

Résoudre système d'équation différentielle de la forme :

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = a_1 \cdot y + b_1 \cdot z + f_1(t) \\ \frac{dz}{dt} = a_2 \cdot y + b_2 \cdot z + f_2(t) \end{cases}$$

Exemple : en utilisant la transformation de Laplace résoudre :

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = y + z \\ \frac{dz}{dt} = y - z \end{cases}$$

avec les condition initiale : $y_0 = 1$, $z_0 = 2$

On introduit TL :

$$\begin{cases} TL\left(\frac{dy}{dt}\right) = TL(y) + TL(z) \\ TL\left(\frac{dz}{dt}\right) = TL(y) - TL(z) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} P.TL(y) - y_0 = TL(y) + TL(z) \\ P.TL(z) - z_0 = TL(y) - TL(z) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} (P-1).TL(y) - TL(z) = y_0 = 1 \\ -TL(y) + (P+1).TL(z) = z_0 = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} TL(y) = \frac{P+3}{P^2-2} \\ TL(z) = \frac{2.P+1}{P^2-2} \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} y(t) = TL^{-1}\left(\frac{P+3}{(P-\sqrt{2}).(P+\sqrt{2})}\right) \\ z(t) = TL^{-1}\left(\frac{2.P+1}{(P-\sqrt{2}).(P+\sqrt{2})}\right) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y(t) = TL^{-1}\left(\frac{a}{(P-\sqrt{2})} + \frac{b}{(P+\sqrt{2})}\right) \\ z(t) = TL^{-1}\left(\frac{c}{(P-\sqrt{2})} + \frac{d}{(P+\sqrt{2})}\right) \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} y(t) = a.\exp(\sqrt{2}.t) + b.\exp(-\sqrt{2}.t) \\ z(t) = c.\exp(\sqrt{2}.t) + d.\exp(-\sqrt{2}.t) \end{cases}$$