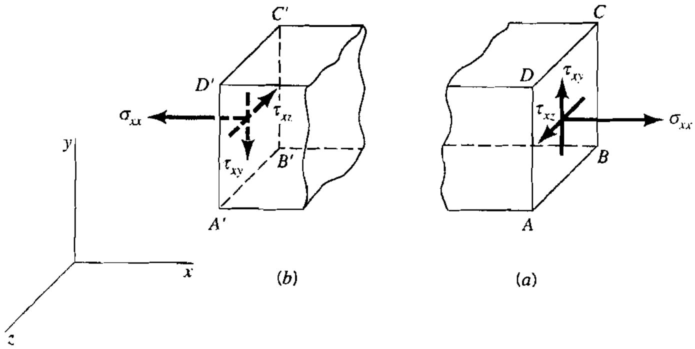
$$\sigma_{xx} = \lim_{\delta A_x \to 0} \frac{\delta F_x}{\delta A_x} \qquad (١-٥)$$

والثاني إجهاد مماسي يقع في مستوي العنصر ويوازي المحور y يساوي:

$$\tau_{xy} = \lim_{\delta A_x \to 0} \frac{\delta F_y}{\delta A_x} \qquad (١-٦)$$

والثالث إجهاد مماسي يقع في مستوي العنصر ويوازي المحور z يساوي:

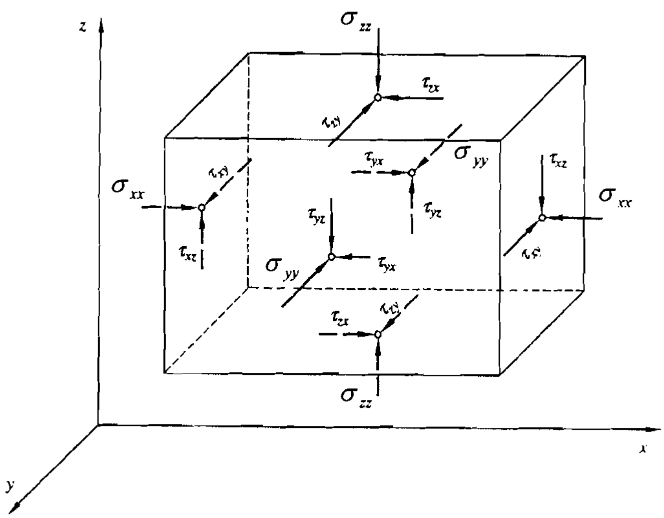
$$\tau_{xz} = \lim_{\delta A_x \to 0} \frac{\delta F_z}{\delta A_x} \qquad (١-٧)$$



الشكل(١-٢). مركبات القوة والإجهادات المؤثرة في عنصر مستوٍ [6]

لو أخذنا في الحالة الفراغية عنصراً حجمياً على شكل متوازي مستطيلات، كما في الشكل (١-٣)، أبعاده dx, dy, dz . فإننا بنفس المحاكمة السابقة نلاحظ أن هناك تسعة إجهادات تؤثر على وجوه المكعب هي: $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$. ويتم التعبير عادة في المراجع عن هذه الإجهادات **بمصفوفة الإجهادات** ***Stresses Matrix*** كما يلي:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yx} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$



الشكل(١-٣). حقل الإجهادات في الحالة الفراغية [5]

١-٧. الخواص الفيزيائية للسائل Physical Properties of Liquid

١-٧-١. الكتلة النوعية (الكثافة) Density

وهي بالتعريف: كتلة واحدة الحجم من السائل، ويرمز لها بـــ ρ، وتعطى بالعلاقة:

$$\rho = \frac{M}{\forall} \qquad (١-٨)$$

حيث: $M, \forall$ – كتلة السائل وحجمه على التوالي. ويعبر عن الكثافة في جملة الواحدات الدولية بالواحدة:

$$\rho = \frac{kg}{m^3} = kg/m^3$$

تتأثر الكتلة النوعية للغازات بشكل كبير بتغير درجة الحرارة والضغط المطبق، أما في السوائل فإن تأثيرهما يكون ضئيلاً جداً. فعلى سبيل المثال تبلغ الكتلة النوعية للماء $\rho = 1000 kglm^3$ عند درجة الحرارة $C = 4^0$، وتصبح حوالي $\rho = 960 kglm^3$ عند درجة الحرارة $C = 100^0$، كما يتضح من الشكل (١-٤).

في بعض المراجع وبخاصة الأمريكية يستخدم مفهوم **الثقالة النوعية** (SG) ***Specific Gravity*** أو **الكثافة النسبية** ***Relative Density***، والتي تساوي النسبة ما بين الكتلة النوعية للسائل و الكتلة النوعية للماء عند درجة الحرارة $4C^0$، أي أن:

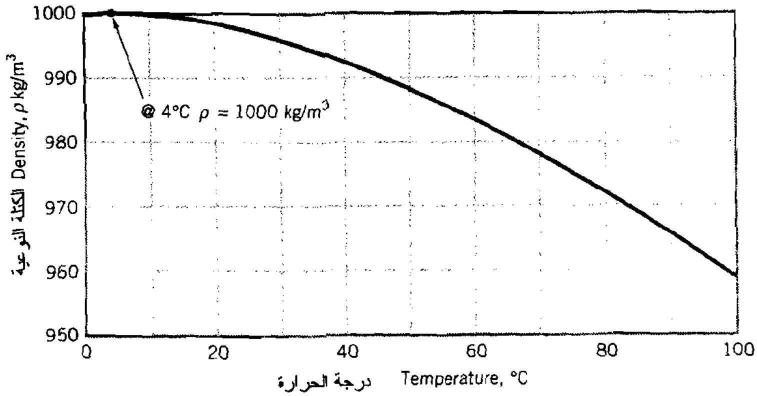
$$SG = \frac{\rho}{\rho_{H2O}}$$

وعلى سبيل المثال تبلغ الكثافة النوعية للماء:

$$SG_{Hg} = \frac{\rho_{H2o}}{\rho_{H2O}} = \frac{1000}{1000} = 1.0$$

و للزئبق:

$$SG_{Hg} = \frac{\rho_{Hg}}{\rho_{H2O}} = \frac{13600}{1000} = 13.6$$



الشكل(١-٤). تغير الكتلة النوعية (الكثافة) للماء مع درجة الحرارة [6]

١-٧-٢. الوزن النوعي Specific Weight

وهو بالتعريف: وزن واحدة الحجم من السائل ويرمز لـه بـ γ، ويعطى بالعلاقة:

$$\gamma = \frac{W}{\forall} \qquad (١-٩)$$

حيث: $W, \forall$ - وزن السائل وحجمه. ويعبر عن الوزن النوعي في جملة الواحدات الدولية بالواحدة:

$$\gamma = \frac{N}{m^3} = N/m^3$$

ويرتبط الوزن النوعي γ مع الكتلة النوعية ρ بالعلاقة:

$$\gamma = \rho \cdot g \qquad (١-١٠)$$

حيث: g - تسارع الجاذبية الأرضية.

إن الكتلة النوعية للسائل ρ قيمة مطلقة بالنسبة لسائل عند درجة حرارة معينة، حيث أنها تعتمد على الكتلة ولا تعتمد على الموقع. أما الوزن النوعي فهو على النقيض من ذلك، حيث أن قيمته تعتمد على تسارع الجاذبية الأرضية، لـذلك فهـو يتغير من موقع لآخر تبعاً لخط العرض والإرتفاع عن سطح البحـر. وبـافتراض أن تسارع الجاذبية الأرضية $g = 9.81 m/s^2$، فإن الوزن النوعي للماء عند درجة الحرارة

يساوي: $C = 4^0$

$$\gamma = g \cdot \rho = 9.81 \cdot 1000 = 9810 N/m^3$$

١-٧-٣. اللزوجة Viscosity

اللزوجة *Viscosity* هي الخاصية التي يقاوم بها السائل قوى القص أو التــشوه الزاوي الذي يتعرض لهما. وتتأثر لزوجة السائل تأثراً كبيراً بدرجة حرارته. فمع زيادة الحرارة تنخفض لزوجة جميع السوائل، لأن قوى التماسك تتناقص مع ارتفاع الحرارة. أما بالنسبة للغازات فالوضع عكس ذلك، حيث أن لزوجتها تزداد مع زيادة الحـــرارة، لأن العامل السائد هو تبادل الجزيئات بين الطبقات ذات السرعات المختلفـــة الـــذي يؤدي إلى توالد قوى قص فيما بينها، كما أن الزيادة في النشاط الجزيئي عند زيـــادة درجات الحرارة يسبب زيادة لزوجة الغازات.

لفهم موضوع لزوجة السائل واستنتاج العلاقات الخاصة به، نأخذ صــفيحتين مستويتين متوازيتين، كما في الشكل (١-٥)، تفصلهما المــسافة b. ونفتــرض أن الفراغ بينهما ممتلئ بسائل، ولنفترض أن الصفيحة السفلى ثابتة والعليا قابلة للحركة. ولنطبق قوة أفقية P على الصفيحة العليا تؤدي إلى تحريكها بسرعة مقدارها U.

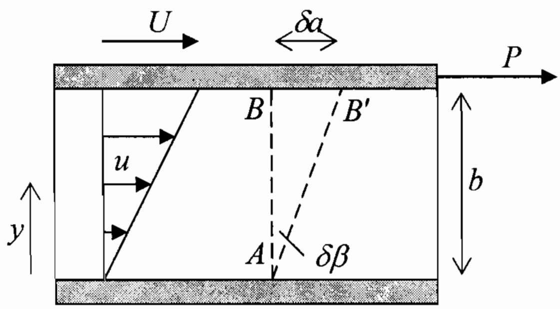
إن جزيئات السائل الملامسة لكل صفيحة تظل ملتصقة بها، أي يكون لجزيئات السائل الملامسة للصفيحة العليا نفس سرعتها U، بينما تبقى جزيئات السائل الملامسة للصفيحة السفلى ساكنة. أما بالنسبة لجزيئات السائل الموجــودة بــين الــصفيحتين فسرعتها تتعلق بموضع الجزيء، أي ببعد الجزيء المدروس عن الــصفيحة الــسفلى: $u = f(y)$، وتزداد السرعة كلما كان هذا الجزيء أقرب إلى الــصفيحة المتحركـــة. ولقد وجد أن توزع سرعة جزيئات السائل بين الصفيحتين هو توزع خطي، يعبر عنه بالمعادلة التالية:

$$u = U \cdot \frac{y}{b} \qquad (١-١١)$$

بعد زمن قصير جداً δt من بداية تحريك الصفيحة العليا نجد أن الخـــط العمـــودي AB بين الصفيحتين سوف يتشوه، وسيدور بزاوية $\delta\beta$، وسينتقل إلى الوضع الجديد

AB' . ويكون التشوه الزاوي الحاصل مساوياً:

$$\tan\delta\beta \approx \delta\beta = \frac{\delta a}{b} \qquad (١٢-١)$$



الشكل(١-٥). سلوك السائل المتوضع بين صفيحتين متوازيتين العليا متحركة والسفلى ثابتة

وبما أن $\delta a = U \cdot \delta t$ ، لذلك يصبح التشوه الزاوي:

$$\delta\beta = \frac{U \cdot \delta t}{b} \qquad (١٣-١)$$

ويكون معدل التشوه الزاوي خلال الزمن هو:

$$\frac{\delta\beta}{\delta t} = \frac{d\beta}{dt} = \frac{U}{b}$$

أو:

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{U}{b} = \frac{du}{dy} \qquad (١٤-١)$$

لقد وجد أن إجهاد القص τ بين جزيئات السائل يكون تابعاً لمعدل التشوه الزاوي $\frac{d\beta}{dt}$ ، وبالتالي فهو تابع لتدرج السرعة أيضاً وفق العلاقة:

$$\tau = f(\frac{d\beta}{dt}) = f(\frac{du}{dy}) \qquad (١٥-١)$$

وقد تبين تجريبياً أن الإجهاد المماسي τ يتناسب وتدرج السرعة بشكل خطي لبعض أنواع السوائل كالماء والزيوت ، ومنه أمكن كتابة:

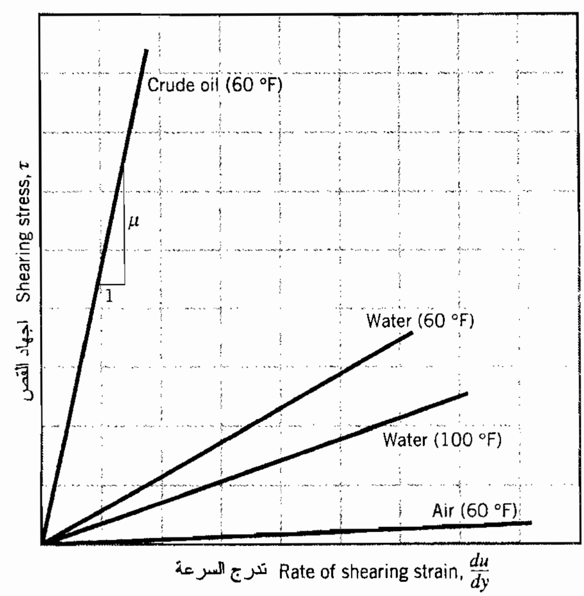
$$\tau \propto \frac{du}{dy} \Rightarrow \tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} \qquad (١٦-١)$$

حيث: μ – معامل التناسب، ويدعى **اللزوجــة التحريكيــة** ***Dynamic Viscosity***.
وتسمى العلاقة السابقة قانون نيوتن. وبناء على ذلك يطلق على السوائل التي يتناسب فيها الإجهاد المماسي بشكل خطي مــع تــدرج الــسرعة **بالــسوائل النيوتونيــة** ***Newtonian Fluids*** . ويبين الشكل (١-٦) العلاقة بين إجهاد القص وتدرج السرعة لبعض السوائل النيوتونية.

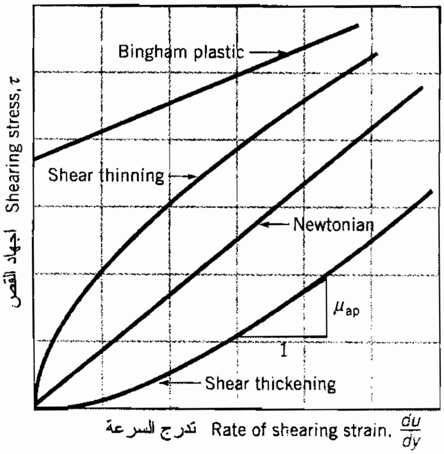
أما السوائل التي يكون فيها إجهاد القص تابعاً بشكل غير خطي لتدرج السرعة فتدعى **السوائل غير النيوتونية** ***Non-Newtonian Fluids*** ، لأنها لاتتبع قانون نيوتن، ويكون إجهاد القص من أجلها مساوياً:

$$\tau = k \cdot \left(\frac{du}{dy} \right)^n \qquad (١٧-١)$$

حيث: n, k هما معاملان يتعلقان بنوع الــسائل. وفي حالــة الــسوائل النيوتونيــة يكون $n = 1, k = \mu$. ويبين الشكل (١-٧) العلاقة التي تربط بــين إجهــاد القــص وتدرج السرعة لبعض النماذج من السوائل غير النيوتونية. مع التذكير هنا أن معظــم السوائل التي يتعامل معها المهندس المدني هي سوائل نيوتونية.



الشكل(١-٦). العلاقة بين إجهاد القص وتدرج السرعة في بعض السوائل النيوتونية [6]



الشكل(١-٧). العلاقة بين إجهاد القص وتدرج السرعة في بعض نماذج السوائل غير النيوتونية [5]

اللزوجة التحريكية *Dynamic Viscosity*

يرمز لها كما وجدنا سابقاً بـــ μ. وتتغير اللزوجة التحريكية من سائل لآخر، كما تتغير في نفس السائل بتغير درجة الحرارة. يبين الشكل (١-٨) العلاقة التي تربط بين اللزوجة التحريكية لبعض السوائل والغازات ودرجة الحرارة. حيث يلاحـــظ أن اللزوجة التحريكية تتناقص بالنسبة للسوائل مع زيادة درجة الحرارة، وتزداد مع زيادة درجة الحرارة بالنسبة للغازات.

بالنسبة للسوائل النيوتونية يمكن استخدام العلاقة التجريبية التالية في حـــساب اللزوجة التحريكية لسائل ما عند درجة حرارة معينة:

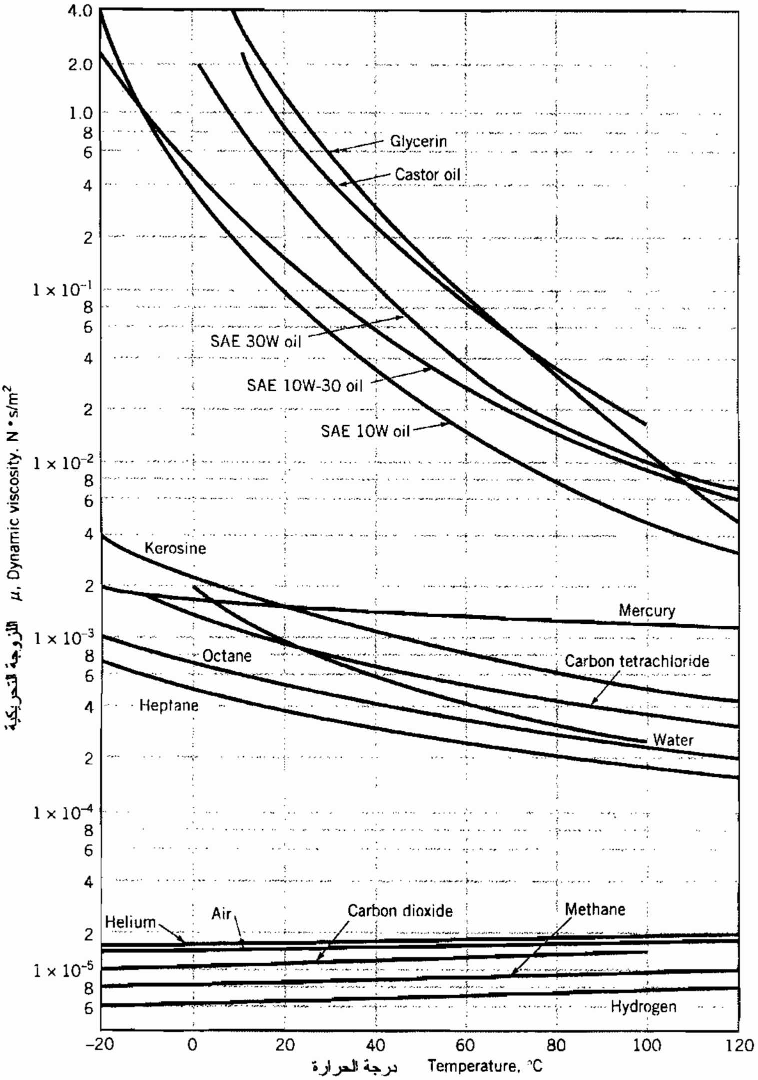
$$\mu = D \cdot e^{B/T} \qquad (١٨-١)$$

حيث أن:

- D, B : هي ثوابت تتعلق بنوع السائل.
- T: درجة الحرراة.

أما واحدات اللزوجة التحريكية فيمكن الحصول عليها من علاقة نيوتن:

$$\mu = \tau \cdot \frac{dy}{du} = \frac{\tau}{du/dy} = \frac{N/m^2}{m/s/m} = \frac{N \cdot s}{m^2} = \frac{kg}{m \cdot s}$$



الشكل(١-٨). العلاقة بين اللزوجة التحريكية μ ودرجة الحرارة لبعض أنواع السوائل والغازات [6]

اللزوجة الحركية *Kinematic Viscosity*

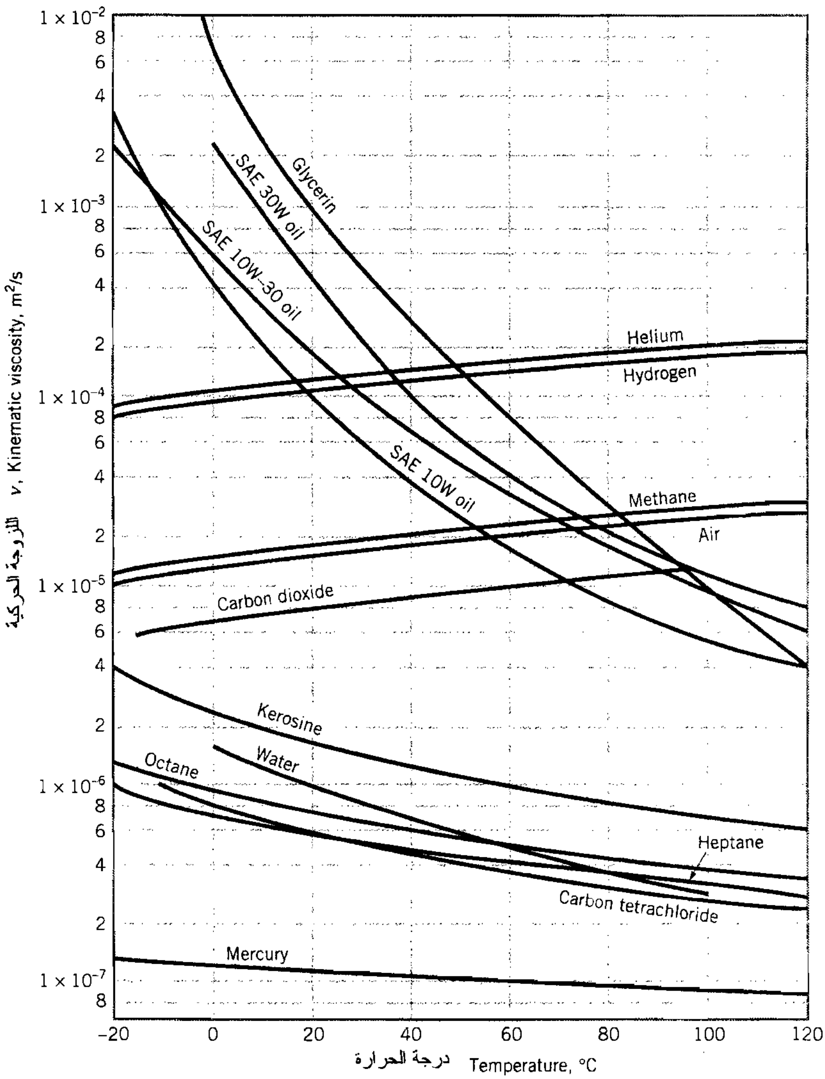
تدعى نسبة اللزوجة التحريكية للسائل إلى كتلته النوعية **باللزوجة الحركية** ***Kinematic Viscosity*** ، ويرمز لها بـ ν، وتعطى بالعلاقة:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \qquad (١-١٩)$$

أما واحدها فهي:

$$\nu = \frac{\frac{kg}{m \cdot s}}{\frac{kg}{m^3}} = m^2 / s$$

ويبين الشكل (١-٩) اللزوجة الحركية لبعض السوائل والغازات.



الشكل(١-٩). العلاقة بين اللزوجة الحركية ν ودرجة الحرارة لبعض أنواع السوائل والغازات [6]

مثال ١-١

صفيحة متحركة علوية تبعد عن صفيحة سفلية ثابتة مسافة $0.5mm$، وتسير بسرعة مقدارها $0.25m/s$، فإذا علمت أنها تحتاج لإجهاد مقدارة $2N/m^2$ للمحافظة على هذه السرعة. فالمطلوب حساب اللزوجة التحريكية والحركية للسائل ذي الكتلة النوعية $\rho = 850kg/m^3$ الكائن بين الصفيحتين.

الحل:

يعطى إجهاد القص بالعلاقة:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

ومنه:

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} = \frac{2}{\frac{0.25-0}{0.5\times10^{-3}}} = 4\times10^{-3} N\cdot s/m^2$$

أما اللزوجة الحركية، فتساوي:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{4\times10^{-3}}{850} = 4.71\times10^{-6} m^2/s$$

١-٧-٤. التوتر السطحي Surface Tension

لنعتبر حجماً ما من سائل ساكن، ولندرس القوى المؤثرة في مختلف جزيئاته. فنجد أن كل جزيء من جزيئات السائل، يخضع لقوى تجاذب من قبل الجزيئات المجاورة. بالنسبة لجزيئات السائل الموجودة في عمق السائل مثل الجزيء A (الشكل ١-١٠)، تكون قوى التجاذب هذه متساوية ومتعاكسة في الاتجاه، وبالتالي فإن محصلتها معدومة. أما بالنسبة لجزيئات السائل الموجودة على السطح مثل الجزيء B فإنها تخضع لقوى مماسية تمس السطح تكون محصلتها معدومة، ولقوى ناظمية على السطح متجهة نحو الأسفل، وينتج عن ذلك توتر في سطح السائل يسمى **التوتر السطحي *Surface Tension***. يرمز له بـ σ أما واحدته فهي N/m.

لفهم موضوع التوتر السطحي نضع أبرة رفيعة جداً طولها L على سطح الماء

(الشكل ١-١١)، فنلاحظ أن هذه الإبرة تطفو على سطح السائل لأنها تتعرض لقوى تجاذب F_k من جزيئات السائل المجاورة، ويكون التوتر السطحي هو:

$$\sigma = \frac{F_k}{L} \qquad (١-٢٠)$$

إن هذه القوى تكون في حالة توازن مع وزن الإبرة G، وعليه يمكن أن نكتب:

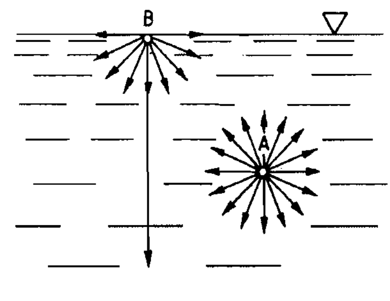
$$2 \cdot F_k \cdot \sin\alpha = G \qquad (١-٢١)$$

$$2 \cdot \sigma \cdot L \cdot \sin\alpha = G$$

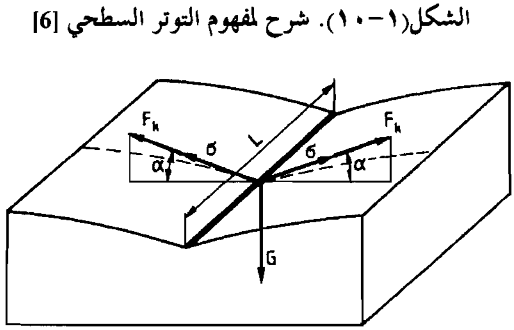
وبالتالي يكون التوتر السطحي:

$$\sigma = \frac{G}{2 \cdot L \cdot \sin\alpha} \qquad (١-٢٢)$$

تتغير قيم التوتر السطحي للسوائل بتغير درجة الحرارة. ويبين الجدول (١-٣) قيم التوتر السطحي للماء تبعاً لدرجة الحرارة. كما يبين الجدول رقم (١-٤) قيم التوتر السطحي لبعض السوائل عند درجة حرارة 4^0.



الشكل(١-١٠). شرح لمفهوم التوتر السطحي [6]



الشكل(١-١١). توازن الإبرة على سطح الماء بفعل التوتر السطحي [6]

الجدول(١-٣). قيم التوتر السطحي للماء في درجات حرارة مختلفة

درجة الحرارة	0	4	10	20	30	40	60	80	100
$\sigma(N/m)$	0.0756	0.0751	0.0743	0.0729	0.0712	0.0697	0.0663	0.0626	0.059

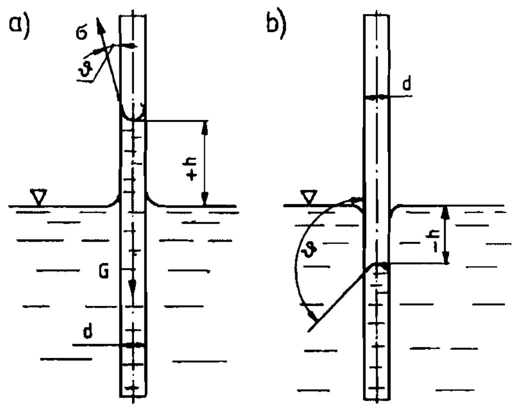
الجدول(١-٤). قيم التوتر السطحي لبعض السوائل عند درجة حرارة 4^0

السائل	ماء	بنزين	زئبق	كحول اتيلي	زيت زيتون
$\sigma(N/m)$	0.0751	0.030	0.450	0.0220	0.0320

١-٧-٥. الخاصية الشعرية Capillary

لنغطس أنبوباً رفيعاً مفتوحاً من جهتيه قطره d في حوض من الماء (الشكل١-١٢)، فنلاحظ أن الماء يرتفع في الأنبوب فوق سطح الماء بالمقدار h، وذلك بتأثر التوتر السطحي. إن القوى المؤثرة على عمود الماء الموجود في الأنبوب مع إهمال وزن عمود الهواء فوق الماء، هي:

- قوة يسببها التوتر السطحي على طول التصاق الهلال مع الأنبوب.
- وزن عمود الماء.



الشكل(١-١٢). تأثير الخاصية الشعرية في الأنابيب الرفيعة [6]

بما أن عمود الماء في حالة توازن لذلك فإن محصلة القوى المؤثرة عليه في الاتجاه الشاقولي يجب أن تكون معدومة، أي أن:

$$\gamma \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h - \pi \cdot d \cdot \sigma \cdot \cos\vartheta = 0 \qquad (١-٢٣)$$

ومنه يكون ارتفاع الماء في داخل الأنبوب مساوياً:

$$h = \frac{4 \cdot \sigma \cdot \cos\vartheta}{\gamma \cdot d} \qquad (١-٢٤)$$

وفي حالة الماء تكون الزاوية α صغيرة جداً وبالتالي فإن $\cos\alpha \approx 1$، ومنه يمكن كتابة:

$$h = \frac{4 \cdot \sigma}{\gamma \cdot d} \qquad (١-٢٥)$$

مثال ١-٢

احسب ارتفاع الماء في أنبوب شعري قطره $d = 0.01mm$. إذا علمت أن $\sigma = 0.075N/m$.

الحل:

لدينا:

$$h = \frac{4 \cdot \sigma}{\gamma \cdot d}$$

وبالتعويض، نجد أن:

$$h = \frac{4 \cdot 0.075}{9810 \cdot 10^{-5}} = 3.06m$$

١-٧-٦. انضغاطية السائل Compressibility of Fluid

تعبر **انضغاطية السائل** ***Compressibility*** عن تغير حجمه نتيجة تغير الضغط المؤثر فيه. ولنفترض أن السائل قد تعرض لازدياد ضغط مقداره dp، فنتيجة لذلك سوف يتغير حجمه بالمقدار $d\forall$، حيث $\forall$ هو حجم السائل.

تدل التجربة أن ازدياد الضغط dp يتناسب مع التغير النسبي لحجم السائل. أي أن العلاقة التي تربط بين dp و $d\forall$ هي:

$$dp \propto \frac{d\forall}{\forall} \qquad (١-٢٦)$$

وبالانتقال لعلاقة المساواه يكون لدينا:

$$dp = -K \cdot \frac{d\forall}{\forall} \qquad (٢٧-١)$$

حيث: K – ثابت التناسب ويدعى بمعامل انضغاطية السائل، أما الإشارة السالبة فتوضح أن الحجم يتناقص بازدياد الضغط.

إن التغير في الحجم من أجل كتلة معطاة سوف ينتج عن التغير في الكتلة النوعية للسائل، وبالتالي يمكن كتابة العلاقة السابقة كما يلي:

$$dp = -K \cdot \frac{d\rho}{\rho} \qquad (٢٨-١)$$

إن الانضغاطية هي خاصية تتميز بها الغازات بشكل واضح. أما السوائل فإن قابليتها للإنضغاط ضعيفة جداً وهي مهملة في أغلب الأحيان باستثناء بعض الظواهر الخاصة كالمطرقة المائية. وتبلغ قيمة معامل الإنضغاطية للماء في درجات الحرارة العادية $K = 2.2 \times 10^9 \, N/m^2$.

إذا سبب تغير الضغط dp تغيراً في الكتلة النوعية $d\rho$ في سائل ما، يمكن البرهان (خارج مفردات المنهاج) أن النسبة بين تغير الضغط والكتلة النوعية تساوي مربع سرعة انتشار الصوت في هذا السائل. ويرمز لسرعة انتشار الموجة الصوتية في السائل بـ c، وتساوي:

$$c = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}} \qquad (٢٩-١)$$

وباعتبار أن: $dp = K \cdot \frac{d\rho}{\rho}$ ، لذلك تكتب العلاقة السابقة في الشكل التالي:

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \qquad (٣٠-١)$$

تتعلق شدة انضغاطية السوائل والغازات بالنسبة بين سرعة الجريان V لهذا السائل وسرعة انتشار الصوت فيه c، وتدعى هذه النسبة عدد ماخ Ma نسبة للفيزيائي والفيلسوف النمساوي ***Ernst Mach (1838-1916)***:

$$Ma = \frac{V}{c}$$

مثال ١-٣

إذا تعرض $1m^3$ من الماء لزيادة في الضغط مقدارها $10^5 N/m^2$. فما هو التغير في الحجم. إذا كان معامل انضغاطية الماء $K = 2.2\times10^9 N/m^2$.

الحل:

لدينا:

$$dp = -K \cdot \frac{d\forall}{\forall}$$

أو:

$$d\forall = -\forall \cdot \frac{dp}{K}$$

وبالتعويض بالمعطيات العددية، نجد أن:

$$d\forall = -1 \cdot \frac{10^5}{2.2\cdot10^9} = -45.45\times10^{-6} m^3$$

١-٧-٧. ضغط التبخر Vapor Pressure

تسمى حادثة تحول السائل إلى بخار بحادثة التبخر. ويمكن أن تتم هذه الحادثة في جو غير محدد مثل تبخر مياه الأنهار والبحار وتجفيف الغسيل، كما يمكن أن تتم في جو محدود مثل تبخر الماء في المراجل حيث يملأ الماء قسماً من المرجل فقط. و يبدأ التبخر بانطلاق جزيئات من كتلة السائل إلى الجو الذي يعلوه، ويتزايد عدد هذه الجزيئات إلى أن يبلغ تركيزها حد يصبح فيه معدل إنطلاق الجزيئات من السائل مساوياً ما يعود من هذه الجزيئات إلى السائل، وعند هذا الوضع المتوازن يقال إن ضغط بخارالسائل قد بلغ حد الإشباع.

تتعلق درجة الحرارة الموافقة لبداية تبخر السائل بالضغط المطلق المطبق. فعلى سبيل المثال عند سطح البحر حيث الضغط المطلق هو $10.3m$ عمود ماء يبدأ تبخر الماء عند درجة الحرارة 100^0 ، وتنخفض درجة حرارة تبخر الماء عند انخفاض الضغط عن القيمة السابقة والعكس صحيح.

ندعو الضغط الموافق لبداية تبخر السائل في درجة الحرارة السائدة **بضغط**

التبخر *Vapor Pressure* p_v. ويعتبر مفهوم ضغط تبخر الماء على درجة كبيرة من الأهمية في المضخات، حيث يمكن للماء أن يتبخر عند طرف امتصاص المضخة بسبب انخفاض الضغط، ثم يتكاثف البخار من جديد بارتفاع الضغط داخل المضخة مسبباً قوى كبيرة جداً، وتدعى هذه الظاهرة **بالتكهف** ***Cavitation***.

١-٨. السائل المثالي Ideal Fluid

رأينا أن التبدل في درجات الحرارة والضغط يؤديان إلى تبدل طفيف جداً في حجم السائل نظراً لضعف قابلية الانضغاط، وهو ما يسمح كتقريب أولي بعدِّ السائل جسماً غير قابل للانضغاط في معظم الحالات، مما يسهل كثيراً حل المسائل الهندسية ذات الصلة. من ناحية أخرى فإن لزوجة السائل وقوى الاحتكاك تلعب دوراً مهملاً في العديد من المسائل العملية بمقارنتها مع القوى الأخرى التي يخضع لها السائل، لذا يمكن تسهيلاً لحل هذه المسائل إهمال تأثير قوى الإحتكاك واعتبار أن السائل لا يمتلك خاصية اللزوجة.

ندعو السائل مهمل اللزوجة وغير القابل للانضغاط **بالسائل المثالي** ***Ideal Fluid***. إلا أن فرضية السائل المثالي هي مجرد تقريب، الغاية منه تبسيط حل بعض مسائل الهيدروليك، التي يصعب حلها كثيراً عند وضع اللزوجة وانضغاطية السائل بالحسبان. لأن قوة اللزوجة في السائل موجودة عملياً، حتى لو كانت قيمها صغيرة جداً.

مسائل محلولة حول الفصل الأول

المسألة الأولى

خزان مملوء بالبترين، سعته $\forall = 10m^3$. فإذا علمت أن الكتلة النوعية للبترين $\rho = 740kg/m^3$. احسب وزن البترين في الخزان.

الحل:

لدينا:

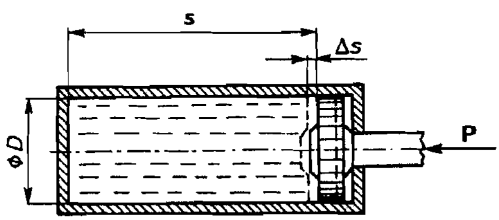
$$W = \rho \cdot g \cdot \forall$$

وبالتعويض، نجد أن:

$$W = \frac{740 \cdot 9.81 \cdot 10}{1000} = 72.6kN$$

المسألة الثانية

مكبس هيدروليكي أسطواني، قطره $D = 80mm$ ، وطوله $s = 50cm$ ، مملوء بالزيت، كما في الشكل. أحسب الانزياح Δs الناتج عن تطبيق قوة مقدارها $30kN$ على ذراع المكبس. علماً بأن معامل الانضغاطية للزيت $K = 1.79 \times 10^9 N/m^2$.



الحل:

لدينا:

$$dp = -K \cdot \frac{d\forall}{\forall}$$

و:

$$\forall = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot s$$

و:

$$d\forall = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot \Delta s$$

ومنه:

$$dp = -K \cdot \frac{\Delta s}{s}$$

أو:

$$\Delta s = -\frac{s \cdot dp}{K}$$

حيث:

$$dp = \frac{4 \cdot 30000}{\pi \cdot 0.08^2} = 6 \times 10^6 \, Pa$$

والتالي، نجد أن قيمة الانزياح هو:

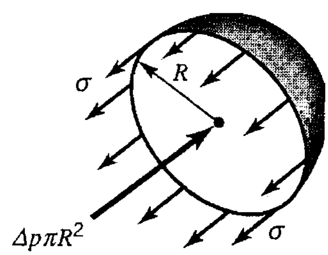
$$\Delta s = -\frac{0.5 \cdot 6 \times 10^6}{1.79 \times 10^9} = 0.00168m = 1.68mm$$

المسألة الثالثة

احسب قيمة الضغط Δp داخل قطرة ماء مطر نصف قطرها $R = 0.25mm$.
علماً بأن التوتر السطحي هو $\sigma = 0.072 N/m$.

الحل:

من الشكل، يمكن كتابة أن:



$$2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma = \Delta p \cdot \pi \cdot R^2$$

أو:

$$\Delta p = \frac{2 \cdot \sigma}{R}$$

وبالتعويض، نجد أن:

$$\Delta p = \frac{2 \cdot 0.073}{0.25 \times 10^{-3}} = 584Pa$$

المسألة الرابعة

احسب اللزوجة الحركية للماء عند درجة حرارة $C = 20^o$.

الحل:

نعلم أن:

$$\nu_{C=20} = \frac{\mu_{C=20}}{\rho_{C=20}}$$

ومن الأشكال (١-٤)،(١-٨) نجد أن:

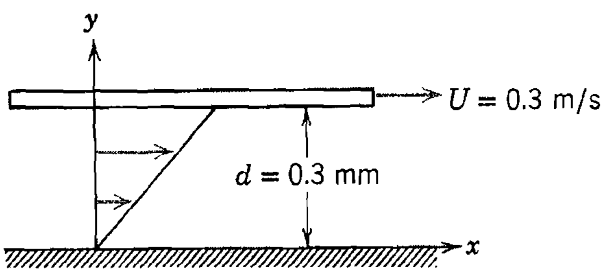
$$\mu_{C=20} = 10^{-3} kg/m \cdot s$$
$$\rho_{C=20} = 999 kg/m^3$$

ومنه:

$$\nu_{C=20} = \frac{10^{-3}}{999} = 10^{-6} m^2/s$$

المسألة الخامسة

صفيحة علوية متحركة تبعد عن صفيحة سفلية ثابتة مسافة $0.3mm$، وتتحرك بسرعة مقدارها $U = 0.3m/s$، كما في الشكل. فإذا علمت السائل الموجود بين الصفيحتين ذو لزوجة تحريكية $\mu = 0.65 \times 10^{-3} kg/m \cdot s$. يطلب حساب إجهاد القص على الصفيحة العلوية، وتحديد اتجاهه.



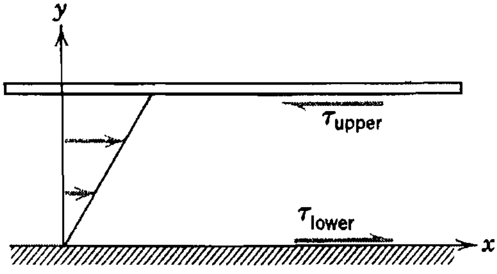
الحل:

لدينا:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy}$$

وبالتعويض، نجد أن:

$$\tau = 0.65 \times 10^{-3} \cdot \frac{0.3}{0.3 \times 10^{-3}} = 0.65 Pa$$



أما اتجاه القص فهو عكس اتجاه حركة الصفيحة كما هو مبين في الشكل.

المسألة السادسة

أسطوانة دائرية قطرها $0.24m$، تدور بشكل متمركز ضمن أسطوانة دائرية أخرى قطرها $0.26m$. طول كلتا الأسطوانتين $0.3m$. احسب اللزوجة التحريكية للسائل الذي يملأ الفراغ بين الأسطوانتين، إذا علمت أن العزم اللازم لتدوير الأسطوانة بسرعة زاوية مقدارها $2\pi rad/s$ هو $0.88 N \cdot m$.

الحل:

بفرض أن τ هو إجهاد القص في نقطة من السائل تبعد مسافة r عن مركز الأسطوانتين. ونظراً لأن الحركة الدورانية منتظمة، فإن العزم اللازم لتدوير الأسطوانة يساوي عزم قوى الإحتكاك، أي ان:

$$0.88 = \tau \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot 0.3) \cdot r$$

ومنه:

$$\tau = \frac{0.467}{r^2}$$

ولكن لدينا من قانون نيوتن:

$$\tau = \mu \cdot \frac{du}{dy} = \frac{0.467}{r^2}$$

وباعتبار $dy = -dr$ ، نجد أن:

$$du = -\frac{0.467}{\mu \cdot r^2} \cdot dr$$

وبتكامل هذه العلاقة بين r_1, r_2 ، مع ملاحظة أن السرعة عند r_1 تساوي السرعة المحيطية للأسطوانة الداخلية، والسرعة عند r_2 معدومة، نحصل على:

$$u_1 = \omega \cdot r_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1 = 0.754 m/s$$

ومنه:

$$\int_{0.754}^{0} du = -\frac{0.467}{\mu} \cdot \int_{0.12}^{0.13} \frac{dr}{r^2} = \frac{0.467}{\mu} \cdot \left[\frac{1}{r}\right]_{0.12}^{0.13}$$

وبالتكامل، نجد أن:

$$0 - 0.754 = \frac{0.467}{\mu} \cdot \left[\frac{1}{0.13} - \frac{1}{0.12}\right]$$

ومنه:

$$\mu = 0.397 kg/m \cdot s$$

مسائل غير محلولة حول الفصل الأول

المسألة الأولى

ما هو حجم الماء الذي يمكن أن يضخ إلى خزان ضغط حجمه $\forall = 0.5m^3$، علماً أن الزيادة في الضغط يجب أن لا تتجاوز $1.0MPa$. وأن معامل انضغاطية الماء $K = 2.2 \times 10^9 N/m^2$.

المسألة الثانية

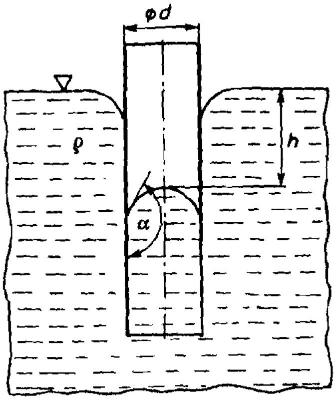
إذا علمت أن اللزوجة الحركية للنفط $\nu = 7.6 \times 10^{-6} m^2/s$. وأن الكتلة النوعية له $\rho = 786 kg/m^3$. احسب اللزوجة التحريكية.

المسألة الثالثة

وضع أنبوب زجاجي قطره $d = 1.5mm$ شاقولياً في سائل كتلته النوعية $\rho = 900 kg/m^3$، فارتفع السائل في الأنبوب مقدار $15mm$. احسب قيمة التوتر السطحي بين السائل والهواء.

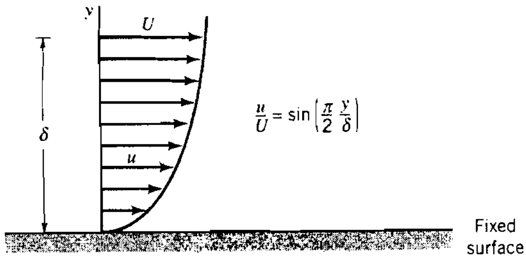
المسألة الرابعة

وضع أنبوب زجاجي قطره $d = 2mm$ في الزئبق. إذا علمت أن التوتر السطحي بين الزئبق والهواء هو $\sigma = 0.47 N/m$، وأن $\alpha = \frac{2}{3} \cdot \pi$، و $\rho = 13600 kg/m^3$. احسب قيمة h.



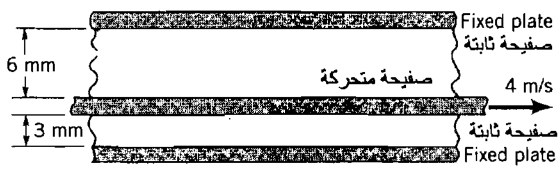
المسألة الخامسة

سائل يتدفق على صفيحة ثابتة، توزع سرعة الجريان كما هو مبين في الشكل. فإذا علمت أن $\rho = 920 kg/m^3, \nu = 4\times10^{-4} m^2/s$. أثبت أن إجهاد القص المؤثر على الصفيحة هو $\tau = 0.578\cdot\left(\frac{U}{\delta}\right)$.



المسألة السادسة

تتحرك صفيحة مستوية بسرعة $u = 4m/s$ بين صفيحتين ثابتتين، كما في الشكل. فإذا علمت أن الفراغ بين الصفيحة العلوية والصفيحة المتحركة يساوي $6mm$ ومملوء بسائل لزوجته التحريكية $\mu_1 = 0.02 kg/m\cdot s$ ، أما الفراغ بين الصفيحة السفلية و الصفيحة المتحركة فيساوي $3mm$ ومملوء بسائل لزوجته التحريكية $\mu_2 = 0.01 kg/m\cdot s$. وبفرض أن توزع السرعة خطي، يطلب حساب إجهاد القص المؤثر على الصفيحتين الثابتتين.



المسألة السابعة

طبقة رقيقة من الغليسرين سماكتها $h = 7.5mm$ ، تتدفق على صفيحة ملساء تميل على الأفق بزاوية $\alpha = 20^0$. أحسب السرعة U عند سطح الغليسرين، إذا علمت أن معادلة توزع سرعة الجريان يعطى بالعلاقة: $\frac{u}{U} = 2\cdot\frac{y}{h} - \frac{y^2}{h^2}$. أدرس المسألة في واحدة العرض من الصفيحة.

المسألة الثامنة

تدور صفيحة أفقية مستوية دائرية الشكل، قطرها $12in$، حول المحور الشاقولي المار من مركزها بحيث تكون بعيدة عن صفيحة سفلية ثابتة بمسافة تساوي $0.1in$، كما في الشكل. احسب عزم الدوران الواجب تطبيقه على محور الدوران ليصبح عدد الدورات مساوياً $2rpm$. بافتراض أن توزع السرعة خطي بين الصفيحتين، وأن الفراغ بينهما مملوء بالغليسيرين.