REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DJILLALI LIABES DE SIDI BEL ABBES
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

Polycopié de Travaux dirigés de

Machines électriques à courant alternatif
ETL 402 +ETL410 +ETL 421 +ETL 431

$4^{ème}$ ANNEE INGENIEUR D'ETAT EN ELECTROTECHNIQUE

OPTIONS:

- MAINTENANCE DU GENIE ELECTRIQUE
- MACHINES ELECTRIQUES
- COMMANDE ELECTRIQUE
- RESEAUX ELECTRIQUES

Présenté par : Dr. BENDAOUD Abdelber & Mr.Bentaallah Abderahim

ANNEE UNIVERSITAIRE 2007 / 2008

AVANT PROPOS

Ce recueil d'exercices et de problèmes s'adresse essentiellement aux étudiants de la quatrième année Ingénieur d'état en Electrotechnique options : Maintenance du génie Electrique, Machines Electriques, Commande Electrique et réseaux Electriques. Nous souhaitons qu'il soit un support de cours des modules : Machines électriques à courant alternatif : ETL 402, ETL 410, ETL 421 et ETL 431.

Le contenu de ce manuel correspond au programme officiel actuel. Il a été rédigé dans le but de leur permettre d'avoir un outil de travail et de référence recouvrant les connaissances qui leur sont demandées.
Ce recueil de problème de machines électriques en courant alternatif avec des solutions détaillées se compose de 8 fiches de TD.

Les problèmes proposés permettront à l'étudiant de tester son assimilation du cours et de contrôler ses connaissances. Dans leur totalité, les problèmes proposés ont pour d'origine soit des sujets proposés aux épreuves de machines électriques au département d'électrotechnique de l'université de Sidi Bel Abbès, soit des problèmes édités dans d'autres ouvrages d'Electrotechnique.
Ces problèmes traités correspondent bien à l'esprit du cours de machines Electriques à courant alternatif tel qu'il est enseigné au département d'Electrotechnique.

La sélection des problèmes proposés a été faite dans le souci d'assurer un contenu clair et facilement abordable de même que les solutions proposées sont relativement détaillées.
Bien que l'élaboration de ce recueil ait été faite avec le plus grand soin, le contrôle que nous avons pu faire de notre travail n'est pas absolu, et il serait étonnant qu'il ne subsiste pas d'erreurs. Aussi sommes nous reconnaissant d'avance à nos lecteurs des remarques qu'ils voudront bien nous faire.

Conseils aux étudiants

- ❖ Lire attentivement l'énoncé. Le traduire par une ou plusieurs figues. Si les notations ne sont pas imposées, choisir des notations logiques et qui évitent toute ambiguïté.
- ❖ Avant tout calcul, examiner les conditions de symétrie du problème. Ces considérations de symétrie simplifient souvent les calculs.
- ❖ Le problème peut parfois se résoudre par plusieurs méthodes, il est important de choisir la plus simple.
- ❖ La connaissance parfaite des définitions est indispensable.
- ❖ Distinguer soigneusement les grandeurs scalaires et les grandeurs vectorielles.
- ❖ Ne pas mélanger les expressions littérales et les calculs numériques. Faire les applications numériques à la fin.
- ❖ Vérifier systématiquement l'homogénéité des formules littérales. Cela permet de déceler les erreurs.
- ❖ Ne jamais donner un résultat numérique sans indication d'unité.
- ❖ Contrôler la vraisemblance de l'ordre de grandeur des résultas numériques.
- ❖ Bien que les applications numériques ne soient pas données de manière détaillée, il est conseillé à l'étudiant de retrouver les résultats en effectuant tous les calculs numériques.
- ❖ Il va de soi que l'étudiant aura intérêt à résoudre les problèmes sans lire les solutions au préalable.

Sommaire

Machines synchrones

1. Constitution

1-1 Rotor (inducteur)

Il est constitué d'un enroulement parcouru par un courant d'excitation J continu créant un champ magnétique 2p polaire. Il possède donc p paires de pôles.

Remarques :

- il faut apporter le courant à l'inducteur par l'intermédiaire de bagues et de balais.
- le rotor peut être constitué par un aimant permanent.

1-2 Stator (induit)

Les enroulements du stator sont le siège de courants alternatifs monophasés ou triphasés. Il possède le même nombre de paires p de pôles.

1-3 Champ tournant

Les courants alternatifs dans le stator créent un champ magnétique tournant à la pulsation : $\Omega_S = \dfrac{\omega}{p}$ en rd/s ou $n_S = \dfrac{f}{p}$ en tr/s ou encore $n_S = \dfrac{60.f}{p}$ en tr/mn

Avec : Ω_S : vitesse de rotation du champ tournant en rad.s^{-1} ;

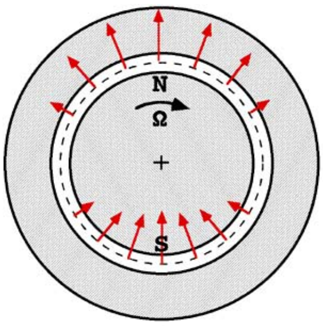
ω : pulsation des courants alternatifs en rad.s^{-1}. ; $\omega = 2.\pi.f$;
n_S : vitesse de rotation du champs tournant en trs.s^{-1} ;
f : fréquence des courants alternatifs en Hz ;
p : nombre de paires de pôles.

1-4 Synchronisme

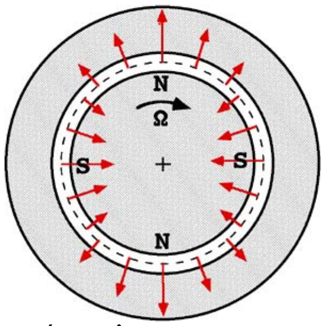
Le champ tournant du stator accroche le champ inducteur solidaire du rotor.
Le rotor ne peut donc tourner qu'à la vitesse de synchronisme Ω_S.

1-5 Schémas

• Répartition du champ magnétique dans l'entrefer d'une machine synchrone.



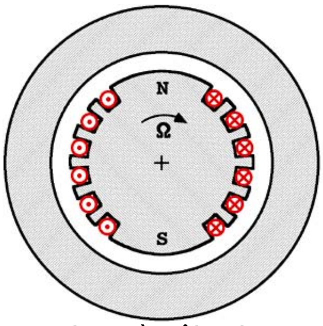
Bipolaire (p = 1)



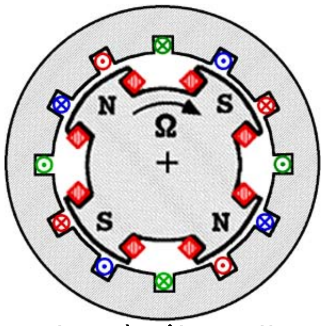
tétrapôlaire (p = 2)

Remarque : un champ magnétique à toujours deux pôles, un nord et un sud. C'est pourquoi on parle en terme de paire de pôles.

- Représentation de deux types de machines synchrones.

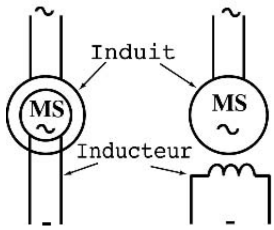


Machine à pôles lisses

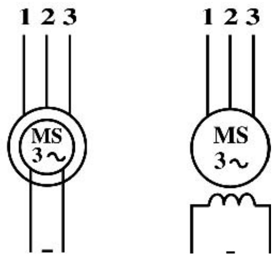


Machine à pôles saillants

2. Symboles



Machine monophasée



Machine triphasée

3. f.é.m. induite

Un enroulement de l'induit (stator) soumis au champ magnétique tournant de l'entrefer est le siège d'une f.é.m. e(t) de valeur efficace E.

$E = KN\Phi f = KN\Phi p n_S = K' \Phi n_S$ finalement : $E = K' \Phi n$

E : f.é.m. induit (V)
K : coefficient de Kapp (caractéristique de la machine)
N : nombre de conducteurs d'une phase de la machine (1 spire = 2 conducteurs)
Φ : flux maximum à travers un enroulement (Wb)
f : fréquence du courant statorique
p : nombre de paires de pôles
nS : vitesse de rotation ($trs.s^{-1}$)
K' = KNp : constante globale (caractéristique de la machine)

Remarques :

- ❖ les enroulements sont disposés dans le stator de telle façon que la f.é.m. e(t) soit le plus possible de forme sinusoïdale ;
- ❖ en triphasé le stator comporte trois enroulements ou phases. On obtient trois f.é.m. $e_1(t)$; $e_2(t)$ et $e_3(t)$ de même valeur efficace E et déphasées de $2\pi/3$.

4. Modes de fonctionnement

La machine synchrone est réversible.

4-1 Fonctionnement en moteur

Le champ tournant du stator « accroche » le champ lié au rotor à la vitesse : $\Omega_S = \omega/p$.

4-2 Fonctionnement en alternateur (génératrice)

Le rotor et son champ sont entraînés par une turbine. Les bobines de l'induit sont alors le siège de f.é.m. alternative de pulsation $\omega = p.\Omega_S$.

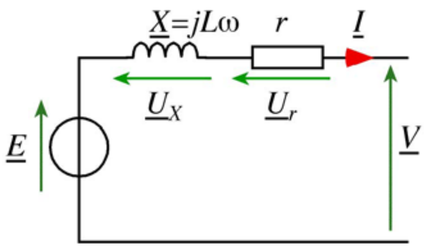
Rappel : toute variation de champs magnétique à travers une bobine créée aux bornes de la bobine une f.é.m. induite.

5. Réaction magnétique d'induit

En charge, le courant dans l'induit crée un champ magnétique qui modifie les caractéristiques de la machine. C'est ce que l'on nomme *la réaction magnétique d'induit*.

6. Modèle équivalent d'un enroulement

6-1 Schéma dans le cas de l'alternateur



E : f.é.m. à vide (V)
V : tension aux bornes d'un enroulement de la machine (V)
R : résistance de l'enroulement (Ω)
X : réactance synchrone (Ω)

Remarques :

- l'inductance L du schéma tient compte de l'inductance réelle de l'enroulement et de la réaction magnétique d'induit ;
- le courant est orienté en convention générateur.
- l'inducteur est équivalent à une résistance (toute l'énergie absorbée à l'inducteur est perdue par effet joule)

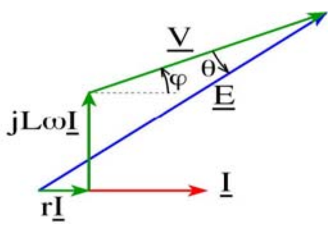
6-2 Loi des mailles

Loi des mailles avec les grandeurs instantanées : $e(t) = v(t) + U_X(t) + U_R(t)$

$$e = V + R.I + L\frac{dI}{dt}$$

On peut écrire en complexe : $\underline{E} = \underline{V} + R\underline{I} + j\,L\omega\underline{I}$

6-3. Diagrammes de Fresnel

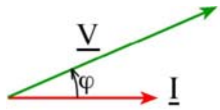


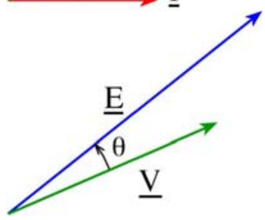
Remarques :

- très souvent r.I est négligé ;
- en traçant le diagramme à l'échelle, il est possible d'en déduire certaines grandeurs ;
- si la charge est résistive $\varphi = 0$.
- le diagramme ci-dessus est en fait le plus simple pour une machine à pôles lisses et non saturée.

Il peut être utile de connaître deux angles :

- le déphasage φ entre le courant $\underline{I}$ et la tension $\underline{V}$ varie en fonction de la consommation

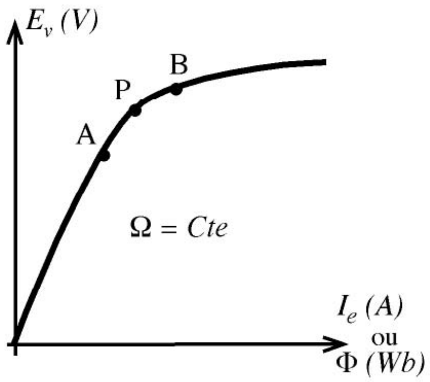




- le décalage interne θ entre $\underline{V}$ et $\underline{E}$.

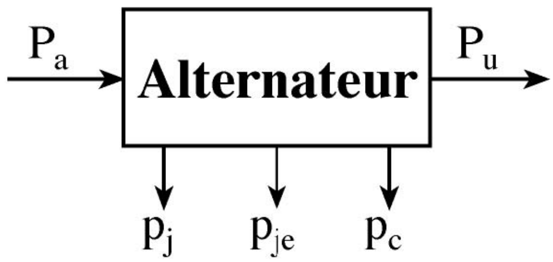
6-4. Caractéristique à vide d'une machine synchrone

Le point de fonctionnement P se trouve généralement entre les points A et B. Sous le point A, la machine serait sous exploitée. Au-dessus du point B, une forte augmentation de I_e ne produit qu'une faible augmentation de E c'est la saturation de la machine.



7. Bilan des puissances d'un alternateur

7-1. Puissance absorbée



La turbine, ou le moteur d'entraînement entraîne l'arbre de l'alternateur donc la puissance absorbée est mécanique :

$P_a = \Omega_S . T_M = 2\pi n_S T_M$

Ω_S : pulsation de rotation en $rad.s^{-1}$

n_S : vitesse en $trs.s^{-1}$

T_M : couple utile sur l'arbre en N.m

Si l'alternateur n'est pas auto-excité il faut encore tenir compte de l'énergie électrique (en courant continu) absorbée par l'excitation (rotor) ce qui donne la puissance absorbée : $P_a = \Omega_S . T_M + U_e I_e = 2\pi n_S T_M + U_e I_e$

7-2. Puissance utile

En triphasé avec une charge équilibrée de facteur de puissance cos φ :

$$P_U = \sqrt{3}.U_N.I_N.\cos\varphi$$

7-3. Bilan des pertes

- **Pertes par effet joule dans l'inducteur :**

$P_{J\,e} = U_e I_e$

- **Pertes par effet joule dans l'induit :**

$P_J = 3.RI^2$ Où R est la résistance d'une phase du stator de l'alternateur, ces pertes dépendent de la charge (courant I) donc variable.

- **Pertes constantes :** pertes mécaniques et pertes fer qui ne dépendent pas de la charge. Comme ces pertes dépendent de la fréquence et de la tension U, elles sont généralement constantes.

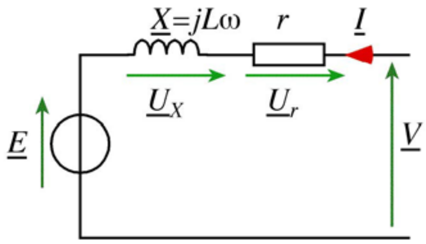
7-4. Rendement

$$\eta_N = \frac{P_U}{P_a} = \frac{\sqrt{3}.U_N.I_N.\cos\varphi}{\sqrt{3}.U_N I_N.\cos\varphi + \sum\ pertes}$$

Remarque : dans la formule précédente la somme des pertes représente les pertes totales dans le stator et dans le rotor

8. Moteur synchrone

Le schéma équivalent du moteur synchrone est le même que celui de l'alternateur sauf qu'il faut inverser les puissances c'est-à-dire le sens du courant I :



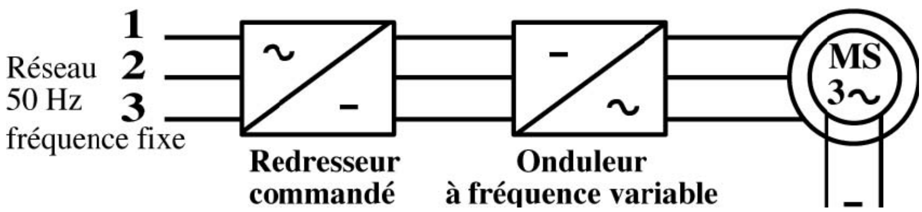
$\underline{E}$: f.c.é.m. à vide (V)
$\underline{V}$: tension aux bornes d'un enroulement de la machine (V)
R : résistance de l'enroulement (Ω)
$\underline{X}$: réactance synchrone (Ω)

$$P_a = \sqrt{3}.U_N.I_N.\cos\varphi + U_e I_e$$

$P_a = \Omega_S . T_M = 2\pi n_S T_M$: c'est une puissance mécanique fournie à l'arbre.

Le moteur synchrone est surtout utilisé comme compensateur synchrone car il peut

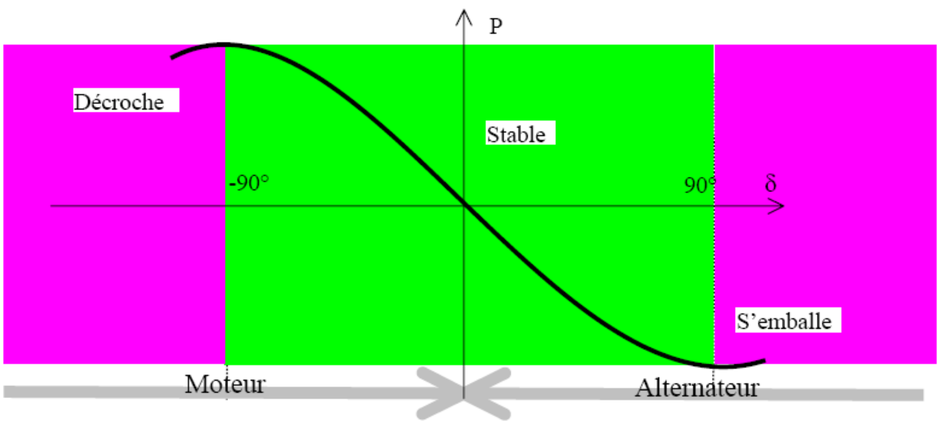
injecter de la puissance réactive au réseau.
Pour varier la vitesse d'un moteur synchrone, il faut varier la fréquence des courants statoriques :



9. Stabilité.

Jusqu'où peut-on aller dans les échanges de puissance ?
Plus la puissance échangée augmente, plus le décalage interne δ augmente

$P = 3\ V\ I \cos\varphi = T\ \Omega$. En observant le diagramme de Fresnel, on constate que les projections: $XI \cos\varphi$ et $- E \sin\delta$ sont égales.
On en déduit que $P = - 3\ V\ (E / X) \sin\delta$ et le domaine de fonctionnement possible correspond à $|\delta|$ inférieur à 90°.



T.D N°01

Rappel de cours

- Calcul de la F.M.M :

$$FMM = \sum H.l = H_f.l + H_{ai}.e = \frac{B}{\mu_0.\mu_r}.l + \frac{B}{\mu_0}.e$$

$$= \frac{B}{\mu_0}\left(\frac{l}{\mu_r} + e\right)$$

- Réluctance du fer $\Re_f$ et du vide $\Re_{air}$:

$$FMM = \frac{B}{\mu_0}\left(\frac{l}{\mu_r} + e\right) = \frac{\Phi}{S.\mu_0}\left(\frac{l}{\mu_r} + e\right)$$

$$= \frac{l}{\mu_0.\mu_r}.\Phi + \frac{e}{S.\mu_0}.\Phi = \left(\Re_f + \Re_{air}\right).\Phi$$

- $\Re_f = \dfrac{l}{\mu_0.\mu_r.S}$
- $\Re_{air} = \dfrac{e}{\mu_0.S}$

- Inductance de la bobine : L

$$e = -L\frac{di}{dt} = -n\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow \begin{bmatrix} LI = N\Phi \\ FMM = \Re_{eq}\Phi = NI \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{N}{\Re eq} = \frac{L}{N}$$

$$\Rightarrow L = \frac{N^2}{\Re_{eq}}$$

- L'énergie électromagnétique :

$$\left.\begin{array}{l} \left\{L\dfrac{di}{dt} + R.i = E\right\}.idt \\ \underbrace{L.idi}_{\substack{energie \\ emenga\sin é}} + \underbrace{R.i}_{\substack{effet \\ joule}}{}^2dt = \underbrace{E.idt}_{\substack{energie\,apportée \\ par\,la\,source}} \end{array}\right\} \Rightarrow W = \int_0^I L.idi \Rightarrow W = \frac{1}{2}L.I^2$$

- montage triphasé en étoile

$$\begin{cases} I_L = I_{ph} \\ U_L = \sqrt{3}.U_{ph} \end{cases}, \quad R_L = 2.R_{ph}$$

$$P_j = 3.R_{ph}.I_{ph}^2 = 3.\frac{R_l}{2}.I_L^2 \Rightarrow P_j = \frac{3}{2}.R_L.I_L^2$$

- montage triphasé en triangle

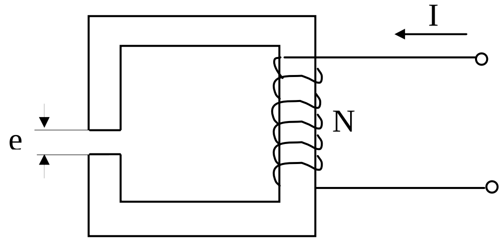
$$\begin{cases} I_L = I_{ph} \\ U_L = \sqrt{3}.U_{ph} \end{cases}, \quad P_j = 3.R_{ph}.I_{ph}^2 \quad \text{avec :} \quad \frac{1}{R_L} = \frac{1}{R_{ph}} + \frac{1}{2.R_{ph}} \Rightarrow R_L = \frac{2}{3}.R_{ph}$$

$$\Rightarrow R_{ph} = \frac{3}{2}.R_L$$

EXERCICE N°1

Le circuit magnétique représenté sur la figure ci-dessous, contient du fer ($S=9\ cm^2$; $L= 30\ cm$; $\mu = 7.10^4$), séparé par un entrefer e= 0,5 mm.

1- Calculer la F.M.M pour que l'induction soit B= 1 T.
2- Déterminer les réluctances R (fer) et R_0 (air), ainsi que l'inductance L lorsque N= 400spires.



Solution :

a)- Calcul de la F.M.M :

$$FMM = \frac{B}{\mu_0}\left(\frac{l}{\mu_r}+e\right) = \frac{1}{4\pi.10^{-7}}\left(\frac{0,3}{7.10^4}+0,5.10^{-3}\right)$$

$$FMM \approx 400\ A.T$$

b)- Réluctance du fer : $\Re_f$:? et du vide $\Re_{air}$:?

$$\Re_f = \frac{l}{\mu_0.\mu_r.S} = \frac{0,3}{4\pi.10^{-7}.7.10^4.9.10^{-4}} = 3789 \quad AT/Wb$$

- $$\Re_{air} = \frac{e}{\mu_0.S} = \frac{0,5.10^{-3}}{4\pi.10^{-7}.9.10^{-4}} = 4,42.10^{+5}$$

- Inductance de la bobine : L :?

$$L = \frac{N^2}{\Re_{eq}} = \frac{(400)^2}{3789+4,42.10^{+5}} = 0,36H$$

EXERCICE N°2

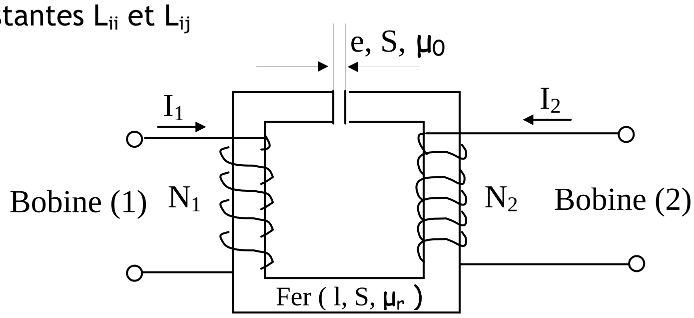
Le circuit suivant schématise deux bobines (1) et (2) couplées à travers un circuit magnétique à entrefer (air) ; on demande :

1- La F.M.M résultante ainsi que le flux (on suppose que $\mu_r \to \infty$)
2- Mettre les flux totalisés à travers (1) et (2) sous la forme suivante :

$N_1.\Phi=L_{11}I_1+ L_{12}I_2$

$N_2.\Phi=L_{21}I_1+ L_{22}I_2$

Définir les constantes L_{ii} et L_{ij}



Solution :

a)- La FMM résultante et le flux :

$$FMM = N_1.I_1 + N_2.I_2 = \Re_{eq}\Phi$$

$$\Re_{eq} = \frac{l}{\mu_0.\mu_r.S} + \frac{e}{\mu_0.S} \approx \frac{e}{\mu_0.S} \qquad (\mu_r \to \infty)$$

$$\Rightarrow \Phi = \frac{\mu_0.S}{e}(N_1.I_1 + N_2.I_2)$$

b) $$\begin{cases} N_1\Phi = \dfrac{\mu_0.S}{e}\left[N_1^2.I_1 + N_1.N_2.I_2\right] = \dfrac{\mu_0.S}{e}.N_1^2.I_1 + \dfrac{\mu_0.S}{e}.N_1.N_2.I_2 \\ N_2.\Phi = \dfrac{\mu_0.S}{e}\left[N_1.N_2.I_1 + N_2^2.I_2\right] = \dfrac{\mu_0.S}{e}.N_1.N_2.I_1 + \dfrac{\mu_0.S}{e}.N_2^2.I_2 \end{cases}$$

Avec : $L = \dfrac{N^2}{\Re}$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_1.\Phi = L_{11}.I_1 + L_{12}.I_2 \\ N_2\Phi = L_{21}.I_2 + L_{22}.I_2 \end{cases} \quad , \quad \left.\begin{matrix} L_{11} = \dfrac{N_1^2}{\Re} \\ L_{22} = \dfrac{N_2^2}{\Re} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \quad L_{ii} = \frac{N_i^2}{\Re}$$ Inductance propre

$$L_{21} = L_{12} = \frac{N_1.N_2}{\Re} \quad \Rightarrow \quad L_{ij} = \frac{N_i.N_j}{\Re}$$ Inductance mutuelle

EXERCICE N°3

Un circuit magnétique, sans fuites, de section s=1,6 cm^2 a une longueur moyenne de L= 62 cm. Selon une section droite, on y pratique un entrefer e= 0,10 mm. Le circuit porte un enroulement de N = 500 spires et on désire obtenir une induction de B = 0,6 T, la perméabilité relative μ_r peut être considérée comme constante et égale à 4500 ; déterminer :

1- L'intensité du courant nécessaire.
2- L'inductance de la bobine.
3- L'énergie électromagnétique emmagasinée.
4- En désignant par F : la force d'attraction entre les deux faces de l'entrefer ; vérifier que cette force se calcule par la formule F=B^2.S/2. μ_0

Solution :

1- $$FMM = N.I = \Re.\Phi = \Re.B.S = \left[\frac{l}{\mu_0.\mu_r.S} + \frac{e}{\mu_0.S}\right].B.S$$

$$\Rightarrow \quad I = \frac{B}{\mu_0.N}\left[\frac{l}{\mu_r} + e\right] = \frac{0,6}{4\pi.10^{-7}.500}\left[\frac{62.10^{-2}}{4500} + 0,1.10^{-3}\right]$$

$$I = 0,227A$$

2- $$N.\Phi = L.I \quad \Rightarrow \quad L = \frac{N.\Phi}{I} = \frac{N.B.S}{I} = \frac{500.0,6.1,6.10^{-4}}{0,227}$$

$$\Rightarrow \quad L = 0,21 Henry$$

3- $$W = \frac{1}{2}.L.I^2 = \frac{1}{2}.0,21.(0,227)^2 = 5,44.10^{-3}$$

$$W = 5,44mJ$$

4- $$W = \frac{1}{2}.L.I^2$$

$$\left.\begin{array}{l} L = \dfrac{N^2}{\Re} = N^2.\dfrac{\mu_0.S}{e} \\ N.I = H.e = \dfrac{B}{\mu_0}.e \quad \Rightarrow I = \dfrac{B.e}{N.\mu_0} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad W = \frac{1}{2}.\frac{N^2.\mu_0.S}{e}\left(\frac{B.e}{N.\mu_0}\right)^2$$

$$\Rightarrow W = \frac{1}{2}.\frac{B^2.e.S}{\mu_0}$$

$$W = F.e \quad \Rightarrow \quad F = \frac{W}{e} = \frac{1}{2}.\frac{B^2.S.e}{\mu_0.e}$$

C'est la formule de Maxwell

$$\Rightarrow \quad F = \frac{1}{2}.\frac{B^2.S}{\mu_0}$$

EXERCICE N°4

On considère un enroulement triphasé bipolaire dont les phases couplées en étoile sont respectivement parcourues par des courants :

$I_1=I_0 \cos \omega t$
$I_2=I_0 \cos (\omega t-2\pi/3)$
$I_3=I_0 \cos (\omega t-4\pi/3)$

1- Dessiner les graphes de ces courants en fonction du temps, en précisant les valeurs aux instants : 0 ; T/6 ; T/3 ;T/2 ; 2T/3; 5T/6 et T.
2- Aux instants : 0 ; T/6 ; T/3 ; T/2 ; Indiquer le sens réel du courant dans chacune des phases et représenter les vecteurs des inductions : $\overrightarrow{\mathbf{B_1}}$, $\overrightarrow{\mathbf{B_2}}$ et $\overrightarrow{\mathbf{B_3}}$; ainsi que le vecteur résultant $\vec{\mathbf{B}}$.

Solution :

1- $$\begin{cases} I_1 = I_0.\cos \omega t \\ I_2 = I_0.\cos\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ I_3 = I_0.\cos\left(\omega t - \dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$ avec : $$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega t = \frac{2\pi}{T}.t$$

t	0	T/2	T/3	T/2	2T/3	5T/6	T
I_1	I_0	$I_0/2$	$-I_0/2$	$-I_0$	$-I_0/2$	$I_0/2$	I_0
I_2	$-I_0/2$	$I_0/2$	I_0	$I_0/2$	$-I_0/2$	$-I_0$	$-I_0/2$
I_3	$-I_0/2$	$-I_0$	$-I_0/2$	$I_0/2$	I_0	$I_0/2$	$-I_0/2$

2- * <u>l'instant t=0</u>
à l'instant t=0

$i_1 = I_0 \quad \Rightarrow \quad i_1$ circule le long de la phase 1 dans le sens positif ; $\overrightarrow{B_1}$ est dans le sens de $\overrightarrow{oy_1}$ et sa norme prend sa valeur maximale B_0 car $B = \dfrac{NJ}{2.\mu_0.e}$.

à cet instant $i_2 = -\dfrac{I_0}{2} \quad \Rightarrow$ le courant i_2 circule le long de la phase 2 dans le sens négatif

$\Rightarrow \overrightarrow{B_2}$ est dans le sens contraire de $\overrightarrow{oy_2}$ et de valeur $B_2 = \dfrac{B_0}{2}$.

à cet instant $i_3 = -\frac{I_0}{2}$ $\Rightarrow$ le courant i_3 circule dans le sens négatif pour la phase 3 $\Rightarrow \overrightarrow{B_3}$

est dans le sens contraire de $\overrightarrow{oy_3}$ et de module $B_3 = \frac{B_0}{2}$

$\vec{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2} + \overrightarrow{B_3}$

$\overrightarrow{B_2} + \overrightarrow{B_3} = B_2 = B_3 = \frac{B_0}{2}$

$\Rightarrow \quad \vec{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2} + \overrightarrow{B_3} = B_0 + \frac{B_0}{2} \Rightarrow \quad B = \frac{3}{2}.B_0$

<u>Conclusion</u> : lorsque $i_1$est au maximum le champ résultant $\vec{B}$ est suivant l'axe de $\overrightarrow{oy_1}$

<u>* l'instant t=T/6 :</u>

$i_1 = \frac{I_0}{2} \quad \Rightarrow \quad B_1$ suivant $\overrightarrow{oy_1}$ et $B_1 = \frac{B_0}{2}$

$i_2 = \frac{I_0}{2} \quad \Rightarrow \quad B_2$ suivant $\overrightarrow{oy_2}$ et $B_2 = \frac{B_0}{2}$

$i_2 = \frac{I_0}{2} \quad \Rightarrow \quad B_2$ inverse (sens contraire de $\overrightarrow{oy_3}$) et $B_3 = B_0$

$\vec{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2} + \overrightarrow{B_3} \Rightarrow \quad B = \frac{3}{2}.B_0$ ($\vec{B}$ dans le sens contraire que $\overrightarrow{oy_3}$)

<u>Conclusion</u> : le champ résultant $\vec{B}$ a tourné de $\frac{\pi}{3}$ durant $t = \frac{T}{6}$.

$$\theta = \Omega.t \Rightarrow \Omega = \frac{\theta}{t} = \frac{\pi/3}{T/2} = \frac{2\pi}{T} = \omega$$

* <u>l'instant t=T/3</u> :

$i_1 = -\frac{I_0}{2} \quad \Rightarrow \quad B_1$ sens contraire de $\overrightarrow{oy_1}$ et $B_1 = \frac{B_0}{2}$

$i_2 = I_0 \quad \Rightarrow \quad B_2$ même sens que $\overrightarrow{oy_2}$ et $B_2 = B_0$

$i_2 = -\frac{I_0}{2} \quad \Rightarrow \quad B_3$ sens contraire de $\overrightarrow{oy_3}$ et $B_3 = \frac{B_0}{2}$

$\vec{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2} + \overrightarrow{B_3} \Rightarrow \quad B = \frac{3}{2}.B_0$

<u>Conclusion</u> : le champ résultant $\vec{B}$ a encore tourné de l'angle de $\frac{\pi}{3}$ pendant $t = \frac{T}{3}$ avec la vitesse ω

* <u>l'instant t=T/2</u>

$i_1 = -I_0 \quad \Rightarrow \quad B_1$ dans le sens contraire de $\overrightarrow{oy_1}$ et $B_1 = B_0$

$i_2 = \frac{I_0}{2} \quad \Rightarrow \quad B_2$ même sens que $\overrightarrow{oy_2}$ et $B_2 = \frac{B_0}{2}$

$i_2 = \frac{I_0}{2} \quad \Rightarrow \quad B_3$ même sens de $\overrightarrow{oy_3}$ et $B_3 = \frac{B_0}{2}$

$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3} \Rightarrow \quad B = \frac{3}{2}.B_0$$

Conclusion : le champ résultant $\vec{B}$ a encore tourné de l'angle de $\frac{\pi}{3}$ pendant $t = \frac{T}{6}$ avec la vitesse ω.

Conclusion finale : le champ résultant dans un système triphasé équilibré tourne avec la vitesse constante de ω, son module est de $\frac{3.B_0}{2}$.

EXERCICE N°5

Pour un alternateur triphasé, on a mesuré le courant dans la ligne I_L et la tension composée U_L (entre 2 bornes), déterminer :

1- La résistance équivalente R_L entre les bornes de l'alternateur.

2- Les pertes par effet Joules dans l'enroulement statorique en fonction de I_L et R_L (étudier le cas où l'enroulement statorique est couplé en étoile, puis en triangle).

Solution :

1- $R_L = \frac{U_L}{I_L}$

2- * montage étoile

$$\begin{cases} I_L = I_{ph} \\ U_L = \sqrt{3}.U_{ph} \end{cases}, \quad R_L = 2.R_{ph}$$

$$P_j = 3.R_{ph}.I_{ph}^2 = 3.\frac{R_l}{2}.I_L^2 \Rightarrow P_j = \frac{3}{2}.R_L.I_L^2$$

* montage triangle

$$\begin{cases} I_L = I_{ph} \\ U_L = \sqrt{3}.U_{ph} \end{cases}, \quad P_j = 3.R_{ph}.I_{ph}^2$$

$$\frac{1}{R_L} = \frac{1}{R_{ph}} + \frac{1}{2.R_{ph}} \Rightarrow R_L = \frac{2}{3}.R_{ph}$$

$$\Rightarrow R_{ph} = \frac{3}{2}.R_L$$

donc : $P_j = 3.\frac{3}{2}.R_L.\left(\frac{I_L}{\sqrt{3}}\right)^2 \Rightarrow P_j = \frac{3}{2}.R_L.I_L^2$

T.D N° 02

Rappel de cours :

- Calcul de la vitesse de synchronisme :

$n_S = \frac{60.f}{p}$ avec 2p le nombre de pôles et f : la fréquence

- pas polaire : on utilise les formules suivantes :
  - $\tau = \frac{\pi.D}{2.p}$ avec D : diamètre de la machine
  - $\tau = \frac{\pi}{p}$
  - $\tau = \frac{Z}{2.p}$, Z : le nombre total d'encoches

- $q = \frac{Z}{2.p.m} = \frac{36}{4x3} = 3 encoches / pôles\, et / phase$

3- $E = 2{,}22.f.\Phi \qquad (N = 1)$

Φ : Flux utile/pôle

$\Phi = B_{moy}.S = B_{moy}.\tau.l$

$= \frac{2}{\pi}.B_M.\tau.l$

$= \frac{2}{\pi}.1{,}3.0{,}63.0{,}75 = 0{,}39 wb = 39 mwb$

$n_s = \frac{60.f}{p} \Rightarrow f = \frac{n_s.p}{60} = \frac{180x2}{60} = 60Hz$

- Méthode à suivre pour donner une représentation d'un enroulement triphasé :
  1- Tracer l'étoile des f.é.m. après détermination de q, et τ
  2- numéroter les encoches.
  3- On prend arbitrairement $\frac{Z}{2.m}$ rayon voisin ; les entrées phase (1) et les sorties sont diamétrales.
  4- Phase (2) ; les $\frac{Z}{2.m}$ autres rayons déphasés de 120° par rapport aux premiers ; les sorties sont diamétrales.
  5- Phase (3) ; les $\frac{Z}{2.m}$ autres rayons déphasés de 120° par rapport aux deuxièmes ; les sorties sont diamétrales.

EXERCICE N°1

Un alternateur hexapôlaire, entraîné à 1000 tr/mn.

a- Quelle est la fréquence de la f.e.m produite ?

b- A quelle vitesse doit-on l'entraîner pour que la fréquence soit 25 Hz et 60 Hz ?

Solution :

$n_s = 1000 tr/\min \qquad 2p = 6$

a)- $f = ?$ $\quad n_s = \frac{60.f}{p} \Rightarrow \quad f = \frac{n_s.p}{60} = \frac{1000x3}{60} = 50Hz$

b)- $f = 25Hz \quad \Rightarrow n_s = \frac{60.f}{p} = \frac{60x25}{3} = 500 tr/\min$

- $f = 60Hz \quad \Rightarrow n_s = \frac{60.f}{p} = \frac{60x60}{3} = 1200 tr/\min$

EXERCICE N°2

Pour un alternateur tétrapôlaire, triphasé, entraîné à la vitesse de 1800 tr/mn, on donne : Z = 36, D = 80 cm (diamètre intérieur du stator), longueur moyenne du stator L = 75 cm, l'induction maximale dans l'entrefer B_m = 1,3 T ; déterminer :

1- Le pas polaire en m, rd, degré et le nombre d'encoche par pole.
2- Le nombre d'encoche par pole et par phase (q).
3- La f.e.m induite dans un brin actif du stator.
4- Donner l'étoile des f.e.m pour toutes les encoches et déterminer le nombre de rayons.
5- Si on considère l'instant où la f.e.m 'e_1' dans l'encoche N°1 est maximale; dans quelle encoche la f.e.m est nulle ?.

Solution :

$2p = 4 \quad 3\varphi \qquad n_s = 1800 tr/\min$

$Z = 36 \qquad D = 80cm \qquad L = 75cm \qquad B_M = 1{,}3T$

2- le pas polaires :

- $\tau = \frac{\pi.D}{2.p} = \frac{\pi.0{,}80}{4} \approx 0{,}63m$
- $\tau = \frac{\pi}{p} = \frac{\pi}{2} rd = 90^\circ$
- $\tau = \frac{Z}{2.p} = \frac{36}{4} = 9 encoches/pôle$

2- $q = \frac{Z}{2.p.m} = \frac{36}{4x3} = 3 encoches/pôles et/phase$

3- $E = 2{,}22.f.\Phi \qquad (N = 1)$

Φ : Flux utile/pôle

$\Phi = B_{moy}.S = B_{moy}.\tau.l$

$= \frac{2}{\pi}.B_M.\tau.l$

$= \frac{2}{\pi}.1{,}3.0{,}63.0{,}75 = 0{,}39wb = 39mwb$

$n_s = \frac{60.f}{p} \Rightarrow f = \frac{n_s.p}{60} = \frac{180x2}{60} = 60Hz$

$E_b = 2{,}22x60x0{,}39 = 51{,}95 \approx 52V$

2^{em} méthode

La f.é.m. d'un brin se déplaçant à la vitesse v est donnée :

$$E_m = B_m.l.v$$

$$E = \frac{B_m.l.v}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow E_b = \frac{B_m.l.D.n_s}{2\sqrt{2}} = \frac{1{,}3x0{,}75x0{,}8x1800x2\pi}{2\sqrt{2}.60}$$

$$\Rightarrow E_b = 51{,}98 \approx 52V$$

4- $Z = 36 \Rightarrow \bullet\alpha = \frac{360}{36} = 10^\circ$ *pas d'encoches*

- $\alpha_e = p.\alpha = 2x10 = 20^\circ$ elec
- $nombres\ de rayons : R = \frac{360^\circ}{20} = 18$ *rayons*

5- e_1 est au maximum. $\Rightarrow$ La f.é.m. est nulle dans l'encoche qui se trouve dans l'encoche distante de 90° élec de l'encoche 1 $\Rightarrow \frac{90^\circ}{20^\circ} = 4{,}5^\circ$ elec, ce qui correspond à entre 5 et 6 ou 23 et 24 ou bien encore 14 et 15 ; 32 et 33

Conclusion : si la f.é.m. est au max à l'encoche 1, il n'y a pas de f.é.m. nulle à cet instant dans les encoches.

EXERCICE N°3

Donner la représentation panoramique d'un enroulement triphasé à une couche et à pas diamétral, les sections sont enchevêtrées. On donne Z = 24, 2P = 4 ; donnez le diagramme vectoriel des f.e.m d'une phase.

Solution :

$\tau = y \qquad Z = 24 \qquad , \quad 2p = 4 \qquad m = 3$

Solution de l'exercice 3 :

- $q = \frac{Z}{2.p.m} = \frac{24}{4x3} = 2 encoches / pôle et / phase$
- $\tau = \frac{Z}{2.p} = \frac{24}{4} = 6 encoches / pôles$
- $y = \tau = 6$ (pas diamétral)
- $\alpha = \frac{360}{24} = 15^\circ$
- $\alpha_e = p.\alpha = 2x15 = 30^\circ elect$
- Le nombre de rayon $R = \frac{360}{30} = 12$

EXERCICE N°4

Donner la représentation panoramique d'un enroulement triphasé à une couche et à pas diamétral, les sections sont concentriques. On donne Z = 24, 2P = 4 ; donnez le diagramme vectoriel des f.e.m d'une phase.

Solution :

$Z = 24 \quad 2p = 4$

C'est la même étoile de la f.e.m que l'exercice n°3, ce qui change dans l'enroulement c'est la disposition des sections.

EXERCICE N°5

Etudier et tracer les bobinages triphasés suivants :

1- 18 encoches, 2 pôles, en sections par pôles conséquents, 1 faisceau par encoche.
2- 36 encoches, 12 pôles, en sections par pôles conséquents, 1 faisceau par encoche.

Solution :

$2p = 4 \quad q = 1 \quad m = 1$

- $q = \dfrac{Z}{2.p.m} \Rightarrow z = 2.p.m.q = 4x3x1 = 12 encoches$
- $\alpha_{el} = p.\alpha_{geo} = p.\dfrac{360}{Z} = 2x\dfrac{360}{12} = 60^\circ elec$

Nombre de rayons : $R = \dfrac{360}{60} = 6 rayons$

T.D N° 03

Rappel de cours :

La f.e.m d'une phase est calculée d'après la formule suivante :

$$E_{ph} = 2{,}22.K_1.f.N.\Phi_u$$

Avec N : le nombre de brin dans une phase,
K_1 : le facteur de bobinage et qui se détermine par :
$K_1 = K_d.K_r$

Où : $K_r = \cos.\frac{B_e}{2}$ ou $K_r = \sin.\frac{y}{\tau}.\frac{\pi}{2}$ K_r=1 si $(y = \tau)$

$$K_d = \frac{\sin q\frac{\alpha_e}{2}}{q.\sin\frac{\alpha_e}{2}}$$

L'angle électrique $\alpha_e = p.\alpha = p.\frac{360}{Z}$

Le pas polaire : $\tau = \frac{\pi.D}{2.p}$ avec D : diamètre moyen de la machine

Le facteur de forme est donné par: $K_2 = \frac{E_{eff}}{E_{moy}}$,

K_2=1,11 pour une forme sinusoïdale et $K_2 \neq 1{,}11$ pour une forme non sinusoïdale

Harmoniques
Facteur de bobinage : $K_{1,\upsilon} = K_{d,\upsilon}.K_{\sigma,\upsilon}$

$K_{r,\upsilon} = 1$ pas diamétral

$$K_{d,\upsilon} = \frac{\sin \upsilon.q\frac{\alpha_e}{2}}{q.\sin \upsilon.\frac{\alpha_e}{2}}$$

$K_{2,\upsilon} = 1{,}11$ car les harmoniques sont de forme sinusoïdale

La f.e.m des harmoniques est donnée par: $E_\upsilon = 2{,}22.N.K_{1,\upsilon}.f_\upsilon.\Phi_\upsilon$

Calcul de la f.e.m totale :

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2 + \ldots\ldots.}$$

Calcul de la distorsion harmonique :

$$D(\%) = \frac{\sqrt{E_3^2 + E_5^2 + \ldots\ldots.}}{E_1} x100$$

EXERCICE N° 1

On considère un alternateur triphasé à 4 pôles lisses dont l'enroulement statorique est monté en étoile, est à bobines séparées logées dans 36 encoches.
Le rayon moyen de l'entrefer est de 115 mm et la longueur des conducteurs actifs est de 160mm.

1. Sachant que chaque encoche contient 5 conducteurs, calculer le flux utile par pôle lorsque la tension composée à vide est de u = 220 V ; le facteur de bobinage K = 0,96 et f = 50 Hz).
2. En déduire l'amplitude de l'onde de champ magnétique le long de l'entrefer.
3. En admettent que la F.M.M du rotor soit entièrement utilisée à créer le champ dans l'entrefer d'épaisseur de 1 mm, calculer le nombre total de spires N' de l'enroulement inducteur lorsque $u_0 = 220$ V avec un courant d'excitation j = 9 A.

Solution :

1- Φ_u ? $\quad E_{ph} = 2{,}22.K.f.N.\Phi_u$

- Nombre de conducteur total : $N_{total} = 5x36 = 180$
- Nombre de conducteur par phase : $N = \frac{180}{3} = 60$
- $E_{ph} = \frac{210}{\sqrt{3}} \Rightarrow \Phi_u = \frac{E_{ph}}{2{,}22.K.f.N} = \frac{220}{\sqrt{3}.2{,}22.0{,}96x50x60}$

$$\Phi_u \approx 20mwb$$

2- B_m ? <u>1^{ere} méthode</u> :

$$\Phi_u = B_{moy}.S = \frac{2}{\pi}.B_m.\tau.L \Rightarrow B_m = \frac{\pi.\Phi_u}{2.\tau.L}$$

$$\tau = \frac{\pi.D}{2.p} \qquad \Rightarrow \quad B_m = \frac{\pi.\Phi_u}{2.\frac{\pi.D}{2.p}.L} \Rightarrow B_m = \frac{p.\Phi_u}{D.L}$$

$$B_m = \frac{2x20.10^{-3}}{0{,}16x0{,}115} \Rightarrow B_m \approx 1{,}1Tesla$$

<u>2^{eme} méthode</u> :

$$\left.\begin{aligned} B &= \frac{d\Phi}{ds} \\ ds &= l.d\tau \end{aligned}\right\} \Rightarrow d\Phi = B.ds = B.l.d\tau \ = B.l.R.d\theta$$

$$\begin{aligned} &B = B_M.\sin\theta_e = B_M.\sin p.\theta \\ &\Rightarrow d\Phi = B_m.l.R\sin p.\theta.d\theta \end{aligned} \qquad \text{avec : } \tau = \frac{\pi}{p}$$

$$\Phi_u = \int_0^{\frac{\pi}{\tau}} B_M.l.R\sin p.\theta.d\theta = B_M.l.R\left[-\frac{1}{p}.\cos p.\theta\right]_0^{\pi/\tau} = \frac{B_M.l.R}{p}(1+1)$$

$$= \frac{2B_M.l.R}{p} = \frac{B_M.l.D}{p} \Rightarrow B_M = \frac{p.\Phi_u}{l.D} \quad \textit{le même résultat que précedement}$$

3- $e = 1mm \qquad j = 9A$

Une ligne d'induction traverse $\frac{N'}{2}$ spires de l'induction $(2p=4)$ d'après la loi d'ampère : $\sum Hl = \frac{N'}{2}.j$ donc : $2.H_0.e = \frac{N'}{2}.j \Rightarrow N' = \frac{4.H_0.e}{j} = \frac{4.B_m.e}{\mu_0.j}$

$$N' = \frac{4x1{,}1x10^{-3}}{4\pi.10^{-7}x9} \Rightarrow N' = 389\, spires$$

EXERCICE N° 2

L'induit d'un alternateur triphasé couplé en étoile , dont la fréquence est de f = 50 Hz, la vitesse de rotation n = 500 tr/mn ; avec Z = 72 encoches, chaque encoche contient 12 brins actifs. Les sections sont à pas diamétral, sachant que la flux total par pôle est de 0,0384 Wb ; on demande :

1- Le nombre de pôles de l'alternateur.
2- Le coefficient de bobinage.
3- La f.e.m d'une phase de l'alternateur.

Solution :

a- $n_s = \frac{60.f}{p} \Rightarrow p = \frac{60.f}{n_s} = \frac{60x50}{500} = 6$

$$2p = 12\, pôles$$

b- le coefficient de bobinage : $K_1 = K_d.K_r$

$$K_r = \cos.\frac{B_e}{2} = \cos 0 = 1 \quad \text{On prend : } K_r = \sin.\frac{y}{\tau}.\frac{\pi}{2} = \sin\frac{\pi}{2} = 1 \qquad (y=\tau)$$

$$K_d = \frac{\sin q\frac{\alpha_e}{2}}{q.\sin\frac{\alpha_e}{2}}$$

- $\alpha_e = p.\alpha = p.\frac{360}{Z} = 6x\frac{360}{72} = 30^\circ\, élect$
- $q = \frac{Z}{2.p.m} = \frac{72}{12x3} = 2\, encoches / pôle\ et\ phase$

$$K_d = \frac{\sin.2x15}{2\sin 15} = 0{,}966 \quad \text{donc : } K_1 = K_d.K_r = 0{,}966$$

c- $E_{ph} = 2{,}22.K_1.N.f.\Phi_u$

Nombre de brins : $N = \frac{12x72}{3} = 288\, brins$

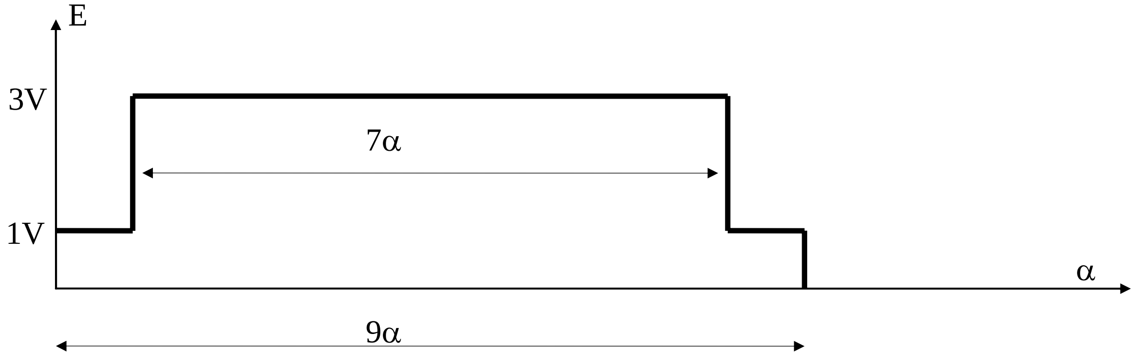
$$E_{ph} = 2{,}22x0{,}966x288x50x0{,}0384 = 1186V$$

$$E_{ph} = 1186V$$

EXERCICE N° 3

Le stator d'un alternateur triphasé comporte 12 pôles, à 3 encoches par pôle et par phase, avec 10 brins par encoche.

1. L'ouverture des différentes spires étant égale au pas polaire, calculer le facteur d'enroulement.
2. L'alternateur est à pôles lisses, la f.e.m induite dans un brin actif pendant ½ période est donnée par la figure ci-dessous ; calculer le facteur de forme.
3. L'alternateur étant branché en étoile, on a relevé pour l'excitation nominale à la vitesse de synchronisme n_s= 500 tr/mn une tension à vide par phase de 1500 V ; calculer le flux utile par pôle.



Solution :

a- $K_1 = K_d.K_r$ $\qquad K_r = \sin\frac{y}{\tau}.\frac{\pi}{2} = 1 \quad (y = \tau)$

$$K_d = \frac{\sin q\frac{\alpha_e}{2}}{q\sin\frac{\alpha_e}{2}} \qquad Z = 2p.m.q = 12x3x3 = 108$$

$$\alpha_e = p.\alpha = 6x\frac{360}{108} = 20^\circ \acute{e}lect$$

$$\Rightarrow K_d = \frac{\sin 3.10^\circ}{3\sin 10} = 0{,}96 \quad \Rightarrow K_1 = 0{,}96$$

b- $K_2 = \frac{E_{eff}}{E_{moy}}$

$$E_{moy} = \frac{1Vx\alpha + 3Vx7\alpha + 1Vx\alpha}{9\alpha} = \frac{23}{9}V$$

$$E_{eff} = \sqrt{\frac{(1V)^2.\alpha + (3V)^2.7\alpha + (1V)^2.\alpha}{9\alpha}} = \sqrt{\frac{65}{9}}V$$

$$\Rightarrow K_2 = \frac{E_{eff}}{E_{moy}} = \frac{\sqrt{\frac{65}{9}}}{\frac{23}{9}} = 1{,}05 \qquad K_2 = 1{,}05$$

c- $E_v = 1500V$

$$E_{ph} = 2.N.K.f.\Phi_u \qquad K = K_1.K_2$$

$$N = 10x\frac{108}{3} = 360\ brins.$$

$$n_s = \frac{60.f}{p} \Rightarrow f = \frac{p.n_s}{60} = \frac{60x500}{60} = 50\,Hz$$

$$\Phi_u = \frac{E_{ph}}{2.N.K.f} = \frac{1500}{2x360x0{,}96x1{,}05x50}$$

$$\Phi_u = 0{,}041\,Wb \qquad \Phi_u = 41mWb$$

EXERCICE N° 4

L'induction radiale dans l'entrefer d'un alternateur à 2 pôles est en fonction de l'angle θ selon l'expression suivante : $B(\theta) = B_1\sin\theta + B_3\sin 3\theta + B_5\sin 5\theta$.

1. Exprimer le flux d'un pôle inducteur (le rayon et la longueur de l'entrefer étant respectivement R et L).
2. Ce flux a pour valeur 46 mWb, l'induit triphasé à 48 encoches, toutes occupées et chacune contient un faisceau de 12 brins. Quelle est à 50 Hz, la f.e.m fondamentale E_1 sachant que : $(B_3/ B_1) = 0{,}12$ et $(B_5/ B_1) = 0{,}07$.
3. Calculer les f.e.m des harmoniques 3 et 5 ; la f.e.m totale et la distorsion harmonique (en %).

Solution :

$$2p = 2$$

a- $B = \dfrac{d\Phi}{ds}$ $\qquad ds = d(\tau.L) = L.d\tau = L.R.d\theta$

$$d\Phi = B.ds = L.R.B.d\theta$$

$$\Phi = \int_0^{\tau} L..R.B.d\theta \qquad \tau = \frac{2\pi}{2p} = \frac{\pi}{p} = \pi \qquad p = 1$$

$$\Phi = L.R\int_0^{\pi}[B_1\sin\theta + B_3\sin 3\theta + B_5\sin 5\theta].d\theta$$

$$= L.R\left[B_1(-\cos\theta)_0^{\pi} + B_3\left(-\frac{1}{3}\cos 3\theta\right)_0^{\pi} + B_5\left(-\frac{1}{5}\cos\theta\right)_0^{\pi}\right]$$

$$= L.R\left[B_1.2 + \frac{2}{3}B_3 + \frac{2}{5}B_5\right]$$

$$\Rightarrow \Phi = 2.L.R\left[B_1 + \frac{B_3}{3} + \frac{B_5}{5}\right]$$

b- $E_1 = 2{,}22.K_{1,1}.N.f_1.\Phi_1$

- $N = \dfrac{12x48}{3} = 192\ brins$
- $f_1 = 50Hz$

- <u>Calcul du flux :</u> Φ_1 $\qquad \Phi_1 = 2.L.K.B_1$

$$\frac{\Phi}{\Phi_1} = 1 + \frac{1}{3}\frac{B_3}{B_1} + \frac{1}{5}\frac{B_5}{B_1} = 1 + \frac{1}{3}.0{,}12 + \frac{1}{5}.0{,}07 = 1{,}054$$

$\Phi = 46mWb \quad \Rightarrow \Phi_1 = \dfrac{\Phi}{1{,}054} = \dfrac{46}{1{,}054}$

$\Rightarrow \Phi_1 = 43{,}64mWb$

- Calcul de $K_{1,1}$: $K_{1,\upsilon} = K_{d,\upsilon}.K_{\sigma,\upsilon}$

  $K_{r,\upsilon} = 1$

$$K_{d,\upsilon} = \frac{\sin \upsilon.q\dfrac{\alpha_e}{2}}{q.\sin \upsilon.\dfrac{\alpha_e}{2}} \qquad q = \frac{Z}{2.p.m} = \frac{48}{2x3} = 8\ encoches\,/\,pôle\,/\,phase$$

$$\alpha_e = \frac{360}{48}x1 = 7{,}5^\circ\ élect \qquad K_{d,1} = \frac{\sin 1.8.\dfrac{7{,}5}{2}}{8.\sin 1.\dfrac{7{,}5}{2}} = 0{,}956$$

$\Rightarrow K_{1,1} = 0{,}956$

$\Rightarrow E_1 = 2{,}22x0{,}956x192x50x43{,}64x10^{-3}$

$\Rightarrow E_1 = 889{,}13 \qquad E_1 = 890V$

c- E_3 ? E_5 ?

$E_\upsilon = 2{,}22.N.K_{1,\upsilon}.f_\upsilon.\Phi_\upsilon \qquad (K_{2,\upsilon} = 1{,}11 \quad \sin usoidal)$

$*\ N = 192\ brins$

$*\ f_\upsilon = \upsilon.f_1 \quad \Rightarrow \quad \bullet\ f_3 = 3f_1 = 3x50 = 150Hz$

$\bullet\ f_5 = 5f_1 = 5x50 = 250Hz$

$*$ Calcul de $K_{1,\upsilon}$? $\quad K_{1,\upsilon} = K_{d,\upsilon}.K_{\sigma,\upsilon} \qquad (K_{r,\upsilon} = 1)$

$$\Rightarrow \quad K_{1,\upsilon} = K_{d,\upsilon} = \frac{\sin \upsilon.q\dfrac{\alpha_e}{2}}{q\sin \upsilon\dfrac{\alpha_e}{2}}$$

$q = 8\ encoches\,/\,pôle\ et\ phase$

$\alpha_e = 7{,}5^\circ\ élect$

$$\Rightarrow \quad \bullet\ K_{1,3} = \frac{\sin 3x8x\dfrac{7{,}5}{2}}{8x\sin 3x\dfrac{7{,}5}{2}} = 0{,}641 \quad \text{et} \quad \bullet\ K_{1,5} = \frac{\sin 5x8x\dfrac{7{,}5}{2}}{8x\sin 5x\dfrac{7{,}5}{2}} = 0{,}194$$

$*$ Calcul de Φ_υ ? $\qquad \Phi_\upsilon = B_\upsilon.S_\upsilon$

$$\frac{\Phi_\upsilon}{\Phi_1} = \frac{B_\upsilon.S_\upsilon}{B_1.S_1} = \frac{B_\upsilon}{B_1}.\frac{\tau_\upsilon.L}{\tau_1.L} \qquad \tau_\upsilon = \frac{\tau_1}{\upsilon}$$

$$\Rightarrow \frac{\Phi_\upsilon}{\Phi_1} = \frac{B_\upsilon}{B_1}.\frac{\tau_1.L}{\upsilon.\tau_1.L} = \frac{B_\upsilon}{B_1}.\frac{1}{\upsilon} \Rightarrow \quad \Phi_\upsilon = \Phi_1.\frac{B_\upsilon}{B_1}.\frac{1}{\upsilon}$$

$$\bullet\ \Phi_3 = \Phi_1.\frac{B_3}{B_1}.\frac{1}{3} = 43{,}64x0{,}12x\frac{1}{3} = 1{,}74\ mWb$$

$$\bullet\ \Phi_5 = \Phi_1 . \frac{B_5}{B_1} . \frac{1}{5} = 43{,}64x0{,}07x\frac{1}{5} = 0{,}61\, mWb$$

∗ <u>Calcul de</u> E_3 et E_5 ?

$$E_3 = 2{,}22.K_{1,3}.N.f_3.\Phi_3$$

$$= 2{,}22x192x0{,}641x150x1{,}74x10^{-3} = 71{,}31$$

$$E_3 = 71{,}31\, V$$

$$E_5 = 2{,}22.K_{1,5}.N.f_5.\Phi_5$$

$$= 2{,}22x192x0{,}194x250x0{,}61x10^{-3} = 12{,}61$$

$$E_5 = 12{,}61\, V$$

∗ <u>Calcul de la f.e.m totale</u> :

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_3^2 + E_5^2} = \sqrt{890^2 + 71{,}31^2 + 12{,}61^2} \qquad E = 892{,}94\, V$$

∗ <u>Calcul de la distorsion harmonique</u> :

$$D(\%) = \frac{\sqrt{E_3^2 + E_5^2}}{E_1} x100 = \frac{\sqrt{71{,}31^2 + 12{,}61^2}}{890} x100 = 8{,}1\%$$

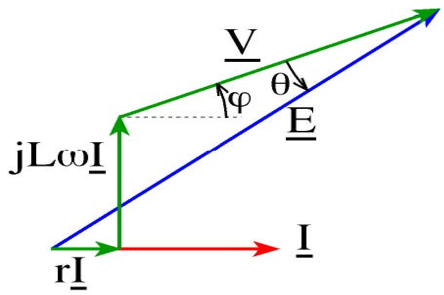
$$D = 8{,}1\%$$

T.D N° 04

Rappel de cours :

Pour le régime nominal, lorsque la machine est non saturée, la f.e.m :
$\bar{E}_0 = \bar{V} + R\bar{I} + j\bar{I}X$, on choisit une échelle de courant :
On calcule $V_R = R.I_N$, elle est en phase avec I
$V_X = X.I_N$ avec X= Lω en avant de π/2 sur le courant
En connaissant φ on peut tracer V déphasé sur le courant, la résultante est E_0

Diagramme de Benh-Escenburg :



Méthode analytique :

$$E_0^2 = (V\cos\varphi + RI)^2 + (V\sin\varphi + XI)^2$$

Caractéristique de court circuit : $I_{cc} = K.J$

L'impédance synchrone est donnée par $Z = \dfrac{E_0}{I_{cc}}$, par conséquent, on peut calculer la réactance synchrone : $X = \sqrt{Z^2 - R^2}$

EXERCICE N°1.

Pour un alternateur triphasé, on donne :
Puissance nominale SN = 16 kVA ; tension nominale à vide composée E0N = 400 v ; couplage de l'induit est en étoile ; Xsyn = X = 3 Ω (par phase) ; R = 0,6 Ω ; déterminer :
1- La tension U aux bornes de l'alternateur et la chute de tension ΔU par rapport à la f.e.m pour le régime nominal (I = IN) avec cos φ = 0,8.
2- Le facteur de puissance lorsque ΔU = 86 v pour le courant nominal.

Solution :

Pour le régime nominal, on calcule le courant :
$\bar{E}_0 = \bar{V} + R\bar{I} + j\bar{I}X$

1- $S_N = \sqrt{3}.U_N.I_N \quad \Rightarrow \quad I_N = \dfrac{S_N}{\sqrt{3}.U_N} = \dfrac{16x10^{-3}}{\sqrt{3}.400} = 23,1\ A$

$$V_R = R.I_N = 0,6x23,1 = 13,86\ V$$
$$V_X = X.I_N = 3x23,1 = 69,3\ V$$

$\cos\varphi = 0{,}8\ AR \quad \Rightarrow \varphi = 37^\circ$

$E_{0s} = \dfrac{400}{\sqrt{3}} = 231\,V$

Echelle : $1cm \rightarrow 25V$

$E_{0S} = 231 \equiv 9{,}24\ cm = OC$

$V_R = 13{,}86 \equiv 0{,}55\ cm = OA$

$V_X = 69{,}3 \equiv 2{,}77\ cm = AB$

On mesure $BC = 6{,}9\ cm \Rightarrow V = 172{,}5\ V$

$U = \sqrt{3}.172{,}5\ V \approx 300\ V$

$\Delta U = E_0 - U = 400 - 300 = 100\ V$

<u>Méthode analytique</u> :

$\cos\varphi = 0{,}8 \Rightarrow \sin\varphi = 0{,}6$

$E_0^2 = (V\cos\varphi + RI)^2 + (V\sin\varphi + XI)^2$

$(213)^2 = (V.0{,}8 + 1386)^2 + (V.0{,}6 + 69{,}2)^2 \Rightarrow V = 173\ V$

2- $\cos\varphi$? $\quad \Delta U = 86\ V \quad$ pour $I = I_N$

$\Delta U = E_0 - U \Rightarrow U = E_0 - \Delta U = 400 - 86 = 314\ V$

$V = 181{,}3\ V$

- <u>Analytiquement</u> :

  $(213)^2 = (181{,}3.\cos\varphi + 13{,}86)^2 + (181{,}3.\sin\varphi + 69{,}2)^2$

  $\sin\varphi = \sqrt{1-\cos^2\varphi} \Rightarrow \cos\varphi = 0{,}9 \qquad \Rightarrow \varphi \approx 25^\circ$
- <u>Graphiquement</u> :

  On trace 2 cercles de rayons $E_0 = OC$ et $V = BC$

  $OA = RI = 13{,}86\ V \quad AB = XI = 69{,}2\ V \quad BC = V = 181{,}3\ V \quad OC = E_0 = 231\ V$

  On mesure $\varphi = 25^\circ \Rightarrow \cos\varphi = 0{,}9$

EXERCICE N°2

Un alternateur triphasé a les caractéristiques nominales suivantes : 12 kva ; 220/380 V ; 1500 tr/mn ; 50 Hz et le courant d'excitation maximal 5 A.
Cet alternateur est monté en étoile, on détermine :

1- la caractéristique à vide à 1500 tr/mn :

J (A)	1	1,8	2,6	3,2	4	5
$U_0 = E_0(V)$	136	248	316	346	368	383

2- Sa caractéristique en c.c passe par le point J = 1A et I = 19,2A

3- La résistance de l'induit par phase à la température du régime R = 0,625 Ω ; on demande :

   a- L'impédance et la réactance synchrone de l'induit pour chaque valeur de courant d'excitation utilisé dans l'essai à vide.

b- Le diagramme de Benh-Escenburg dans les conditions de courant nominal avec J = 4,2 A, la vitesse nominal et cosφ = 0,8.

c- La caractéristique en charge de l'alternateur lorsque la seule variable est le courant débité tandis que le déphasage, l'excitation, la vitesse de rotation ont les mêmes valeurs de la question (b)

Solution :

a- $I_{cc} = K.J \Rightarrow 19{,}2 = K(1) \Rightarrow K = 119{,}2$

$J(A)$	1	1,8	2,6	3,2	4	5
$E_{0c}(V)$	136	248	316	346	368	383
$E_{0s}(V)$	78,6	144	182,5	200	212	221
$I_{cc} = 19{,}2.J$	19,2	34,6	50	61,5	76,8	96
$Z = E_0/I_{cc}$	4,10	4,16	3,65	3,25	2,76	2,3
$X = \sqrt{Z^2 - R^2}$	4,05	4,12	3,60	3,20	2,68	2,22

b- $E_{0s} = \dfrac{E_{0C}}{\sqrt{3}}$

$J = 4{,}2\ A \quad \Rightarrow \quad I_{cc} = 19{,}2x4{,}2 = 80{,}64\ A$

On trace la caractéristique à vide et on détermine pour $J = 4{,}2$; $E_0 = 218\ V$

$$\Rightarrow Z = \frac{E_0}{I_{cc}} = \frac{218}{80{,}64} = 2{,}70\ \Omega$$

$$\Rightarrow X = \sqrt{(2{,}7)^2 - (0{,}625)^2} = 2{,}63\ \Omega$$

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3}.U_N} = \frac{12.10^{-3}}{\sqrt{3}.380} = 18{,}25\ A$$

$$V_R = R.I_N = 0{,}625x18{,}25 = 11{,}4\ V = OA$$

$$V_X = X.I = 2{,}63x18{,}25 = 48\ V = AB$$

$$OC = E_0 = 218\ V;\ \cos\varphi = 0{,}8 \Rightarrow \varphi = 37^\circ$$

On mesure $BC = V = 177{,}5\ V$

c- $J = 4{,}2\ A \quad E_0 = 218\ V \quad \cos\varphi = 0{,}8$

Caractéristique en charge : $V = f(I)$

$I(A)$	5	10	15	18,25
$V_R = R.I$	3,125	6,25	9,375	11,4
$V_X = X.I$	13,15	26,3	39,45	48
$V(V)$	207	197	185	177,5

EXERCICE N°3

On a relevé le caractéristique à vide d'un alternateur à pôles lisses, 50 Hz, stator monté en étoile, on a noté aussi pour les mêmes valeurs du courant d'excitation les courants de cc :

J (A)	2	5	8	10	15	18
E_{0S}(V)	140	278	360	400	460	484
I_{cc}(A)	12	30	48	60	87	100

1- Calculer l'impédance cyclique de Benh-Escenburg d'un enroulement pour toutes les valeurs du tableau ; tracer la courbe Z=f(J).
2- Dans un fonctionnement, on sait que J = 15A, I = 50A et cos φ =0,866 ; calculer la tension V(le récepteur est inductif)
3- On impose V= 380V ; φ= - 30° (charge contient des capacités) ; J = 8A, calculer le courant induit I.
4- On impose V = 380V ;J = 18A et I = 41A ; calculer le facteur de puissance.
5- La charge est une résistance de 7 Ω (le rhéostat est branché en étoile) ; le courant d'excitation est alors J = 15A ;Calculer la tension V et le courant d'induit I.

Solution :

$$\bar{E}_0 = \bar{V} + Z.\bar{I}$$

1-

$J(A)$	2	5	8	10	15	18
$E_{0s}(V)$	140	278	360	400	460	484
$I_{cc}(A)$	12	30	48	60	87	100
$Z(\Omega)$	11,7	9,3	7,5	6,7	5,3	4,84

$$Z = \frac{E_0}{I_{cc}}$$

2- $J = 15A$; $I = 50A$; $\cos\varphi = 0{,}8666\ AR$

$$J = 15A \begin{cases} E_0 = 460 \equiv 23cm = OC \\ Z = 5{,}3 \Rightarrow Z.I = 5{,}3x50 = 265\ V \equiv 13{,}25cm = AC \end{cases}$$

$$\cos\varphi = 0{,}866 \Rightarrow \varphi = 30^\circ$$

On mesure $V = OA = 13{,}2cmx20 \Rightarrow V = 264\ V$

3- $V = 380\ V$; $\varphi = -30^\circ$; $J = 8\ A$ $\quad I?$

$$J = 8A \begin{cases} E_0 = 360\ V = OC \equiv 18cm \\ Z = 7{,}5\ \Omega \end{cases}$$

$OA = V = 380\ V \equiv 19cm$

On trace un cercle de rayon E_0 et de centre o

<u>Remarque</u> : le point C' n'est pas stable : c'est transitoire on prend le point "C"

On mesure $AC = Z.I = 17x20 = 340\ V$

$$\Rightarrow I = \frac{340}{7{,}5} = 45\ A$$

4- $V = 380; J = 18\ A; I = 41\ A; \cos\varphi ?$

$$J = 18A \begin{cases} E_0 = 484 \equiv 24{,}2cm = OC \\ Z = 4{,}84\Omega \Rightarrow Z.I = 4{,}84x41 = 200\ V \equiv 10cm = AC \end{cases}$$

On trace 2 cercles de rayon $OC = E_0$ et $AC = Z.I$; ce qui donne l'intersection au point "C"

On mesure $\varphi = 20^\circ$

$$\cos\varphi = 0{,}94$$

5- côté charge : $\overline{V} = R.\overline{I}$ (1)

Côté alternateur : $\overline{E}_0 = \overline{V} + jX\overline{I}$ (en négligeant la résistance statorique)

$\Rightarrow \overline{V} = \overline{E}_0 - jX\overline{I}$ (2)

$$(1)=(2) \Rightarrow \quad R\overline{I} = \overline{E}_0 - jX\overline{I} \Rightarrow \quad \overline{I} = \frac{\overline{E}_0}{R + jX} \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{E_0^2}{R^2 + X^2}}$$

$$J = 15A \begin{cases} E_0 = 460\ V \\ Z \approx X = 5{,}3\Omega \end{cases} \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{460}{7^2 + 5{,}3^2}} \approx 52\ A$$

$$V = R.I = 7x52 \Rightarrow \ V = 364\ V$$

T.D N° 05

Rappel de cours :

On trace la caréctéristique à vide E_0= f(J)
L'essai en déwatté : I=I_1 peut écrire : $\overline{E} = \overline{V} + jX\overline{I}$

En court circuit : $V = 0 \Rightarrow \overline{E} = jX\overline{I}$

Le courant d'excitation correspondant J_{cc} d'après $I_{cc}(J)$

$\Rightarrow \overline{I} = I_1 \Rightarrow J_{cc} \Rightarrow po\text{int}\,B'$

- on mesure OB'
- on dessine $O'A'$ parallèle à OB' telle que $O'A' = OB' = 5cm$
- au point O' on trace une droite parallèle à la pente de la caractéristique à vide
- l'intersection de cette droite avec la courbe de la caractéristique à vide : c'est le point A
- on mesure $AH \Rightarrow x.I = AH$ et on calcule X
- - on mesure $A'H \Rightarrow \alpha.I = A'H$ et on calcule α

D'après le diagramme on mesure

$$E_0 = KJ \Rightarrow E_c = KJ_r$$

Donc $E_c = KJ_r$ à la même allure que la caractéristique à vide d'où, du tableau on tire : $E_c \Rightarrow J_r$

- On dessine J_r en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur E_c
- on dessine αI parallèle à I
- On détermine graphiquement J ; tel que $\vec{J}_r = \vec{J} + \alpha\vec{I}$

Détermination de l'impédance synchrone :

$$\left.\begin{array}{r}\textit{essai à vide}\\ \textit{essai en cc}\end{array}\right\} \Rightarrow \quad Z = \frac{KJ_{cc}}{I_{cc}} = \frac{E_{occ}}{I_{cc}}$$

Pour déterminer la réactance synchrone, on utilise la relation suivante :

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Pour les machines à pôles saillants la f.e.m à vide est donnée par :

$$\overline{E}_o = \overline{V} + R\overline{I} + jx\overline{I} + jx'_T\overline{I}_a + jx'_L\overline{I}_r = \overline{V} + R\overline{I} + jx_T\overline{I}_a + jx_L\overline{I}_r$$

La f.e.m de Blondel est donnée par :

$$\overline{E}_B = \overline{V} + R\overline{I} + jx\overline{I} + jx'_T\overline{I}_a = \overline{V} + R\overline{I} + jx_T\overline{I}_a$$

A partir de E_B et d'après la caractéristique à vide on tire J_r
En choisissant une échelle, on dessine J_r puis on calcule

$$\Rightarrow J = J_r + \alpha I \sin\Psi$$

EXERCICE N °1

Un alternateur triphasé, monté en étoile, a les caractéristiques nominales suivantes :
23 Kv ; 127/ 220 V ; 1500 tr/mn ; 50 Hz.
Lors des essais, on a relevé les valeurs suivantes :
- La caractéristique à vide à 1500 tr/mn.

J (A)	1	2	3,5	7	8	10	15
$U_0 = E_0$(V)	96,6	160	214	260	268	278	291

- La caractéristique en C.C passe pour le point J = 6A et I_{cc} = 60 A.
- Dans un fonctionnement en alternateur à 1500 tr/mn avec une charge triphasée équilibrée purement inductive, on a mesuré :
U = 216,5 V ; I = 50 A ; et J = 11,5 A.
La résistance mesurée à chaud est de R = 0,19 Ω ; on demande :
a- La réactance de fuites par phase et le coefficient d'équivalence de Poitier.
b- Le courant d'excitation permettant un débit de 60 A avec cos φ = 0,8 sous une tension composée de 220 V (la charge' étant triphasée et équilibrée.

Solution :

a-

$J(A)$	1	2	3,5	7	8	10	15
$E_{0s}(V)$	50	92,5	123,5	150,1	154,7	160,5	168

$E_{0s} = \dfrac{E_{0L}}{\sqrt{3}}$ (Couplage étoile)

- échelle de tension : $1cm \rightarrow 10V$
- échelle de J : $1cm \rightarrow 1A$
- échelle de I : $1cm \rightarrow 10A$

$U = 216{,}5 \Rightarrow V = \dfrac{216{,}5}{\sqrt{3}} = 125\ V$ $\qquad J = 11{,}5 \Rightarrow A'(11{,}5;125)$

L'essai en déwatté : $I = 50\ A$ on peut écrire : $\overline{E} = \overline{V} + jX\overline{I}$

En court circuit : $V = 0 \Rightarrow \overline{E} = jX\overline{I}$

Le courant d'excitation correspondant J_{cc} d'après $I_{cc}(J)$

$\Rightarrow \overline{I} = 50\ A \Rightarrow J_{cc} = 5\ A \Rightarrow B'(5{,}0)$

- on mesure $OB' = 5cm$
- on dessine $O'A'$ parallèle à OB' telle que $O'A' = OB' = 5cm$
- au point O' on trace une droite parallèle à la pente de la caractéristique à vide
- l'intersection de cette droite avec la courbe de la caractéristique à vide : c'est le point A
- on mesure $AH = 25\ V \quad \Rightarrow x.I = 25\ A \Rightarrow x = \dfrac{25}{50} = 0{,}5\Omega$

$A'H = 4{,}6\ A \quad \Rightarrow \alpha.I = 4{,}6\ A \Rightarrow \alpha = \dfrac{4{,}6}{50} = 0{,}09\ L$

Les coefficients de Poitier $\quad x = 0{,}5\ \Omega \quad$ et $\quad \alpha = 0{,}09$

b- $I = 60A \quad \cos\varphi = 0{,}8 \quad U = 220\ V \qquad J\,?$

* $R = 0{,}19 \Rightarrow RI = 0{,}19x60 = 11{,}4V$

* $xI = 0{,}5x60 = 30\ V \qquad \cos\varphi = 0{,}8 \Rightarrow \varphi = 37^\circ$

* $V = \dfrac{220}{\sqrt{3}} = 127\ V$

<u>On choisit l'échelle</u> : $1cm \rightarrow 10\ V \qquad 1cm \rightarrow 2\ A$

D'après le diagramme on mesure $E_c = 155\ V$

$$E_0 = KJ \Rightarrow E_c = KJ_r$$

Donc $E_c = KJ_r$ à la même allure que la caractéristique à vide d'où, du tableau on tire :
$E_c = 155\ V \Rightarrow J_r = 8\ A$

- On dessine $J_r = 8\ A$ en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur E_c
- $\alpha I = 0{,}092x60 = 5{,}52\ A$, on dessine $\alpha I = 5{,}5\ L$ parallèle à I
- On détermine graphiquement J ; tel que $\vec{J}_r = \vec{J} + \alpha\vec{I}$

On trouve $J = 12{,}6\ A$

EXERCICE N °2

Un alternateur triphasé, monté en triangle, on a relevé les caractéristiques à vide

J (A)	0	2	5	7	8,5	11	16
E_S (V)	0	55	135	165	185	197	215

On a réalisé un essai en C.C : J = 4,5 A ; I (ligne) = 39 A.
On a réalisé un essai en déwatté : U =160V ; J = 15 A ; I (ligne) = 52 A.
Calculer les coefficients de Poitier α et x.

Solution :

- on trace $E_{0s} = f(J)$ d'après le tableau ; $I_{cc} = f(J)$

$$I_{cc} = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{39}{\sqrt{3}} = 22{,}5\ A \qquad J = 4{,}5\ A$$

- point A' : $U = 160\ V \Rightarrow V = 160\ V$

$$I_s = \frac{I_c}{\sqrt{3}} = \frac{52}{\sqrt{3}} = 20\ A \qquad A'(15;150)$$

- point B' : pour $I_{ph} = 30\ A \Rightarrow \quad J_{cc} = 6\ A$ d'après $I_{cc}(J)$

D'après le graphe précédent, on mesure : AH et $A'H$:

$$AH = 36\ V = xI \Rightarrow \quad x = \frac{36}{30} = 1{,}2\Omega \qquad (I_{ph} = 30\ A)$$

$$A'H = 4{,}70\ V = \alpha I \Rightarrow \quad \alpha = \frac{4{,}70}{30} = 0{,}156$$

On trouve : $x = 1{,}2\Omega \quad et \quad \alpha = 0{,}16$

EXERCICE N °3

On dispose d'un alternateur à pôles saillants de 4 Kw ; cosφ = 0,8 ; 220/380 V ;
1500 tr/mn ; 50 Hz.
En couplage étoile, on a relevé à la vitesse nominale :

J (A)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
E_{0S}(v)	84	160	216	244	264	278	289	297	302	305

On a réalisé un essai en C.C : J = 0,73 A ; I_{CC}= 10 A.

On a réalisé un essai en déwatté : V_1 = 224V ; J_1 = 1 A ; I_1 = 7,6 A.
La résistance d'un enroulement statorique mesurée à chaud vaut R = 0,9 Ω ; on demande :

a- La pente de la caractéristique à vide et la réluctance synchrone longitudinale déduite des essais à vide et en C.C.
b- Déterminer les coefficients de Poitier α et x.
c- En traçant le diagramme à 2 réactances synchrones (Blondel) ; déterminer le courant J permettant le fonctionnement nominal ; sachant que X_L = 61,8 Ω et X_T 31,5 Ω
d- En tenant compte de la saturation, que vaut le f.e.m résultante induite sur l'axe de la roue polaire ? Donner la valeur du courant inducteur et vérifier que la machine est saturée.
e- Quelle valeur de courant d'excitation aurait-on trouvé par le diagramme de Poitier, donnant une valeur approchée de la valeur réelle ?.

Solution :

a- pente de la caractéristique à vide

$$E_{os} = KJ \Rightarrow K = \frac{E_o}{J} = \frac{84}{0,1} = 840\, V/A$$

$$\left.\begin{matrix}\text{essai à vide}\\ \text{essai en cc}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \quad Z = \frac{KJ_{cc}}{I_{cc}} = \frac{E_{occ}}{I_{cc}} = \frac{840x0,73}{10} = 61,3\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \Rightarrow \quad X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(61,3)^2 - (0,9)^2}$$

$$X_L \approx 61,3\Omega$$

b-

- on mesure $AH = 38\ V$

$$xI = 38 \Rightarrow x = \frac{38}{7,6} = 5\Omega$$

- $A'H = 0,52A = \alpha I$; $\quad \alpha = \frac{0,52}{7,6} = 0,068$

On trouve : $x = 5\Omega$; $\alpha = 0,068$

c- $X_L = 61,82$ et $X_T = 31,5\Omega$

La machine est non saturée $X_L = Cte$

$$I_N = \frac{P_N}{3V\cos\varphi} = \frac{4.10^3}{3x220x0,8} \approx 7,6\ A$$

$$\bar{E}_o = \bar{V} + R\bar{I} + jx\bar{I} + jx'_T\bar{I}_a + jx'_L\bar{I}_r = \bar{V} + R\bar{I} + jx_T\bar{I}_a + jx_L\bar{I}_r$$

On choisit une échelle : $RI = 0,9x7,6 = 6,84\ V$

$$x_T I = 31,5x7,6 = 239,4\ V$$

$OA = V$

$AB = RI$

$BH = X_T I\cos\Psi = X_T I_a$

$$\frac{HD}{HG} = \frac{X_L\sin\Psi}{X_T\sin\Psi} = \frac{X_L}{X_T} = 1,96$$

$\Rightarrow HD = 1,96.HG$

On mesure HG, on détermine "D" tel que $HD = 1,96.HG$

On mesure $OD = 620\ V \Rightarrow E_o = 620\ V$

La machine est non saturée $\Rightarrow E_o = KJ \Rightarrow J = \frac{E_o}{K} = \frac{620}{840}$

$J \approx 0{,}74\ A$

d- On calcule $xI = 5x76 = 38\ V \equiv BC$

$OA = V$

$AB = RI$

$BC = xI$

$CF = x_T I \cos\Psi$

On mesure $OF = 234 \Rightarrow E_1 = 234\ V$

D'après la caractéristique à vide $J_r = 0{,}36\ A$

En choisissant une échelle, on dessine $J_r = 0{,}36\ A$, on mesure $\Psi = 64^\circ$

$\Rightarrow J = J_r + \alpha I \sin\Psi = 0{,}36 + 0{,}068x7{,}6x\sin 64^\circ$

$\Rightarrow J = 0{,}83\ A$, donc la machine est saturée

e- Méthode de Poitier :

$OA = V$

$AB = RI$

$BC = xI$

On mesure $OC = E = E_c = 250\ V$

$\Rightarrow J_r = 0{,}43\ A$ D'après $E(J)$

$J_r \perp E_c$ En choisissant 1 échelle de caractéristique

$\alpha I\ //\ I$ $\alpha I = 0{,}068x7{,}6 = 0{,}52$

$J_r \perp E_c$ $\Rightarrow \bar{J}_r = \bar{J} + \alpha\bar{I}$

On mesure $J = 0{,}88\ A$

TD N° 6

Rappel de cours :

1. lorsque P=0, la machine fonctionne à vide :

- soit $I = 0$, aucune charge $\overline{E}_0 = \overline{V} + jX\overline{I}$

  donc $I = 0 \Rightarrow \overline{E}_0 = \overline{V}$

- soit $I \neq 0 \Rightarrow p = 3.V.I.\cos\varphi = 0 \Rightarrow \cos\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$

  D'après le diagramme $E_0 = V + XI$

  $\Rightarrow I = \frac{E_0 - V}{X}$

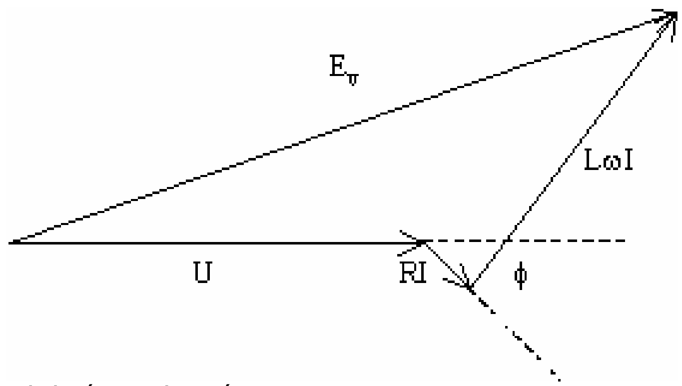
2. lorsque la machine fournit une puissance P, en connaissant J, on peut déterminer E_0 ($J \Rightarrow E_0$)

$$P = 3.V.I.\cos\varphi \Rightarrow I.\cos\varphi = \frac{P}{3.V} \Rightarrow X.I.\cos\varphi = \frac{X.P}{3.V}$$

$$\Rightarrow X.I.\cos\varphi$$

On choisit une échelle de tension puis on trace : E_0, V et $X.I.\cos\varphi$

ce qui donne le diagramme de Benh-Escenburg



Facteur de stabilité est donné par :

Puisque $C_{em} = C_M \sin\theta_e$ $\quad S = \frac{C_{Max}}{C_{em}} = \frac{1}{\sin\theta_e}$

Le calcul des différentes pertes :

-pertes dues à l'excitation : $P_{exN} = U.J$

- pertes mécaniques : $P_0 = P_f + P_{mec} \Rightarrow P_{mec} = P_0 - P_f$
- pertes constantes : $P_{const} = P_{mec} + P_f + P_{joules} = P_0 + P_{exN}$
- pertes joules : $P_{cc} = P_f + P_{mec} + P_{joules}$

$$P_{joules} = P_{cc} - P_{mec}$$

On peut utiliser la méthode suivante : Pertes variables : $P_J = 3.RI^2$

Rendement nominal est calculé par : $\eta_N = \frac{\sqrt{3}.U_N.I_N.\cos\varphi}{\sqrt{3}.U_N I_N.\cos\varphi + pertes}$

EXERCICE N°1

Une machine synchrone triphasé et tétrapôlaire dont la puissante S_N = 10 kVA ; 127/220V ; f = 50 Hz ; l'essai à vide a donné (E_{0p} : fem à vide entre phases) :

J (A)	3,5	5	8,5	10	15	20
E_{0p} (V)	113	150	220	242	296	330

Les pertes sont négligeables.
L'essai en cc a donné : I_{cc} = 20A et J = 5,8A.

1- Préciser le couplage du stator et calculer I_N.
2- Calculer la vitesse de synchronisme et la réactance synchrone par phase pour J = 15A (on conserve cette valeur constante pour le reste du problème).
3- La machine fonctionne à vide :

a- Déterminer le courant d'excitation J lorsque I = 0
b- Déterminer le courant d'induit I lorsque J =20A (surexcité) et J= 5 A (sous excité).

4- La machine fonctionne en alternateur (p = 5kW) ; lorsque J =20A
   a- Construire le diagramme de Benh-Escenburg.
   b- Déterminer :le facteur de puissance, le courant d'induit, l'angle θ (entre E_0 et V) et le coefficient de stabilité (s = $C_{e\,Max}/C_{em}$)

Solution :

- couplage du stator : $\frac{127}{220}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ couplage étoile
- $I_N=\frac{S_N}{3.V}=\frac{10.10^3}{3.127}=26,2\ A$ $\qquad I_N=26,2\ A$

$$n_s=\frac{60.f}{p}=\frac{60x50}{2}=1500\ tr/\min \qquad n_s=1500\ tr/\min$$

$$J=15\ A \quad Z=\frac{E_{cc}}{I_{cc}} \qquad I_{cc}=KJ\Rightarrow K=\frac{I_{cc}}{J}=\frac{20}{5,8}$$

$$J=15\ A\Rightarrow E_0=\frac{296}{\sqrt{3}}\Rightarrow Z=\frac{296}{\sqrt{3}.\frac{20}{5,8}.15}=3,3\Omega$$

$$R\approx 0\Rightarrow X_{syn}=3,3\Omega$$

P=0, machine fonctionne à vide :

a- $I=0 \quad J? \quad \bar{E}_0=\bar{V}+jX\bar{I}$

$$I=0\ \Rightarrow\ \bar{E}_0=\bar{V}$$

$V_N=127\Rightarrow\ E_0=127\ V$ D'après le tableau $J=8,5\ A$

b- $I?$ pour $J=20\ A$ (surexcité)

$$J=20\ A\Rightarrow E_0=\frac{330}{\sqrt{3}}=190,5\ V$$

$$I\neq 0\Rightarrow p=3.V.I.\cos\varphi=0\Rightarrow \cos\varphi=0\Rightarrow \varphi=\frac{\pi}{2}$$

D'après le diagramme $E_0=V+XI$

$$\Rightarrow I=\frac{E_0-V}{X}=\frac{190,5-127}{3,3} \qquad \Rightarrow I\approx 19,3\ A$$

I? Pour $J = 5\ A$ (5 sous-excité)

$$J = 5A \Rightarrow E_0 = \frac{150}{\sqrt{3}} = 86{,}6\ V \qquad I \neq 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

D'après le diagramme $E_0 = V - XI$

$$\Rightarrow I = \frac{V - E_0}{X} = \frac{127 - 86{,}6}{3{,}3} \qquad \Rightarrow I \approx 12{,}2A$$

$P = 5\ Kw$ $\qquad J = 20\ A \Rightarrow E_0 = 190{,}5\ V$

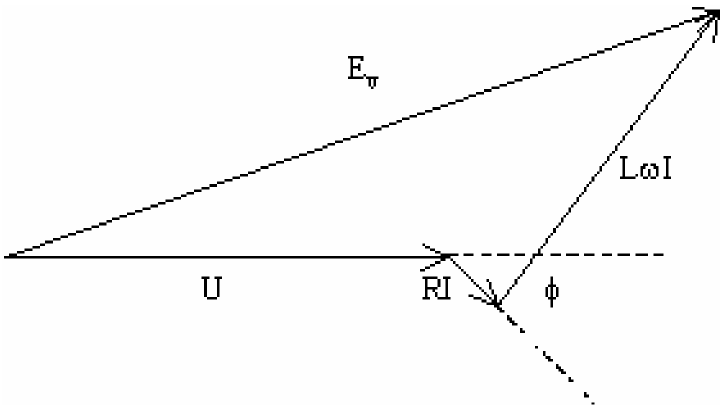
$$P = 3.V.I.\cos\varphi \Rightarrow I.\cos\varphi = \frac{P}{3.V} \Rightarrow X.I.\cos\varphi = \frac{X.P}{3.V}$$

$$\Rightarrow X.I.\cos\varphi = \frac{3{,}3x5.10^3}{3.127} = 43{,}3\ V$$

$V = 127\ V$ $\quad$ Echelle : $1\ cm \rightarrow 20\ V$

$E_0 \equiv 9{,}5cm \quad V \equiv 6{,}35cm \quad X.I.\cos\varphi = 2{,}16cm$

a) Diagramme de Benh-Escenburg



b) On mesure $\varphi = 53^\circ \Rightarrow \cos\varphi = 0{,}6$

$$I?\quad X.I.\cos\varphi = 43{,}3\ V \Rightarrow I = \frac{43{,}3}{X.\cos\varphi} = \frac{43{,}3}{3{,}3x0{,}6} = 22\ A$$

$$I = 22\ A$$

θ? On mesure $\theta_e = 13^\circ$

$$S?\quad S = \frac{C_{Max}}{C_{em}} = \frac{1}{\sin\theta_e} \qquad C_{em} = C_M \sin\theta_e$$

$$S = \frac{1}{\sin 13} = 4{,}4 \qquad S = 4{,}4$$

EXERCICE N°2

Pour un alternateur triphasé on donne :

S_n = 16 kVA ; $U_n = E_{0n}$ = 400V ; couplage du stator en étoile .La réactance synchrone par phase en régime nominal X = 3Ω; La tension nominale d'excitation $U_{exc,n}$ = 110V. Le courant nominal d'excitation J_n = 4A.

1-l'éssai à vide a donné : P_0 = 450 W ;(puissance fournit à l'arbre de l'alternateur).

Les pertes magnétiques sont calculées par $P_{mag} = 10\ J^2$ (W).

2- l'essai en C.C a donné : P_{cc} = 1250 W pour $I_{cc} = I_N$. La résistance entre deux phases est de : R = 1,1 Ω .déterminer :

a- les pertes de l'alternateur : P_{exct} ; P_{magn} ; P_{mec} ; P_{cont} ; $P_{joules,N}$ et les pertes variables .
b- le rendement nominal η_N pour cos φ = 0,8.
c- le rendement maximal pour cos φ = 0,8.

Solution :

a-

- P_{exN} ? $P_{exN} = U.J = 110x4 = 440\ W$
- P_f ? $P_f = 10.J^2 = 10x(4)^2 = 160\ W$
- P_{mec} ? $P_0 = P_f + P_{mec} \Rightarrow P_{mec} = P_0 - P_f$
  $P_{mec} = 450 - 160 = 290\ W$
- P_{const} ? $P_{const} = P_{mec} + P_f + P_{joules} = P_0 + P_{exN} = 450 + 440$
  $P_{const} = 890\ W$
- $P_{joules,N}$? $P_{cc} = P_f + P_{mec} + P_{joules}$ $P_f = 0\ car\ J = 0 \quad E = 0$

$$P_{joules} = P_{cc} - P_{mec} = 1250 - 290 = 960\ W$$

On peut utiliser la méthode suivante : $P_J = 3.RI_N^2$

$$I_N = \frac{S_N}{\sqrt{3}.U_N} = \frac{16.10^3}{\sqrt{3}.400} = 23{,}1\ A \qquad R = \frac{1{,}20}{2} = 0{,}60\Omega$$

$$\Rightarrow P_J = 3x0{,}60x(23{,}1)^2 = 960\ W$$

- Pertes variables : $P_J = 3.RI^2 = 3x0{,}60.I^2 \Rightarrow P_J = 1{,}80I^2$

b- $$\eta_N = \frac{\sqrt{3}.U_N.I_N.\cos\varphi}{\sqrt{3}.U_N I_N.\cos\varphi + pertes} = \frac{\sqrt{3}.400x23{,}1x0{,}8}{\sqrt{3}.400x23{,}1x0{,}8 + 890 + 960}$$

$$\eta_N = 87{,}37\%$$

c- η_{max} ? $\eta_{max} \Leftrightarrow P_{const} = P_J \Rightarrow 890 = 1{,}80I^2 \Rightarrow I = 22{,}24\ A$

$$\Rightarrow \eta_N = \frac{\sqrt{3}.U.I.\cos\varphi}{\sqrt{3}.UI\ .\cos\varphi + pertes} = \frac{\sqrt{3}.400x22{,}24x0{,}8}{\sqrt{3}.400x22{,}24x0{,}8 + 2x890}$$

$$\eta_N = 87{,}38\%$$

EXERCICE N°3

On considère un alternateur monophasé (circuit magnétique non saturé), ayant les caractéristiques suivantes :
- Tension d'induit U = 380 V;
- Fréquence f = 60 Hz;
- Vitesse de rotation N = 900 tr/min;
- Résistance d'induit r = 0,02 Ω

Lorsque le courant d'excitation vaut 9 A, la tension à vide est égale à 420 V. De plus, pour un courant d'excitation de 5 A, l'alternateur débite un courant de court-circuit de 307 A.
1) Nombre de pôles de l'alternateur.
2) Détermination de la réactance synchrone par le diagramme de Behn-Eshenburg.
3) Le facteur de puissance de l'installation étant de 0,9, trouver la f.é.m. à avoir pour U = 380 V et I = 120 A.
4) En déduire le courant d'excitation correspondant (on considère que la courbe E(i) est linéaire entre 380 et 450 V).

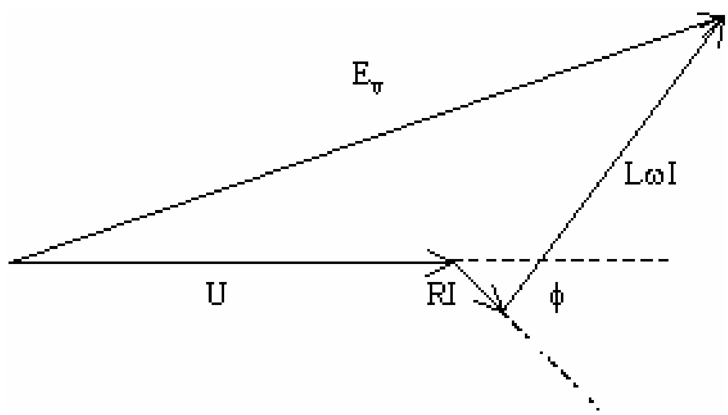
Le rotor consomme un courant de i = 5 A sous une tension de 17 V, et les pertes constantes sont égales à 700 W.
5) Calculer pour les conditions des questions 3 et 4, la puissance utile ainsi que son rendement.

Solution :

1) Nombre de pôles de l'alternateur
Le nombre de paires de pôles de l'alternateur est donné par la relation:
p = f / N (f en Hz et N en tr/s) p = 4 soit 8 pôles
2) Réactance synchrone
En supposant que la courbe $I_{cc}(i)$ du courant de court circuit à l'induit en fonction du courant d'excitation est linéaire on obtient
I_{cc} (i = 9A) = (9/5) I_{cc} (i = 5A) = 553 A. La réactance synchrone est alors donnée par la relation:

$$L\omega = \sqrt{\left(\frac{E_v}{I_{cc}}\right)^2 - R^2} \approx \frac{E_v}{I_{cc}} = 76\,\Omega$$

3) f.é.m. pour U = 380 et I = 120 A
En se plaçant dans l'hypothèse de behn-Eshenburg



En projetant sur un axe horizontal Ox et un axe vertical Oy, on obtient :
$E_{vx} = U + RI\cos\phi + L\omega I\sin\phi = 421$ V
$E_{vy} = -RI\sin\phi + L\omega I\cos\phi = 81$ V
$E_v^2 = E_{vx}^2 + E_{vx}^2$ donc : $E_v = 429$ V

4) Courant d'excitation
La caractéristique interne étant considérée comme linéaire on en déduit le courant d'excitation : i (E_v = 429 V) = i (E_v = 420 V) (429 / 420) = 9,2 A
3) Puissance utile et rendement
La puissance utile est la puissance active fournie à l'induit par l'alternateur:
$P_u = UI\cos\varphi = 41{,}04$ kW
Pour déterminer le rendement nous devons évaluer les différentes pertes:
pertes Joule à l'induit: $P_{js} = rI^2 = 288$ W
pertes Joule à l'inducteur: $P_{jr} = Ri^2 = (17 / 5)i^2 = 287{,}8$ W
pertes constantes: $P_c = 700$ W
La puissance absorbée est donc
$P_{abs} = P_u + P_{js} + P_{jr} + P_c = 42{,}31$ kW
et le rendement $\eta = P_u / P_{abs} = 0{,}97$

EXERCICE N° 4

Les compteurs d'énergie active et réactive installés sur le tableau d'alimentation d'une usine indiquent respectivement 13750 kWh ; 16500 kVAh pour une journée :
1-quel est le facteur de puissance moyen de cette usine.
2-on veut relevé jusqu'à 0,85, le facteur de puissance moyen par l'emploi d'une machine synchrone surexcité fonctionnant à vide .Si on néglige la puissance active absorbée par cette machine, quel devra être la puissance apparente ?.
3- en supposant que la machine considérée absorbe une puissance active égale à 6,5 % de sa puissance réactive, quelle est exactement la puissance apparente du condensateur synchrone à installer.

Solution :

1- Facteur de puissance moyen :

$$tg\varphi = \frac{\int \sqrt{3}UI\sin\varphi dt}{\int \sqrt{3}UI\cos\varphi dt} = \frac{16500}{13750} = 1{,}2 \Rightarrow \cos\varphi = 0{,}64$$

l'intégrale étant étendue à toute une journée.
2- Énergie réactive à fournir :

Énergie active (kWh)	Énergie réactive (kVarh)
avant : 13750	avant : 16500
après : 13750	après : $13750 \times tg(Arc\cos 0{,}85) = 8500$

Il faudra donc fournir une énergie réactive égale à : 16500-8500 = 8000 kvarh.
La puissance réactive du compensateur synchrone, fonctionnant pendant toute la journée sera donc : $\frac{8000}{24} = 333{,}333k\,\text{var}$
et puisque nous négligeons la puissance active absorbée, sa puissance apparente devra être : S = 333,333 kVA.
3- Calcul de la puissance active absorbée par la machine synchrone :
P' = 0,065 $\times$ 333333 = 21667 W.

Énergie active (kWh)	Énergie réactive (kVarh)
avant : 13750	avant :16500
après : $24 \times 0{,}065$ Q + 13750	après : 16500 - 24 Q= $tg(Arc\cos 0{,}85) \times P$

D'où l'équation : $16500 - 24Q = 0{,}62 \times (24 \times 0{,}065Q + 13750) \Rightarrow Q = 319{,}42k\,\text{var}$

$$\Rightarrow P = 0{,}065 \times Q = 20{,}76kW$$

$$\Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(20{,}76)^2 + (319{,}42)^2} = 320kVA$$

EXERCICE N° 5

La machine synchrone de l'exercice n°1 du T.D n°5 est couplée sur un réseau de 127/220 V ; 50 Hz ; on utilisera pour son étude le diagramme de Behn-escenburg et on négligera la résistance du stator; on demande :

a- la réactance synchrone par phase correspondant à une excitation de J = 10 A.
b- la machine fonctionnant en compensateur synchrone (on la suppose parfaitement à vide) ; déterminer le courant débité par le réseau pour une excitation de 10 A.

c- calculer la capacité de chacun des trois condensateurs identique, qui, branchés en Δ sur le même réseau, fourniraient la même puissance réactive.
d- l'excitation est toujours 10 A, le moteur entraîne un compresseur qui lui oppose un couple résistant dont le moment a pour valeur : 72 N.m; on admet que le rendement du moteur est de 0,95 ; déterminer le courant débité par le réseau.
e- déterminer le courant d'excitation pour que le moteur, entraînant le compresseur, fournisse la même puissance réactive que dans la deuxième question.
f- le couple résistant du compresseur devenant les 8/5 de sa valeur précédente, on règle l'excitation pour que le moteur ne mette en jeu aucune puissance réactive ; déterminer le courant d'excitation et le courant d'induit.

Solution :

D'après l'exercice n°1 TD n°5

a- $J=10A \quad Z=\dfrac{E}{I_{cc}} \quad E_0=\dfrac{276}{\sqrt{3}}$ pour $J=10A$ $[E(J)]$

Et $I_{cc}=KJ=10J$

$$\Rightarrow Z=\frac{278}{\sqrt{3}.10x10}=1{,}60\,\Omega$$

$$X=\sqrt{Z^2-R^2}=\sqrt{(1{,}6)^2-(0{,}19)^2}$$

$$R\approx 0 \quad \Rightarrow X\approx 1{,}60\,\Omega$$

b- A vide :

$J=10A \quad \Rightarrow E_0=278\,V \quad \Rightarrow E_0=V+XI$

$$\Rightarrow XI=E_0-V=\frac{278}{\sqrt{3}}-\frac{220}{\sqrt{3}}=33{,}5$$

$$\Rightarrow I=\frac{33{,}5}{1{,}6}=20{,}9\,A \qquad I=20{,}9\,A$$

c- $U=\dfrac{1}{c\omega}I_{ph} \qquad I_L=20{,}9\,A$

U : tension entre la ligne du réseau $U=220V$

$$\Rightarrow U=\frac{1}{C\omega}.\frac{I_L}{\sqrt{3}}\Rightarrow C=\frac{I_L}{\sqrt{3}\omega U}$$

$$\Rightarrow C=\frac{I_L}{\sqrt{3}.2\pi f.u}=\frac{20{,}9}{\sqrt{3}.2\pi x50x220}\approx 175\,\mu F$$

d- $J=10A \qquad \eta=\dfrac{P_u}{P_a} \quad P_u 2\pi.n_s.C_r \quad n=1500tr/min$

$$P_u=2\pi.\frac{1500}{60}.72=11304\,W$$

$$\Rightarrow P_a=\frac{P_u}{\eta}=\frac{11304}{0{,}95}\approx 11900\,W$$

$$P_a=\sqrt{3}.UI.\cos\varphi\Rightarrow I.\cos\varphi=\frac{P_a}{\sqrt{3}.U}=\frac{11900}{\sqrt{3}.220}=31{,}2\,A$$

On trouve : $I.\cos\varphi=31{,}2A$

Le diagramme de B.E :

D'après le diagramme : $E_0^2 = (V + XI\sin\varphi)^2 + (XI\cos\varphi)^2$

$$J = 10\,A \;\Rightarrow E_0 \approx 160\,V$$

$$\Rightarrow (160)^2 = (V + XI\sin\varphi)^2 + (1{,}6x31{,}2)^2$$

$$\Rightarrow (V + XI.\sin\varphi)^2 = (160)^2 - (1{,}6x31{,}2)^2 = 23107{,}994$$

$$\Rightarrow I.\sin\varphi = \frac{25}{1{,}6} \;\Rightarrow I.\sin\varphi = 15{,}6$$

$$\Rightarrow \frac{I.\sin\varphi}{I.\cos\varphi} = \frac{15{,}6}{31{,}2} = 0{,}5 \Rightarrow tg\varphi = 0{,}5 \Rightarrow \varphi = 26{,}565$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = 0{,}8944$$

$$\Rightarrow I.\cos\varphi = 31{,}2 \Rightarrow I = \frac{31{,}2}{\cos\varphi} = \frac{31{,}2}{0{,}8944} \approx 35\,A$$

$$\Rightarrow I \approx 35\;\;A$$

<u>2emeMéthode </u>: une fois on a calculé *I.cosφ=31,2A*

$$\Rightarrow XI.\cos\varphi = 1{,}6x31{,}2 \approx 50\,V$$

On dessine : (échelle)

- *OA=V=127V*
- *AH=XI.cosφ=50V*
  E_0=160V (J=10A)=OC (cercle), C se trouve sur une droite // à *OA*
- On mesure *AC=56V≡XI*

$$I = \frac{56}{X} = \frac{56}{1{,}6} = 35\,A$$

e- J ? $\quad Q = \sqrt{3}.UI_b \sin\frac{\pi}{2} = \sqrt{3}.UI.\sin\varphi$

$$\Rightarrow \sqrt{3}Ux20{,}9 = \sqrt{3}.UI.\sin\varphi \Rightarrow I\sin\varphi = 20{,}9$$

(le même cas d) $\quad I.\cos\varphi = 31{,}2\,A$

$$\Rightarrow E_0^2 = (V + XI.\sin\varphi)^2 + (XI.\cos\varphi)^2$$

$$= (127 + 1{,}6x20{,}9)^2 + (1{,}6x31{,}2)^2 = 28233$$

$$\Rightarrow E_0 = 168\,V$$

$$\Rightarrow J = 15\,A \quad \text{d'après } E_0(J)$$

<u>On peut utiliser la méthode graphique</u> :

- *OA=V=127V*
- *AH=XI.cosφ=50V*
- *HC=XI.sinφ=1,6x20,9=33,5V*
- On mesure *OC=E_0=168V*
  ⇒ *E_0(J)* ⇒ *J=15A*

f- $P_a^{'} = \frac{P_u}{\eta} = \frac{2.\pi.n_s.C_r^{'}}{\eta} = \frac{2.\pi.n_s.8C_r}{5\eta} = \frac{8}{5}P_a$

$$\Rightarrow \sqrt{3}.UI^{'} = \frac{8}{5}.\sqrt{3}.UI.\cos\varphi \Rightarrow I^{'} = \frac{8}{5}I.\cos\varphi = \frac{8}{5}.31{,}2 \approx 50\,A$$

I=50 *A*

$$E_0^2 = (V + XI.\sin\varphi)^2 + (XI.\cos\varphi)^2$$
$$= (127 + 0)^2 + (1{,}6x50x1)^2 = 22529 \Rightarrow E_0 = 150\ V \Rightarrow J = 7\ A$$

<u>On peut utiliser la méthode graphique</u> :

- *OA=V=127V*
- *AH=XI.cosφ=50V*
- $AH^{'} = \frac{8}{5}.50 = 80\ V$
- *φ=0*
- On mesure $OH^{'}=E_0=150V \Rightarrow J = 7\ A$

$$AH^{'} = XI^{'} \Rightarrow I^{'} = \frac{80}{1{,}6} = 50\,A$$

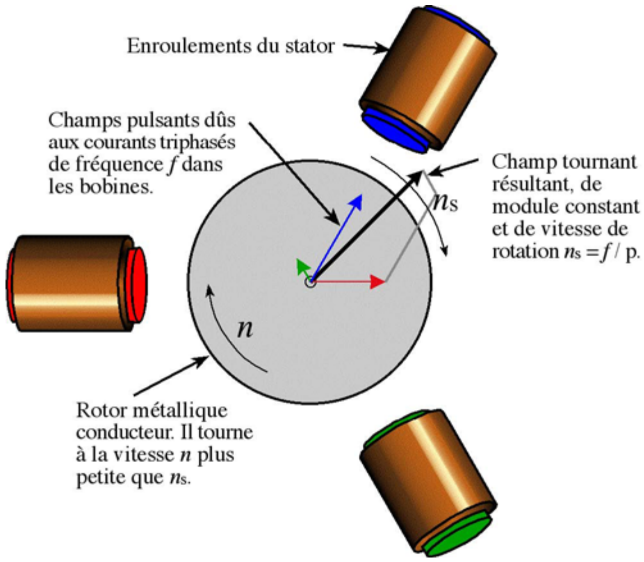
Moteur asynchrone triphasé

1. Constitution et principe de fonctionnement

1-1. Stator (inducteur)

Il est constitué de trois enroulements (bobines) parcourus par des courants alternatifs triphasés et possède p paires de pôles.

Les courants alternatifs dans le stator créent un champ magnétique *B* 1 tournant à la pulsation de : □*s* □□□□□□*p*



1-2. Rotor (induit)

Le rotor n'est relié à aucune alimentation. Il tourne à la vitesse de rotation Ω. Rotor à

cage d'écureuil
Il est constitué de barres conductrices très souvent en aluminium. Les extrémités de ces barres sont réunies par deux couronnes également conductrices. On dit que *le rotor est en court-circuit*. Sa résistance électrique est très faible.

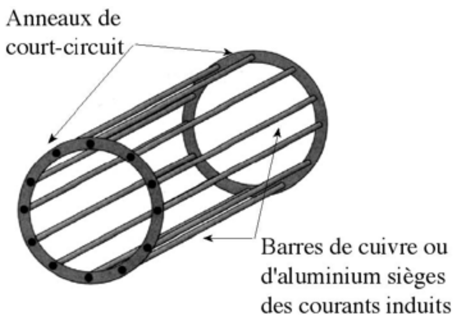
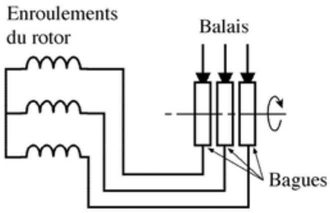


Schéma de principe d'une cage d'écureuil

1.3. Rotor bobiné

Les tôles de ce rotor sont munies d'encoches où sont placés des conducteurs formant des bobinages. On peut accéder à ces bobinages par l'intermédiaire de trois bagues et trois balais. Ce dispositif permet de modifier les propriétés électromécaniques du moteur.



1.4. Courants induits

Des courants induits circulent dans le rotor.

1.5. Entrefer

L'entrefer est l'espace entre le stator et le rotor.

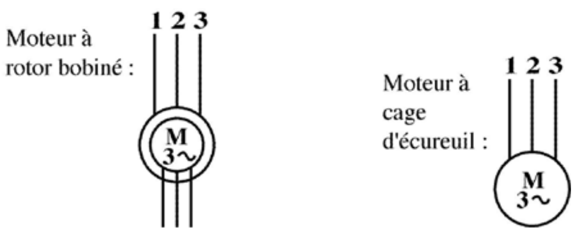
1.6. Glissement

Le rotor tourne à la vitesse Ω plus petite que la vitesse de synchronisme Ω.
On dit que le rotor « glisse » par rapport au champ tournant. Ce glissement g va dépendre de la charge.

$$g = \frac{n_S - n}{n_S}.100$$

Avec : ns : vitesse de rotation de synchronisme du champ tournant ($tr.s^{-1}$).
n : vitesse de rotation du rotor ($trs.s^{-1}$).

Symboles du moteur asynchrone :



3. Fonctionnement du moteur asynchrone :

3-1. Fonctionnement à vide

A vide le moteur n'entraîne pas de charge. Conséquence : le glissement est nul est le moteur tourne à la vitesse de synchronisme. A vide : g = 0 et donc n0 = nS

Autres observations :
-le facteur de puissance à vide est très faible (<0,2) et le courant absorbée reste fort (P est petit et Q est grand).On parle alors de courant réactif ou magnétisant (ils servent à

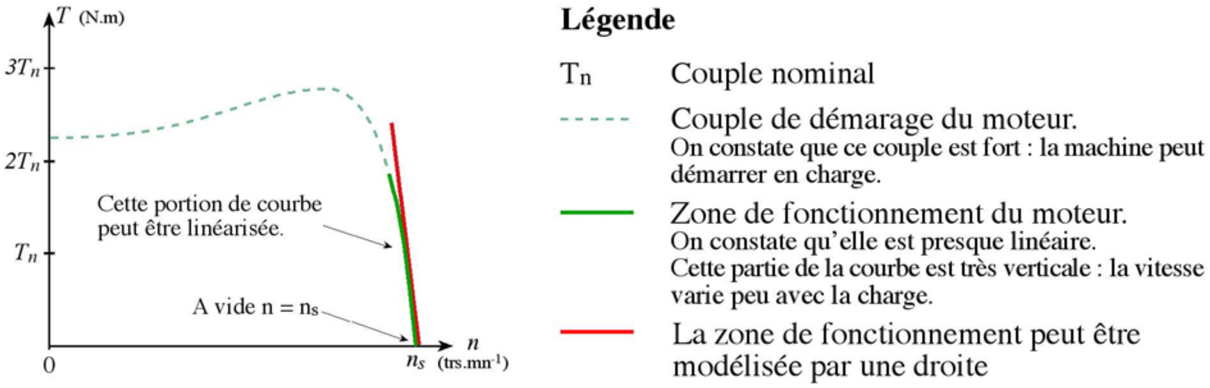
créer le champ magnétique).

3-2. Fonctionnement en charge

Le moteur fournit maintenant de la puissance active, le stator appelle un **courant actif**.

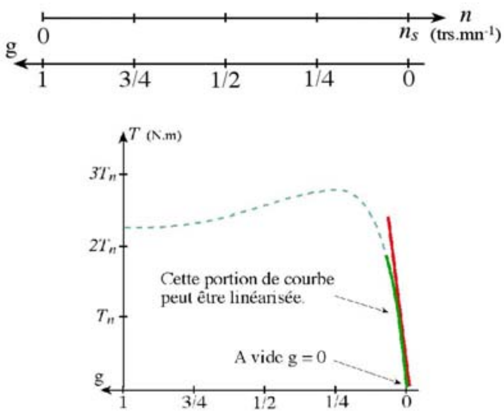
Remarque : le moteur asynchrone est capable de démarrer en charge.

3-3. Caractéristique mécanique $T_u = f(n)$



3-5. Caractéristique mécanique en fonction du glissement

L'axe des abscisses de la caractéristique mécanique peut être représenté par le glissement



TD N° 7

Rappel de cours :

Soient P_0: puissance à vide ; p_m : pertes mécaniques ; $p_{f\,ST}$: pertes fer statoriques ; $p_{J\,ST}$: pertes joules statoriques à vide. On peut écrire :
$P_0 = p_m + p_{f\,ST} + p_{J\,ST0}$

le glissement est calculé par $g = \dfrac{n_S - n}{n_S}.100 \quad (\%)$

la formule de Kloss est donnée par : $K_m = \dfrac{C}{C_M} = \dfrac{2}{\dfrac{g_{crit}}{g} + \dfrac{g}{g_{crit}}}$

Avec C : le couple quelconque, g : le glissement correspondant
C_M : couple maximal, g_{crit} : le glissement critique correspondant au couple maximal

Couple utile en fonction de la puissance utile :
$$C_u = \frac{P_u}{2\pi\, n_N} = 1240\, N.m$$
Les pertes rotoriques : $P_{rotoriques} = g.\ P_e$
Le rendement $\eta = \dfrac{p_a - p_{totales}}{p_a}.100\%$
Lorsque les pertes statoriques sont négligeables, le rendement est calculé par :
$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = 1 - g$$

EXERCICE N°1

Un moteur asynchrone tétrapôlaire porte les indications : 50 Hz ; 220/380 V ; alimenté sous 380 V, il absorbe :
- à vide : I_0 = 5,2 A et p_0 = 390 W.
- en charge : 7,5 A et p_a =4070 W.

La résistance entre 2 bornes de phases du stator est de R= 2,2 Ω. En admettant que les pertes mécaniques et les pertes magnétiques sont égales ; calculer le rendement du moteur lorsque sa fréquence de rotation est de 1430 Tr / mn.

Solution :

Soient P_0: puissance à vide ; p_m : pertes mécaniques ; $p_{f\,ST}$: pertes fer statoriques ; $p_{J\,ST}$: pertes joules statoriques à vide. On peut écrire :
$P_0 = p_m + p_{f\,ST} + p_{J\,ST0}$
Le couplage est en étoile, donc la résistance par phase est:
$r = R/2 = 2,2/2 = 1,1\ \Omega$,
Les pertes joules statoriques à vide : $p_{J\,ST0} = 3.r.(I_0)^2 = 90$ w
Puisque $p_m = p_{f\,ST}$ donc : $P_0 = 2.p_m + p_{J\,ST0}$ et par conséquent:
$p_m = p_{f\,ST} = ½(P_0 - p_{J\,ST0}) = 150\ W$
En charge : $p_{J\,ST} = 3.r.(I)^2 = 186$ W

La vitesse de synchronisme: $n_S = \frac{60.f}{P} = 1500\ tr/mn$

D'où: le glissement $g = \frac{n_S - n}{n_S}.100 = 4{,}7\%$

La puissance transmise peut être calculée par : $P_e = P_a - (p_{f\,ST} + p_{J\,ST}) = 3734$ W

Les pertes rotoriques sont évaluées par : $p = g.P_e = 175$ W

Les pertes totales : $p_{totales}$ = 186+150+175=511 W

Enfin le rendement est : $\eta = \frac{p_a - p_{totales}}{p_a}.100\% = 87{,}44\ \%$

EXERCICE N° 2

Un moteur asynchrone à bagues présente les caractéristiques :95 KW ;220/ 380 V; 50 Hz ; 8 pôles.

1-1. Sachant qu'il est alimenté par une ligne triphasée en 380 V ; Quel doit être le couplage de l'enroulement statorique ?

1-2. Calculer la fréquence de synchronisme en (tr /mn) .

2-1. En marche normale, le glissement vaut 2,45 % ; en déduire la fréquence de rotation correspondante.

2-2. Quel est alors la valeur du couple utile ?

3. le moteur étant très puissant, on peut négliger ses pertes statoriques et mécaniques pour le régime nominal ; calculer :

3-1. La puissance électrique absorbée P_a .

3-2. Les pertes rotoriques.

3-3. La valeur efficace des courants rotoriques si la résistance mesurée entre 2 bagues est de 0,06 Ω

(On néglige les pertes magnétiques dans le rotor) .

3-4. Le courant absorbé au stator si le facteur de puissance est de 0,83.

4. on alimente désormais le moteur avec une ligne de 220 V.

4-1. Quel doit être le couplage du stator ?

4-2. Pour le régime nominal, calculer la valeur efficace des courants : dans la ligne , dans les phases statoriques et rotoriques.

4-3. Le champ magnétique $\vec{B_0}$ est-il modifié par rapport aux questions précédentes ?

Solution :

1-1). La tension composée du réseau est 380 V, donc le couplage doit être en étoile car d'après la plaque signalétique du moteur, chaque phase peut supporter 220 V.

1-2). La vitesse de synchronisme: p=4 donc $n_S = \frac{60.f}{P} = 750\ tr/mn$

2-1). le glissement $g_N = \frac{n_S - n_N}{n_S}.100$ donc: $n_N = (1-g).n_S = 732\ tr/mn$

2-2). la puissance utile est calculée par: $P_u = 2\pi.n_N\ C_u$, ce qui donne : $C_u = \frac{P_u}{2\pi\, n_N} = 1240\ N.m$

3-1). la puissance électrique absorbée : P_a = $P_a \approx P_e = P_u + p_{rotoriques}$ (les pertes statoriques sont négligeables).

$P_{rotoriques} = g.\ P_e$ donc : $P_a = \frac{P_u}{1-g} = 97386\,W$

- On peut utiliser la méthode suivante :

Lorsque les pertes statoriques sont négligeables, le rendement est calculé par : $\eta = \frac{P_u}{P_a} = 1 - g$ et par conséquent : $P_a = \frac{P_u}{1-g} = 97386\,W$

3-2).Les pertes rotoriques : $p_{rotoriques}= g.\ P_e= g.\ P_a= 2386\ W$

- On peut utiliser : $p_{rotoriques}=\ Pe- Pu$ = 2386 W

3-3). puisque les pertes fer rotoriques sont négligeables, $p_{rotoriques}=p_{joules}= 3\ RI_2^2$

R=0,06/2 = 0,03 Ω (le couplage dans le rotor est toujours en étoile)

Ce qui donne : $I_2 = \sqrt{\frac{p_{rotoriques}}{3.R}} = 163\,A$

3-4). la puissance absorbée est calculée par : $P_a = 3V_1 I_1 \cos\varphi_1$ d'où : $I_1 = \frac{P_a}{3V_1 \cos\varphi_1} = 178\,A$

4-1). la tension composée du réseau est 220 V, donc le couplage doit être en triangle car d'après la plaque signalétique du moteur, chaque phase peut supporter 220 V.

4-2). la puissance absorbée est calculée par : $P_a = 3V_1 I_1 \cos\varphi_1$

d'où : $I_{1L} = \frac{P_a}{\sqrt{3} U_1 \cos\varphi_1} = 308\,A$, donc : I_{ph}= $I_{ph} = \frac{I_{1L}}{\sqrt{3}} = 178\,A$

Dans le rotor, il n'y a pas eu de changement de puissances, ni de pertes (c'est le même bilan de puissance) dans les 2 cas, donc le courant rotorique est le même :

$I_2 = \sqrt{\frac{p_{rotoriques}}{3.R}} = 163\,A$

4-3). la f.e.m induite dans les phases statoriques est calculée par :

$E = 4{,}44 N f \Phi$, ce qui donne : $\Phi = \frac{E}{4{,}44 N f} = B.S$ donc : $B = \frac{E}{4{,}44 N f S}$

Avec N : nombre de spires dans les phases statoriques (constante)

f : fréquence (constante).

S : section du noyau magnétique (constante).

Puisque la f.e.m induite dans les phases statoriques a une valeur constante dans les deux cas, elle a comme valeur efficace 220 V, donc le champ magnétique B ne sera pas modifié par rapport au premier cas (couplage en toile).

EXERCICE N °3

Pour un moteur triphasé à cage d'écureuil, l'enroulement statorique en étoile ; on donne : U_1= 380V ; f= 50Hz ; P_N = 20 KW ; η_N =0,88 ; n_N = 960 tr/mn ; cos φ_N = 0,84 ; $K_m = \frac{C_m}{C_N} = 1{,}8$; Déterminer :

1- Le courant statorique, le nombre de pôles, et le glissement pour le régime nominal.
2- Le couple nominal, le couple maximal, le glissement critique, et le couple de démarrage.
3- la vitesse correspondante au glissement critique, tracer la caractéristique mécanique n = f(c).

Solution :

1) Le rendement est calculé par : $\eta = \frac{P_u}{P_a} x100\%$ donc $P_a = \frac{P_u}{\eta_N} = 3V_{1N} I_{1N} \cos\varphi_{1N}$

Ce qui donne $I_{1N} = \frac{P_u}{3\eta_N V_{1N} \cos\varphi_{1N}} = 41A$

On utilise la formule suivante pour calculer la vitesse de synchronisme : $n_S = \frac{60f}{p}$

P	1	2	3	4
n_S(tr/mn)	3000	1500	1000	750

Puisque la vitesse nominale est 960tr/mn , la vitesse de synchronisme est alors 1000 tr/mn (d'après le tableau précédent) et par conséquent le nombre de pôle est 2p = 6 pôles.

$$g_N = \frac{n_S - n_N}{n_S} = \frac{1000 - 960}{1000} x100\% = 4\%$$

2) la puissance utile est calculée par: $P_u = 2\pi . n_N \, C_u$, ce qui donne : $C_u = \frac{P_u}{2\pi \, n_N} = 199 N.m$

Puisque $Km = \frac{C_m}{C_N} = 1{,}8$ donc C_m = 1,8. C_u = 358 N.m

- glissement critique, on utilise la formule de Kloss :

$K_m = \frac{C_N}{C_M} = \frac{2}{\frac{g_{crit}}{g_N} + \frac{g_N}{g_{crit}}}$, après application numérique, on aura une équation du 2ème degré et qui a comme solution 2 racines :

g_1 = 1,2 % (refusé car le crissement critique doit être supérieur à g_N)
g_2 = 13,2 % (accepté).
g_{crit} = *13,2 %*

- Couple de démarrage :

$\frac{C_d}{C_M} = \frac{2}{\frac{g_{crit}}{1} + \frac{1}{g_{crit}}}$ ce qui donne : $C_d = \frac{2.C_M}{\frac{g_{crit}}{1} + \frac{1}{g_{crit}}} = 93 N.m$

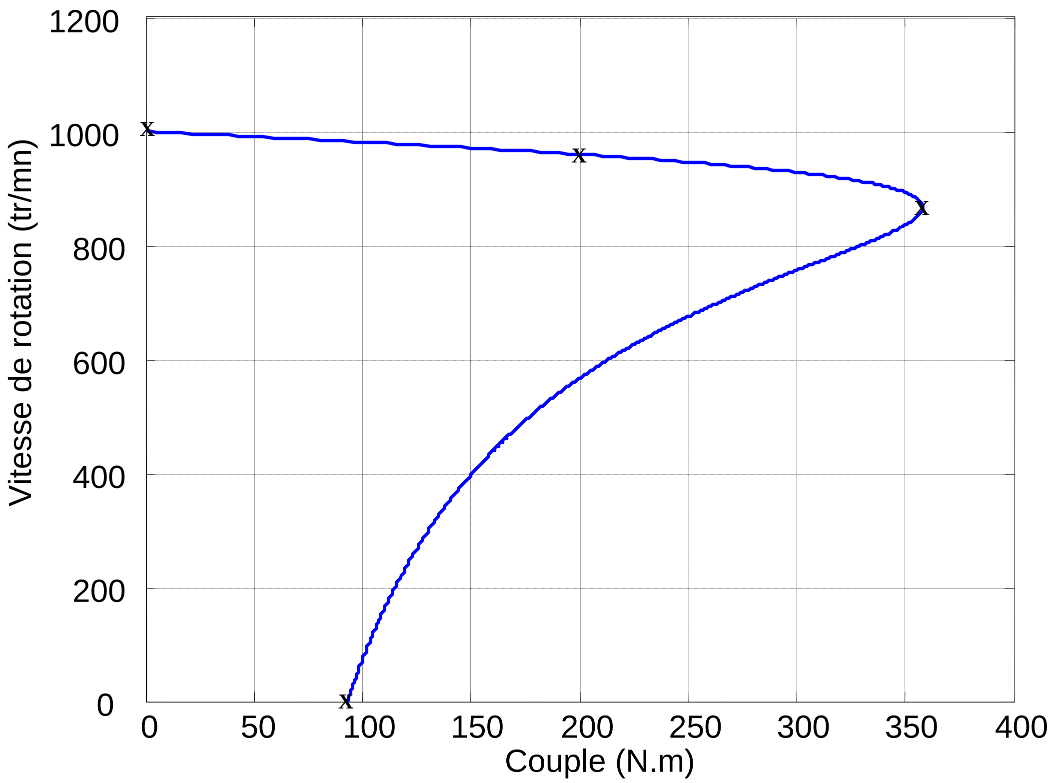
3) la vitesse correspondante au glissement critique :

$n_{crit} = n_S .(1 - g_{crit}) = 868$ *tr/mn*

- Caractéristique mécanique : n =f(C)

n(tr/mn)	0	868	960	1000
C (N.m)	93	358	199	0

On peut ajouter d'autres points en utilisant les 2 formules suivantes pour calculer la vitesse et le couple correspondant puisqu'en fonctionnement moteur g est compris entre 0 et 1 : $n = n_S .(1 - g)$ et $\frac{C}{C_M} = \frac{2}{\frac{g_{crit}}{g} + \frac{g}{g_{crit}}}$



EXERCICE 4

Un moteur asynchrone tétrapôlaire, stator monté en triangle, fonctionne dans les conditions suivantes : tension entre phases = U = 380 V; fréquence = f = 50 Hz; puissance utile = 5 kW; vitesse de rotation = n = 1440 tr/min.; cosφ = 0,9; intensité en ligne = I = 10 A. La résistance, mesurée pour ce régime de marche, entre deux bornes du stator est R = 0,8 Ω.

On admettra, pour ce fonctionnement, que les pertes dans le fer sont égales aux pertes par effet Joule dans le stator et que les pertes mécaniques sont négligeables.

1- Calculer pour le régime nominal:

Le glissement; le couple utile; l'intensité du courant dans chaque phase du stator; les pertes du stator;la puissance absorbée par le moteur;le rendement ;et les pertes Joules dans le rotor.

2- Si le couple maximal vaut C_M = 66,6 N.m, calculer la vitesse correspondante et le couple de démarrage.

3- En ajoutant un point de fonctionnement du moteur dans sa partie stable et un autre dans la partie instable, établir la caractéristique mécanique C = f(n).

Solution :

1) $n_S = \dfrac{60f}{p} = 1500\, tr/mn$

$$g_N = \frac{n_S - n_N}{n_S} = \frac{1500 - 1440}{1500} x100\% = 4\%$$

$$P_u = 2\pi n_N C_u \Rightarrow \quad C_u = \frac{P_u}{2\pi n_N} = \frac{5000.60}{2\pi.1440} = \quad 33{,}16 \;\; N.m$$

Courant dans chaque phase :

$$I_{ph} = \frac{I}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = 5{,}77\,A$$

Les pertes Joules statoriques : la résistance par phase est $r = \frac{3}{2}R = 1{,}2\ \Omega$ (couplage triangle)

$$p_{Jst} = 3rI_{ph}^2 = 120\,w$$

Les pertes statoriques :

$$p_{st} = p_{Jst} + p_{fer} = 2\,x\,120 = 240\,w$$

La puissance absorbée par le moteur :

$$P_a = 3.V_1.I_{ph}.\cos\varphi = 5924\,w$$

Le rendement : $\eta = \frac{P_u}{P_a}\,x\,100\% = 84{,}4\,\%$

Les pertes joule dans le rotor : Les pertes mécaniques et magnétiques sont négligeables, donc :

$$p_{J.rot} = p_{rot} = P_e = g(P_a - p_{st}) = 227{,}36\,w$$

2) Glissement critique :
On utilise la formule de Kloss :

$\frac{C_N}{C_M} = \frac{2}{\frac{g_{crit}}{g_N} + \frac{g_N}{g_{crit}}}$, après application numérique, on aura une équation du 2ème degré et qui a comme solution 2 racines :

g_1 = 1 % (refusé car le crissement critique doit être supérieur à g_N)
g_2 = 15 % (accepté).

$n_{crit} = n_S\,(1 - g_{crit}) = 1275$ tr/mn.
Couple de démarrage :

$\frac{C_d}{C_M} = \frac{2}{\frac{g_{crit}}{1} + \frac{1}{g_{crit}}} \Rightarrow$ C_d = 19,54 N.m

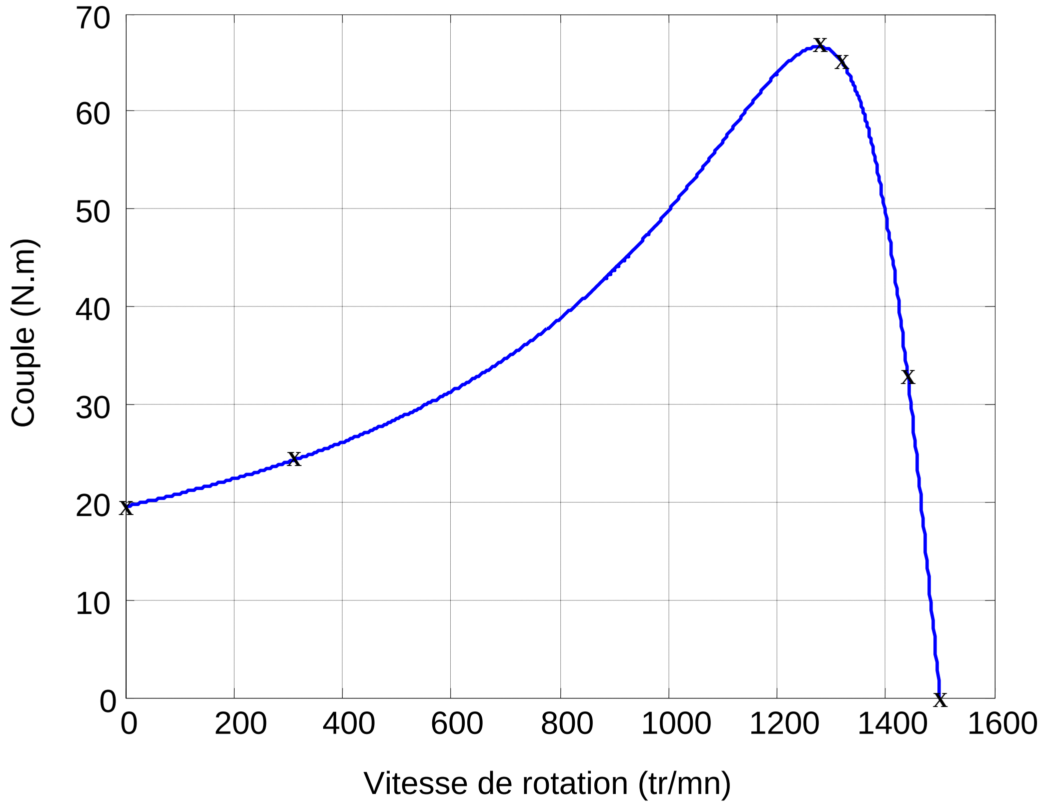
3) caractéristique mécanique C = f(n) :

on choisit un point dans la partie stable par exemple g_1 = 0,10 ; on calcule la vitesse correspondante

$n_1 = n_S\,(1 - g_1) = 1350$ tr/mn et le couple en utilisant la formule de Kloss ; on aura :
C = 61,5 N.m.
on choisit de la même manière un point dans la partie instable par exemple g_2 = 0,8 ; on calcule la vitesse correspondante

$n_2 = n_S\,(1 - g_2) = 300$ tr/mn et le couple en utilisant la formule de Kloss ; on aura :
C = 24,13 N.m.
On rassemble le tableau suivant:

n (tr/mn)	0	300	1275	1350	1440	1500
g	1	0,8	0,15	0,10	0,04	0
C (N.m)	19,54	24,13	66,60	61,50	33,16	0



EXERCICE N°5

La plaque signalétique d'un moteur asynchrone à bagues porte les indications suivantes : 40 kw ; 220/380 v ; 50Hz ; 1455 tr/min ; η= 0,90 ; cosφ = 0,85.

- Essayé sous le réseau 220/380v ; à rotor ouvert, la tension entre bagues est de 240 v.
- On a mesuré à la température du régime de fonctionnement la résistance entre bornes du stator r_1 = 0,1 Ω et la résistance entre bornes du rotor r_2 = 0,08 Ω.

1- Quel doit être le couplage du moteur pour qu'il fonctionne sur ce réseau ? Quelle est la vitesse de synchronisme et combien de pôles possède la machine ?

2- Calculer, pour le fonctionnement nominal :
   - 2-1. Le courant statorique
   - 2-2. Le glissement.
   - 2-3. Le couple utile.
   - 2-4. La fréquence des courants rotoriques.
   - 2-5. Peut-on négliger les pertes magnétiques rotoriques ? justifier

3- En admettant que les pertes mécaniques sont très faibles, faire le bilan de puissance et calculer :
   - 3-1. Les pertes joules statoriques.
   - 3-2. Les pertes rotoriques, en déduire la valeur du courant rotorique
   - 3-3. Les pertes fer statoriques.

4- Calculer :
   - 4-1. Le couple de démarrage

4-2. Le couple maximal.
4-3. Le glissement critique et la vitesse correspondante

Solution :

1. Le couplage du stator doit être en étoile car chaque phase peut supporter 220 V. La vitesse synchrone la plus proche de 1455 tr/min est 1500 tr/min

n_S = 1500 tr/min

$n_S = 60.f / p \Rightarrow p= 60x50/1500 = 2 \Rightarrow 2p=$ 4 pôles

2-1. $\eta = \dfrac{P_u}{P_a} \Rightarrow P_a = \dfrac{P_u}{\eta} = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos\phi_1 \Rightarrow I_1 = \dfrac{P_u}{\sqrt{3}\,\eta U_1 I_1 \cos\phi_1}$

$\Rightarrow I_1 = 79{,}44\ A$

2-2. glissement :

$$g = \frac{n_S - n}{n_S} = \frac{1500 - 1455}{1500} x100\% = 3\ \%$$

2-3. couple utile :

$$P_u = 2\pi\, n_N\, C_u \quad \Rightarrow C_u = \frac{P_u}{2\pi\, n_N} = 262{,}6\ N.m$$

2-4. La fréquence des courants rotoriques :

$f_2 = g.f = 3\,x\,50/100 = 1{,}50\,Hz$

2-5. On peut négliger les pertes fer rotoriques car elles sont proportionnelles à la fréquence au carré, comme f_2 est faible, les pertes fer rotoriques seront faibles aussi.

3-1. Le bilan des puissances :

$P_a = P_u + \Sigma$pertes statoriques et rotoriques.

$P_a = P_u + p_{Joules\ St} + p_{fer\ St} + p_{mécan} + p_{\ Joules\ Rot} + p_{fer\ Rot}$

Les pertes joules statoriques :

$$p_{JoulesSt} = 3.\frac{r_1}{2}.I_1^2 = 3x\frac{0{,}1}{2}x\,(79{,}44)^2 = 946{,}6\,w$$

3-2. Les pertes rotoriques :

$$p_{rotoriques} = P_e - P_u = 2\pi\, n_S\, C - 2\pi\, n_N\, C = 2\pi\, C(n_S - n_N)$$
$$= 2\pi\, C\, g\, n_S = g\, P_e = g(P_u + p_{rotoriques})$$

donc : $p_{rotoriques} = \dfrac{g}{1-g}.P_u = \dfrac{0{,}03}{1-0{,}03}.40000 = 1237\,w$

puisque : $p_{méc} = p_{fer\ Rot} = 0$

$$p_{rotoriques} = p_{JoulesRot} = 3.\frac{r_2}{2}.(I_2^2)$$

$$\Rightarrow I_2 = \sqrt{\frac{2.p_{JoulesRot}}{3r_2}} = \sqrt{\frac{2x1237}{3x0{,}08}} = 101{,}5\,A$$

3-3. Les pertes fer statoriques :

Pa= Pu + pJoules St+ pfer St + p Joules Rot

$\Rightarrow$ pfer St = Pa -Pu - pJoules St - p Joules R0t = (40000/0,9) – 40000 – 946,6 – 1237 pfer St = 2260,8 w

4-1. Couple de démarrage :

L'expression du couple : $C = \dfrac{3pV_1^2 \dfrac{R_2'}{g}}{\omega\left[\left(\dfrac{R_2'}{g}\right)^2 + X'^2\right]}$

Le rapport de transformation : m = 240/380 =12/19

$$R_2' = \frac{r_2}{2.m^2} = \frac{0{,}08}{2.\left(\dfrac{12}{19}\right)^2} = 0{,}1\ \Omega$$

pour le couple utile : $C_u = \dfrac{3pV_1^2 \dfrac{R_2'}{g_N}}{\omega\left[\left(\dfrac{R_2'}{g_N}\right)^2 + X'^2\right]} = 262{,}6\,N.m$

donc : $11{,}111 + X'^2 = 11{,}739 \Rightarrow X' = 0{,}79\ \Omega$

Au démarrage g = 1

$$C_d = \frac{3pV_1^2R_2'}{\omega[R_2'^2 + X_2'^2]} = 145{,}8\ N.m$$

4-2. couple maximal : $C_M = \dfrac{3pV_1^2}{2\omega X'} = \dfrac{3x2x(220)^2}{2x314x0{,}79} = 585\ N.m$

4-3. glissement critique : $g_{crit} = \dfrac{R_2'}{X'} = \dfrac{0{,}1}{0{,}79}x100\% = 12{,}6\,\%$

La vitesse critique : $n_{crit} = n_S(1 - g_{crit}) = 1500(1 - 0{,}126) = 1311\ tr/\min$

EXERCICE N °6

Un moteur asynchrone à rotor bobiné et à bagues est alimenté par un réseau triphasé 50Hz, 220V/380V. Le couplage de l'enroulement stator est en triangle.
En mesurant à chaud la résistance entre 2 bornes on trouve au stator Rs = 0,267 Ω et au rotor Rr = 0,1 Ω. Un essai à vide a été effectué sur cette machine. Le moteur tourne pratiquement à la vitesse de synchronisme (N = 1500 tr/min).
La méthode des 2 wattmètres indique :P1=2200 W, P2= -700 W et I0 = 20 A. (courant de ligne)
Un essai en charge est effectué à l'aide d'une charge mécanique, les courants absorbés étant alors équilibrés. On a relevé les résultats suivants:
N' = 1450 tr/min P_1 = 14481 P_2 = 5519 W I = 38,5 A.
Sachant que les pertes mécaniques sont constantes et égales à 700 W:
1) Calculer les pertes Joule au stator lors de cet essai à vide. En déduire les pertes fer au stator P_{fs} (que l'on supposera constante dans la suite du problème).
2) Calculer les puissances active et réactive totales absorbées par le moteur. En déduire le facteur de puissance lorsqu'on charge le moteur.

3) Calculer la fréquence des courants rotoriques. Que peut-on dire sur les pertes fer au rotor (P_{fr}).
4) Faire un bilan de puissance et calculer les pertes Joule au stator et la puissance transmise. En déduire les pertes Joule rotor P_{jr}. Calculer la valeur efficace des courants rotoriques.
5) Calculer la puissance utile P_u et le rendement du moteur lors de cet essai.
6) Calculer le couple utile C_u et le couple électromagnétique C_{em}

Solution :

1) Pertes Joules et pertes fer au stator

Quelque soit le couplage les pertes Joule au stator à vide (P_{js0}) sont données par
$P_{js0} = (3/2)R_s I_0^2 = 160{,}2W$
Elles peuvent aussi être calculée à partir du courant dans les enroulements du stator. Ce dernier étant couplé en triangle les spires sont parcourues par un courant de valeur efficace

$$J_0 = \frac{I_0}{\sqrt{3}} = 11{,}55A$$

et la résistance par phase est de $R' = (3/2).\ R = 0{,}4W$
Les pertes Joule dans ces enroulements sont alors $P_{js0} = 3R'J_0^2 = 160{,}1W$
Pertes fer (P_{fs})
A vide, la puissance utile (P_u) est nulle. Les pertes Joule au rotor (P_{jr}) sont proportionnelles au glissement. Celui ci étant peu différent de zéro à vide les pertes Joule au rotor sont négligeable. La puissance absorbée par le moteur se décompose alors en : $P_0 = P_m + P_{fs} + P_{js0}$
où P_m représente les pertes mécaniques.
Par ailleurs, la méthode des deux wattmètres nous donne $P_0 = P_1 + P_2 = 1500W$
d'où : $P_{fs} = P_0 - P_{js0} - P_m = 639{,}8W$

2) Puissances active et réactive - facteur de puissance

Toujours en exploitant les résultats donnés par la méthode des deux wattmètres

$P = P_1 + P_2 = 20kW$

$$Q = \sqrt{3}(P_1 - P_2) = 15{,}523\,kVAR$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 25{,}317kVA$$

et le facteur de puissance $\cos \varphi = P / S = 0{,}79$

3) Fréquence au rotor, pertes fer au rotor

Le glissement en charge est de : $g = (N - N') / N = 0{,}033$

La fréquence des courants au rotor est donc $f_r = gf_s = 1{,}66Hz$

Les pertes fer sont une fonction croissante de la tension et de la fréquence. Pour un moteur asynchrone, les enroulements du rotor sont en court circuit et, comme nous venons de le calculer, la fréquence est très faible. Les pertes fer au rotor seront par conséquent négligeables.

4) Bilan de puissance en charge

La puissance utile est: $P_u = P - P_{js} - P_{fs} - P_{jr} - P_m = (1 - g)P_{tr} - P_m$

P_u: puissance utile
P_{jr}: pertes Joule au rotor en charge
P_{js}: pertes Joule au stator en charge
P_{tr}: puissance transmise

Connaissant le courant absorbé en charge, on obtient les pertes Joule au stator en charge
$P_{js} = (3/2)R_sI^2 = 593,6W$

Les pertes fer au stator étant constantes, la puissance transmise est

$$P_{tr} = P - P_{js} - P_{fs} = 18,766kW$$

On en déduit les pertes Joule au rotor $P_{jr} = gP_{tr} = 619,3W$
Le couplage des enroulements rotor étant en étoile on peut écrire

$$P_{jr} = 3RJ^2 \quad \text{ou} \quad P_{jr} = (3/2)R_rJ^2$$

où J désigne la valeur efficace du courant au rotor et R la résistance mesurée sur une phase. Pour un couplage étoile on a $R_r = 2R$ d'où :

$$J = \sqrt{\frac{2P_{jr}}{3R_r}} = 64,2A$$

5) Puissance utile et rendement en charge
la puissance utile $P_u = (1 - g) P_{tr} - P_m = 17,441kW$
et le rendement $\eta = Pu / P = 0,87$
6) Couples utile et électromagnétique
Connaissant les puissance utile et transmise on en déduit les couples correspondant
Couple utile $Tu = Pu / 2\pi N' = 114,9Nm$
Couple électromagnétique $T = Ptr / 2\pi N = 119,5Nm$

EXERCICE N °7

Un moteur asynchrone triphasé à rotor bobiné est alimenté par un réseau triphasé 50 Hz dont la tension entre phases est U = 380 V. Les enroulements du stator et du rotor sont en étoile. La résistance mesurée à chaud entre deux bornes de phases du stator est Rs = 0,2 Ω, celle mesurée à chaud entre deux bagues du rotor est : R = 0,08 Ω. A vide, le moteur tourne pratiquement à 1500 tr/min et la méthode des deux wattmètres donne :
PA = 900 W et PB = - 410 W.
1) Calculer le nombre de pôles du stator, le facteur de puissance et l'intensité en ligne à vide
2) Les pertes mécaniques sont constantes et égales à 100 W. Calculer les pertes dans le fer du stator. Ces pertes seront considérées comme constantes.

3) Lors d'un essai en charge, on obtient:
N' = 1440 tr/min ; P_1 = 4500W ; P_2 = 2000 W
Calculer le glissement, le facteur de puissance, le courant au stator, le rendement et le couple utile.
Le moteur entraîne une machine dont la caractéristique mécanique est une droite d'équation:
C_r= 20 + (N'/100) (N' s'exprime en tr/min et C_r en N.m).

4) Calculer la fréquence de rotation du groupe et la puissance utile du moteur sachant que sa caractéristique mécanique est une droite en fonctionnement normal.

5) Quelle résistance doit-on mettre en série avec chacun des enroulements du rotor pour que la fréquence du groupe précédent devienne 1410 tr/min.

Solution :

1) Essai à vide

a) Pertes Joule

A vide la puissance absorbée se décompose en:

$P_v = P_{fs} + P_{js} + P_m$

P_{fs}: pertes fer au stator

P_{js0}: pertes Joule au stator à vide

p_m: perte mécaniques

Les pertes Joule au rotor sont proportionnelles au glissement et à la puissance transmise P_{tr}

$P_{js} = gP_{tr} = g\ (P_{abs} - P_{fs} - P_{js})$

A vide le glissement est très faible, la vitesse de rotation du rotor est quasiment égale à la vitesse de synchronisme, et la puissance transmise est faible (Puissance utile nulle). A vide, les pertes Joule au rotor sont donc négligeables.

b) Pertes fer et pertes mécaniques

A vide les pertes Joule au stator s'exprime par:

$P_{js0} = (3/2)R_aI_0^2 = 150,5$ W

où $R_a = 2R = 0,8$ □ est la résistance mesurée entre phase au stator. On a donc

$P_{fs} + P_m = P_v - P_{js0} = 999,5$ W

P_m =510 W, d'où:

$P_{fs} = 489,5$ W

Pour ce qui est des pertes fer au rotor, que ce soit en charge ou à vide, elles sont fonction de la tension au rotor et de la fréquence des courants rotoriques. La fréquence des courants au rotor étant très faible ($f_{rotor} = g\ f_{stator}$) et celui ci étant en court-circuit les pertes fer au rotor peuvent être négligées.

2) Essai en charge

a) Facteur de puissance et vitesse de rotation

A partir de la définition de la puissance active en triphasé on déduit :

$$\cos\phi = \frac{P}{\sqrt{3}UI} = 0,859$$

Le glissement étant définit par

g = (N - N') / N

on a

N' = (1 - g)N = 1440 tr/mn

f) Fréquence des courants rotoriques

$f_{rotor} = g\ f_{stator} = 2$ Hz

Concernant les pertes fer, la remarque de la question précédente reste valable, elles sont toujours négligeables.

3) Pertes Joule au stator et au rotor

Pertes Joule au stator

Elles sont données par

$P_{js} = (3/2)R_aI^2 = 1228,8$ W

Pertes Joule au rotor

Elles sont proportionnelles à la puissance transmise

$P_{jr} = gP_{tr} = g\ (P_{abs} - P_{fs} - P_{js}) = 655,3$ W

4) Puissance utile et rendement en charge

La puissance utile est donnée par

$P_u = P_{abs} - P_{fs} - P_{js} - P_{jr} - P_m = (1 - g)\ (P_{abs} - P_{fs} - P_{js}) - P_m = (1 - g)\ P_{tr} - P_m$

$= P_u / P = 0,84$

5) Moment du couple utile

Par définition il est donné par
$C_u = P_u$ / 2N' = 100,9 Nm

EXERCICE N °8

Un moteur asynchrone triphasé, dont le stator est monté en étoile, est alimenté par un réseau 380 V entre phases 50 Hz. Chaque enroulement du stator a une résistance R = 0,4 Ω. Lors d'un essai à vide, le moteur tournant pratiquement à 1500 tr/min, la puissance absorbée est de P_0 = 1150 W, le courant par fil de ligne est I_0 = 11,2 A.
Un essai avec la charge nominale sous la même tension de 380 V, 50 Hz, a donné les résultats suivants: glissement: 4%, puissance absorbée: 18,1 kW, courant en ligne: 32 A.
1) Essai à vide:
a) Calculer les pertes par effet Joule dans le stator lors de l'essai à vide. Que peut-on dire des pertes par effet Joule dans le rotor lors de cet essai?
b) En déduire les pertes dans le fer sachant que les pertes mécaniques sont négligeables.
2) Essai en charge:
a) Calculer le facteur de puissance nominal et la fréquence nominale de rotation.
b) Calculer la fréquence des courants rotoriques pour un glissement de 4%. Que peut-on en déduire pour les pertes dans le fer du rotor?
3) Calculer les pertes par effet Joule dans le stator et dans le rotor en charge nominale.
4) Calculer la puissance utile et le rendement du moteur en charge nominale.
5) Calculer le couple utile nominal.

Solution :

1) Essai à vide
a) Pertes Joule
A vide les pertes Joule au stator s'exprime par:
$P_{js0} = (3/2)R_aI_0^2$ = 150,5 W
où R_a = 2R = 0,8 Ω est la résistance mesurée entre phases au stator.
A vide la puissance absorbée se décompose en:
$P_0 = P_{fs} + P_{js} + P_m$
P_{fs}: pertes fer au stator
P_{js0}: pertes Joule au stator à vide
p_m: pertes mécaniques
Les pertes Joule au rotor sont proportionnelles au glissement et à la puissance transmise P_{tr}
$P_{jr} = gP_{tr} = g\ (P_{abs} - P_{fs} - P_{js})$
A vide le glissement est très faible, la vitesse de rotation du rotor est quasiment égale à la vitesse de synchronisme, et la puissance transmise est faible (Puissance utile nulle). A vide, les pertes Joule au rotor sont donc négligeables.
b) Pertes fer
$P_{fs} + P_m = P_0 - P_{js0}$ = 999,5 W
P_m = 0 , d'où: P_{fs} = 999,5 W
Pour ce qui est des pertes fer au rotor, que ce soit en charge ou à vide, elles sont fonction de la tension au rotor et de la fréquence des courants rotoriques. La fréquence des courants au rotor étant très faible ($f_{rotor} = g\ f_{stator}$) et celui ci étant en court-circuit les pertes fer au rotor peuvent être négligées.

2) Essai en charge
a) Facteur de puissance et vitesse de rotation
A partir de la définition de la puissance active en triphasé on déduit

$$\cos\phi = \frac{P}{\sqrt{3}UI} = 0{,}859$$

Le glissement étant définit par $g = (N_S - N) / N_S$
on a donc $N = N_S(1 - g) = 1440$ tr/mn

b) Fréquence des courants rotoriques
$f_{rotor} = g\, f_{stator} = 2$ Hz
Concernant les pertes fer, la remarque de la question précédente reste valable, elles sont toujours négligeables.

3) Pertes Joule au stator et au rotor

Pertes Joule au stator sont données par :
$P_{js} = (3/2)R_a I^2 = 1228{,}8$ W
Pertes Joule au rotor sont proportionnelles à la puissance transmise :
$P_{jr} = g\, P_{tr} = g\, (P_{abs} - P_{fs} - P_{js}) = 635$ W

4) Puissance utile et rendement en charge
La puissance utile est donnée par :
$P_u = P_{abs} - P_{fs} - P_{js} - P_{jr} - P_m = 15237$ W
$\eta = 100.\, P_u / P_a = 84$ %
5) Couple utile :
Par définition il est donné par : $C_u = 60.P_u / 2\pi N = 101$ Nm

T.D N° 08

Rappel de cours :

Le rapport de transformation d'un moteur asynchrone est calculé par : $m = \frac{U_2}{U_1}$

U_2 : tension mesurée aux bornes des bagues du rotor
U_1 : tension alimentant le stator

La résistance rotorique ramenée au stator est calculée par $R_2^{'} = \frac{R_2}{m^2}$

Le couple peut être calculé par l'expression suivante :

$$C_N = \frac{3pV_1^2 \frac{R_2^{'}}{g_N}}{\omega\left[\left(\frac{R_2^{'}}{g_N}\right)^2 + X^{'2}\right]}$$

Le couple maximal : $C_M = \frac{3pV_1^2}{2\omega X'}$

Avec $X^{'}$ réactance ramenée au stator

Pour le circuit simplifié on peut calculer le courant débité au stator par :
$I_{1N}^2 = (I_0 + I_2^{'}\sin\varphi_2)^2 + (I_2^{'}\cos\varphi_2)^2$

Puisque $\overline{V_1} = \overline{I_2^{'}}(\frac{R_2^{'}}{g} + j.X')$ donc le courant : $I_2^{'} = \frac{V_1}{\sqrt{\left(\frac{R_2^{'}}{g}\right)^2 + (X')^2}}$

Diagramme du cercle simplifié:

On représente I_0 =OM et φ_0=90°

On calcule le diamètre du cercle simplifié par $M_0M_1 = \frac{V_1}{X^{'}}$

On trace le cercle simplifié en prenant le diamètre M_0M_1

Echelle de couple :
$P_e \approx P_a = 3VI_1\cos\varphi$
$P_e = 2\pi n_S C_e$ Donc on calcule le courant statorique en fonction du couple
$I_{1a} = I_1\cos\varphi = \frac{2\pi n_S C_e}{3V} = 0{,}119.C$

Diagramme de cercle normalisé :
- On choisit une échelle de courant
- on calcule φ_0 à partir de l'essai à vide $\cos\varphi_0 = \frac{P_0}{3V_1I_0}$

On représente $OM_0=I_0$

- on calcule φ_{cc} à partir de l'essai en CC : $\cos\varphi_{CC} = \frac{P_{CC}}{3V_{CC}I_{CC}}$

- Calcul du courant de démarrage :

$$\frac{V_1}{I_d} = \frac{V_{CC}}{I_{CC}}$$

On représente $OM_1=I_d$

- si le puisque la puissance utile du moteur est inférieure à 15 kW, on calcule l'angle γ par la formule : $tg\gamma = \frac{2R_1I_0\sin\varphi_0}{V_1}$

- L'intersection de la médiatrice de M_0 M_1 avec la droite décalée de l'angle γ par rapport à l'horizontale passant par M_0 nous donne le centre du cercle Ω.
- On trace le cercle de centre Ω passant par M_0 et M_1
- Droite des puissances utiles c'est M_0 M_1
- Echelle de puissance : $P_a = 3V_1I_1\cos\varphi_1$
- Echelle de couple : 1 mm $\rightarrow \frac{P_U}{2\pi n_S}$

Détermination de la droite des couples : On calcule $L_1K_1 = \frac{R_1I_d^2}{V_1}$

On détermine L_1tel que : L_1K_1, on joint M_0 à L_1, ce qui donne la droite des couples M_0M_∞

Le facteur de stabilité est calculé par : $S = \frac{C_M}{C_N}$

EXERCICE N°1

Pour un moteur asynchrone à bagues, on donne : 220/380 V ; 50 Hz ; 8 pôles .
il est alimenté par une ligne triphasée de 380 V- 50 Hz.
1-1. A enroulement rotorique ouvert, la tension entre 2 bagues est de 360 V ; quel est alors le rapport de transformation phase à phase ''m'' ?
1-2. Sachant que le couple maximal est de 4590 Nm ; calculer la réactance de fuites X' ramenée au stator.
1-3. La résistance mesurée entre 2 bagues (moteur à l'arrêt) est de 0,064 Ω ; en déduire :
a- La résistance R_2 ; de chaque phase rotorique.
b- La valeur R_2' de la résistance rotorique ramenée au stator.
2- Au régime nominal le glissement vaut : g_N = 2,45% :
2-1. Calculer la fréquence de rotation nominale.
2-2. Quelle est la valeur du couple nominal ?
2-3. A vide le courant absorbé, pratiquement réactif, est de 78 A ; en déduire :
a- le courant statorique I_{1N} .
b- le facteur de puissance cos φ_{1N}
2-4. Calculer :
a- Les puissances utile et absorbée.
b- Le rendement du moteur.

Solution :

1-1. le couplage doit être en étoile, le rapport est calculé par :

$$m = \frac{U_2}{U_1} = \frac{360}{380} = \frac{18}{19}$$

1-2. $C_M = \dfrac{3pV_1^2}{2\omega X'} = 4590\ N.m$ ce qui donne : $X' = \dfrac{3pV_1^2}{2\omega C_M} = 0{,}2\,\Omega$

1-3 . a- R_2=0.064/2=0.032 Ω (couplage étoile)

b- $R_2' = \dfrac{R_2}{m^2} = 35{,}6\ m\Omega$

2-1. Le glissement étant définit par $g_N = (N_S - N_N) / N_S$

$$n_S = \frac{60f}{p} = 750\,tr/mn$$

on a donc $N_N = N_S(1 - g_N) = 732$ tr/mn

2-2. $C_N = \dfrac{3pV_1^2\,\dfrac{R_2'}{g_N}}{\omega\left[\left(\dfrac{R_2'}{g_N}\right)^2 + X'^2\right]} = 1240\ N.m$

2-3. a- I_{1N}= ? $\overline{I_1} = \overline{I_0} + \overline{I_2'}$

$$I_{1N}^2 = (I_0 + I_2'\sin\varphi_2)^2 + (I_2'\cos\varphi_2)^2$$

$\overline{V_1} = \overline{I_2'}\left(\dfrac{R_2'}{g} + j.X'\right)$ donc le courant : $I_2' = \dfrac{V_1}{\sqrt{\left(\dfrac{R_2'}{g}\right)^2 + (X')^2}} = 150\,A$

$tg\varphi_2 = \dfrac{X'g}{R_2'} = 0{,}1376$ d'où : $\varphi_2 = 7{,}8\,°$

D'après la relation : $I_{1N}^2 = (I_0 + I_2'\sin\varphi_2)^2 + (I_2'\cos\varphi_2)^2$; I_{1N}= 178 A

b- cos φ_{1N}= ?

$I_{1N}\cos\varphi_{1N} = I_2'\cos\varphi_2$, donc : cos φ_{1N}= 0,83

2-4. $P_u = 2\pi n_N C_u = 95052\,w$

$P_a = 3.V_1.I_{ph}.\cos\varphi = 97508\,w$

Le rendement :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a}\,x100\% = 97{,}5\%$$

EXERCICE N° 2

On reprend l'exercice précédent pour lequel on a déterminé n_S = 750 tr / mn ; X_2'= 0,2 Ω et R_2' = 35,6 mΩ .

1- Calculer :

a- La vitesse de rotation correspondante au couple maximal C_m.

b- Le couple de démarrage C_d.

2- Construire la caractéristique mécanique C = f (n).

3- Construire le diagramme du cercle (on adoptera 1 cm 100A) ; porter les points : M_n ; M_m ; et M_d ; en déduire la caractéristique I_1 = f (n).

4- Calculer la valeur du rhéostat rotorique pour laquelle le couple prend sa valeur maximale au démarrage

Solution :

1) a- La vitesse correspondante au couple maximal est calculée par: $N_m = N_S(1 - g_m)$

On calcule tout d'abord le glissement critique : $g_m = \frac{R_2^{'}}{X^{'}} = 0{,}178$

N_S=750tr/mn ; on trouve N_m=616 tr/mn

b- C_d= ?

on utilise la formule suivante : $C_d = \dfrac{3pV_1^2\dfrac{R_2^{'}}{1}}{\omega\left[\left(\dfrac{R_2^{'}}{1}\right)^2 + X^{'2}\right]} = 1595\ N.m$

2) caractéristique mécanique C=f(n)

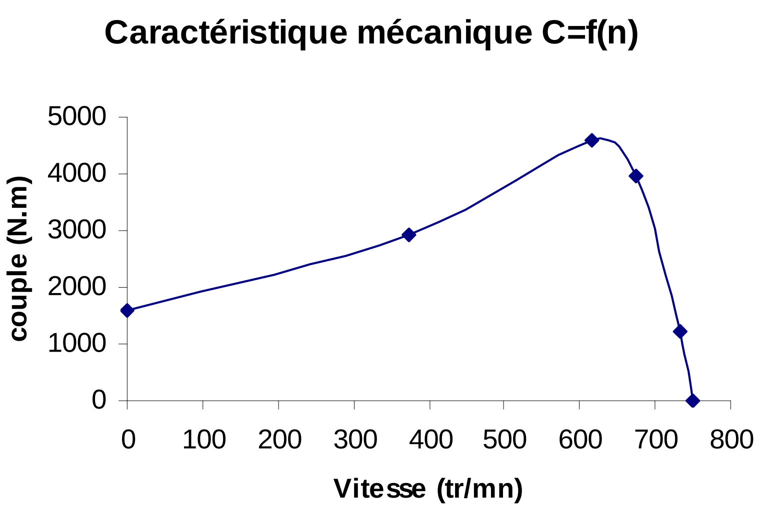
Il faut trouver l'expression du couple et la vitesse en fonction du glissement, ce qui donne :

$$C = \frac{3pV_1^2\dfrac{R_2^{'}}{g}}{\omega\left[\left(\dfrac{R_2^{'}}{g}\right)^2 + X^{'2}\right]} = \frac{3pV_1^2R_2^{'}g}{\omega\left((R_2^{'})^2 + g^2X^{'2}\right)} = \frac{20676.g}{0{,}398 + 12{,}56.g^2}$$

$N = N_S(1 - g)$=750(1-g)

On peut rassembler toutes les données dans le tableau suivant en joutant d'autres valeurs (en choisissant par exemple g=0,1 et g =0,5 pour le fonctionnement en moteur).

g	0	0,0245	0,1	0,178	0,5	1
C(N.m)	0	1240	3950	4590	2920	1595
N(tr/mn)	750	732	675	616	374	0



3) Diagramme du cercle :

$OM = I_0 = 78$ A $\equiv$ 0,78 cm et $\varphi_0 = 90°$

On calcule $M_0M_1 = \frac{V_1}{X'} = \frac{220}{0,2} = 1100A \equiv$ 11 cm

On trace le cercle simplifié en prenant le diamètre M_0M_1

Echelle de couple :

$P_e \approx P_a = 3VI_1\cos\varphi$

$P_e = 2\pi n_S C_e$ Donc on calcule le courant statorique en fonction du couple

$I_{1a} = I_1 \cos\varphi = \frac{2\pi n_S C_e}{3V} = 0,119.C$

Représentation des points : M_n ; M_m ; *et* M_d

M_n : C_N=1240 Nm $\Rightarrow$ I_{1a}= 147,56 A$\equiv$ 1,5 cm

M_m: C_m=4590 Nm $\Rightarrow$ I_{1a}= 546 A$\equiv$ 5,5 cm

M_d: C_d=1595 Nm $\Rightarrow$ I_{1a}= 199,8 A$\equiv$ 2 cm

Du diagramme de cercle, on mesure le glissement critique g_m=11cm, comme g_m=0,178, on déduit l'échelle de glissement : 1cm $\rightarrow$ 1,62%

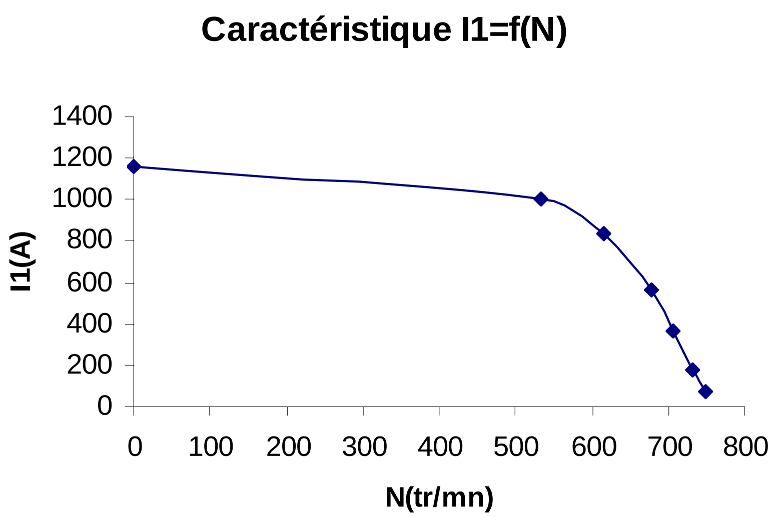
Caractéristique I_1 = f (n) :

I_1 et g sont déterminés à partir des positions M du diagramme de cercle, on peut ajouter d'autres points par exemples M' , M'', M''' ; I_1=OM puis on mesure g=M_0G

on rassemble toutes les données dans le tableau suivant :

Points	M_0	M_N	M'	M''	M_m	M'''	M_d
g(%)	0	2,45	5,83	9,6	17,8	28,75	100
N(tr/mn)	750	732	706	678	616	534	0
I_1(A)	78	178	370	565	840	1000	1160

On calcule les vitesses N par la formule N =750 (1-g)



4) comme $g_m = \frac{R_2'}{X'}$, le couple prend sa valeur maximale au démarrage c'est-à-dire g_m=1, donc $R_2' = X' = 0,2\,\Omega$

La résistance rotorique + la résistance du rhéostat ramenées au stator sera :

$R_2^{'} = \frac{(R_2 + Rh)}{m^2}$, donc : $Rh = m^2 R_2^{'} - R_2 = (\frac{18}{19})^2 .0,2 - 0,032 = 0,15\,\Omega$.

EXERCICE N °3

La plaque signalétique d'un moteur asynchrone triphasé dont le stator est branché en étoile, porte les indications : 380 V; 3,5 kW; 50 Hz; 4 pôles.

Le moteur a été soumis aux essais suivants :

- Essai à vide: 380 V ; 3,7 A et 350 W
- Essai en c.c (rotor calé) : 87,4V ; 6,9 A et 370 W
- mesures à chaud des résistances par phase respectivement statorique et rotorique : $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 0,3\ \Omega$.

1- Représenter le diagramme de cercle normalisé.
2- Déterminer en régime nominal, le courant absorbé et le facteur de puissance.
3- Calculer dans les conditions précédentes, le couple utile, le glissement, le rendement ainsi que le facteur de stabilité S

Solution :

1) Diagramme de cercle normalisé :

Echelle de courant : 1mm $\rightarrow$0,2 A $\equiv$ 1A $\rightarrow$ 5 mm

- $\cos\varphi_0 = \frac{P_0}{3V_1 I_0} = 0,143$ donc $\varphi_0 = 82^\circ$

On représente $OM_0=I_0=3,7$ A $\equiv$ 18,5 mm

- $\cos\varphi_{CC} = \frac{P_{CC}}{3V_{CC} I_{CC}} = 0,3542$ donc $\varphi_{CC} = 69^\circ$

Avec $\text{Icc} = \frac{87,4}{\sqrt{3}} = 50A$

Calcul du courant de démarrage :

$\frac{V_1}{I_d} = \frac{V_{CC}}{I_{CC}}$ ce qui donne I_d=30 A

On représente $OM_1=I_d$=30 A $\equiv$ 150 mm

Puisque la puissance utile du moteur est P_u=3,7 kW qui est inférieure à 15 kW, donc on calcule l'angle γ par la formule : $tg\gamma = \frac{2R_1 I_0 \sin\varphi_0}{V_1} = 0,0333$ donc $\gamma=2^\circ$

L'intersection de la médiatrice de M_0 M_1 avec la droite décalée de l'angle γ par rapport à l'horizontale passant par M_0 nous donne le centre du cercle Ω.

On trace le cercle de centre Ω passant par M_0 et M_1

Droite des puissances utiles c'est M_0 M_1

- Echelle de puissance : $P_a = 3V_1 I_1 \cos\varphi_1$

Donc 1 mm $\rightarrow$3x220x0,2 = 132 W

- Echelle de couple

1 mm $\rightarrow \frac{P_U}{2\pi n_S} = 0,84\ N.m$

Détermination de la droite des couples :

On calcule $L_1K_1 = \frac{R_1 I_d^2}{V_1} = 4{,}1A \equiv 20{,}5$ mm

On détermine L_1tel que : L_1K_1= 20,5 mm, on joint M_0 à L_1, ce qui donne la droite des couples M_0M_∞

2) Puissance nominale P_U=3,5 W,

1mm $\rightarrow$132 W
M_NN $\rightarrow$3500 W
Donc : M_NN= 26,5 mm, ce segment est vertical tel que M_N sur le cercle et le point N appartenant à la droite des puissances M_0 M_1
On mesure OM_N=41 mm, ce qui donne I_{1N}=41x0,2=8,2 A
On mesure φ_{1N}= 37° donc cos φ_{1N}=0,8

3) Couple utile : on trace M_NL verticalement tel que L appartenant à la droite des couples M_0M_∞, on mesure M_NL=28 mm, donc : C_U=28xO,84=23,5 Nm

On trace la droite des glissements en traçant une droite parallèle à la droite des couples et qui sera graduée linéairement.

Sur le diagramme de cercle, on trace la droite M_0M_N qui couple la droite des glissement au point g_N puis on mesure le glissement nominal en mesurant Og_N
g_N=6%

Rendement nominal : $\eta_N = \frac{M_NN}{M_NH} = \frac{26{,}5}{31{,}5} x100 = 84\%$

Facteur de stabilité : $S = \frac{C_M}{C_N} = \frac{M_{\max}L'}{M_NL} = \frac{62}{28} = 2{,}2$

EXERCICE N °4

On se propose d'assurer le démarrage du moteur à bagues à l'aide d'un rhéostat rotorique dont le couple nominal est de : 23,5 N.m ; sachant que le glissement correspondant au couple maximal est de 0,128 tel que K = $\frac{C_m}{C_N} = 1{,}8$; déterminer :

1 - Le nombre de plots du rhéostat.
2 - Les résistances de différentes sections.
3 - Les vitesses de passage sur les différents plots

Solution :

1- $g_n = g_N$ et $g_{n-1} = g_m$ = 0,128

Remarque : l'indice n indique le numéro de plots mais N indique le régime nominal

C_N= 23,5N.m d'où : C_m=1,8x C_N= 42,3 N.m
Au couple maximal constant, on peut écrire :

$\frac{R_1}{1} = \frac{R_2}{g_1} = \frac{R_3}{g_2} = ... = \frac{R_{n-1}}{g_{n-2}} = \frac{R_n}{g_{n-1}}$, ce qui donne :

$R_1 = \frac{R_n}{g_{n-1}} = \frac{R_{rotor}}{g_m} = \frac{O{,}3}{0{,}128} = 2{,}34\ \Omega$

Pour la même résistance on peut écrire :

$$K = \frac{C_M}{C_N} = \frac{1}{g_1} = \frac{g_1}{g_2} = \frac{g_2}{g_3} = \ldots\ldots\ldots = \frac{g_{n-2}}{g_{n-1}} = \frac{g_{n-1}}{g_n}$$

$K^n = \frac{1}{g_1} \cdot \frac{g_1}{g_2} \cdot \frac{g_2}{g_3} \ldots\ldots\ldots \frac{g_{n-2}}{g_{n-1}} \cdot \frac{g_{n-1}}{g_n} = \frac{1}{g_n}$, ce qui donne le nombre de plots

$$K = \frac{C_m}{C_N} = \frac{g_{n-1}}{g_n} = 1{,}8$$

$$g_n = \frac{g_{n-1}}{K} = \frac{0{,}128}{1{,}8} = 0{,}07 = g_N$$

$n = \frac{Log\, g_n}{Log\, k} = 4{,}49$, on prend n= 5

2- on recalcule le rapport K

$$K' = \sqrt[n]{\frac{1}{g_n}} = \sqrt[5]{\frac{1}{0{,}07}} = 1{,}7$$

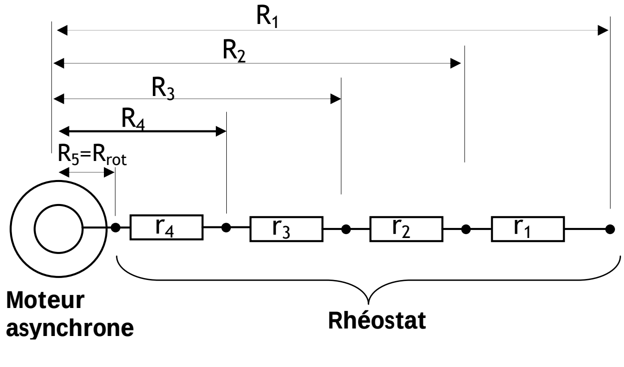
Au couple nominal : $R_n = \frac{g_n}{g_{n-1}} \cdot R_{n-1} = \frac{R_{n-1}}{K'}$

$$R_2 = \frac{R_1}{K'} = \frac{2{,}34}{1{,}7} = 1{,}38\,\Omega$$

$$R_3 = \frac{R_2}{K'} = \frac{1{,}38}{1{,}7} = 0{,}8\,\Omega$$

$$R_4 = \frac{R_3}{K'} = \frac{0{,}8}{1{,}7} = 0{,}48\,\Omega$$

$$R_5 = \frac{R_4}{K'} = \frac{0{,}48}{1{,}7} = 0{,}3\,\Omega = R_{rotor}$$



Donc les différentes résistances du rhéostat sont calculées par :

$r_1 = R_1 - R_2 = 1\,\Omega$

$r_2 = R_2 - R_3 = 0{,}6\,\Omega$

$r_3 = R_3 - R_4 = 0{,}3\,\Omega$

$r_4 = R_4 - R_5 = 0{,}2\,\Omega$

3- Les différentes vitesses de passage sont données par :

Comme $K' = \sqrt[n]{\frac{1}{g_n}}$ donc on applique $g_n = \frac{1}{K'^n}$ pour calculer les différentes valeurs de glissement de passage d'un plot à un autre ; on calcule les vtesse correspondante en utilisant la formule : $n=n_5(1-g)$; on trouve :

$g_1=0,59 \Rightarrow n_1=615$ tr/mn
$g_2=0,35 \Rightarrow n_1=975$ tr/mn
$g_3=0,20 \Rightarrow n_1=1200$ tr/mn
$g_4=0,12 \Rightarrow n_1=1320$ tr/mn
$g_5=0,07 \Rightarrow n_5=1395$ tr/mn