Suite TD 4

Exercice 1:

Résoudre l'équation différentielle par la méthode différence finies dans l'intervalle $x \in [1,3]$ Avec Nombre de points N=5 ,et le pas H=(3-1)/(5-1)=0.5

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + 4.y = 1 \quad ; \qquad x = 1 \\ (2-x).\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3.\dfrac{dy}{dx} + x.y = 4.x^2 \\ \dfrac{dy}{dx} + 2.y = 5 \; ; \qquad x = 3 \end{cases}$$

K= 1	K= 2	K= 3	K= 4	K= 5
X(1)=1	X(2)= 1.5	X(3)=2	X(4)=2.5	X(5)=3
y(1)= ?	y(2)= ?	y(3)= ?	y(4)= ?	y(5)= ?

- **En remplaçant par les lois de la méthode différence finies on trouve :**

$$\begin{cases} K = 1 \rightarrow \left(\qquad \right) y(1) + \left(\qquad \right) y(2) = \left(\; 1 \; \right) \\ K = 2,3,4 \rightarrow \left(\qquad \right) y_{K-1} + \left(\qquad \right) y_K + \left(\qquad \right) y_{K+1} = 4.x_K^2 \\ K = 5 \rightarrow \left(\qquad \right) y(4) + \left(\qquad \right) y(5) = \left(\; 5 \; \right) \end{cases}$$

- **construire le système tri-diagonal :**

$$\begin{array}{l} K=1\rightarrow \\ K=2\rightarrow \\ K=3\rightarrow \\ K=4\rightarrow \\ K=5\rightarrow \end{array} \begin{bmatrix} (\quad) & (\quad) & 0 & 0 & 0 \\ (\quad) & (\quad) & (\quad) & 0 & 0 \\ 0 & (\quad) & (\quad) & (\quad) & 0 \\ 0 & 0 & (\quad) & (\quad) & (\quad) \\ 0 & 0 & 0 & (\quad) & (\quad) \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} y1 \\ y2 \\ y3 \\ y4 \\ y5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\;1\;) \\ (\quad) \\ (\quad) \\ (\quad) \\ (\;5\;) \end{Bmatrix}$$

- **en utilisant la méthode de Gauss pour résoudre le système d'équation :**
  Le système après transformation :

$$\begin{array}{l} K=1\rightarrow \\ K=2\rightarrow \\ K=3\rightarrow \\ K=4\rightarrow \\ K=5\rightarrow \end{array} \begin{bmatrix} (\quad) & (\quad) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\quad) & (\quad) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\quad) & (\quad) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\quad) & (\quad) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (\quad) \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} y1 \\ y2 \\ y3 \\ y4 \\ y5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\;1\;) \\ (\quad) \\ (\quad) \\ (\quad) \\ (\quad) \end{Bmatrix}$$

- **La solution de système est:**

Y1	Y2	Y3	Y4	Y5

Solution :

Exercice 1:

Résoudre l'équation différentielle par la méthode différence finies dans l'intervalle $x \in [1,3]$ Avec Nombre de points N=5 ,et le pas H=(3-1)/(5-1)=0.5

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + 4.y = 1 \quad ; \qquad x = 1 \\ (2-x).\dfrac{d^2y}{dx^2} + 3.\dfrac{dy}{dx} + x.y = 4.x^2 \\ \dfrac{dy}{dx} + 2.y = 5 \;; \qquad x = 3 \end{cases}$$

K= 1	K= 2	K= 3	K= 4	K= 5
X(1)=1	X(2)= 1.5	X(3)=2	X(4)=2.5	X(5)=3
y(1)= ?	y(2)= ?	y(3)= ?	y(4)= ?	y(5)= ?

- **En remplaçant par les lois de la méthode différence finies on trouve :**

$$\begin{cases} K=1 \rightarrow \left(-\dfrac{1}{H}+4\right)y_{(1)} + \left(\dfrac{1}{H}\right)y_{(2)} = (1) \\ K=2,3,4 \rightarrow \left(\dfrac{2-x_K}{H^2} - \dfrac{3}{2.H}\right)y_{(K-1)} + \left(-2.\dfrac{2-x_K}{H^2} + x_K\right)y_{(K)} + \left(\dfrac{2-x_K}{H^2} + \dfrac{3}{2.H}\right)y_{(K+1)} = 4.x_K^2 \\ K=5 \rightarrow \left(-\dfrac{1}{H}\right)y_{(4)} + \left(\dfrac{1}{H}+2\right)y_{(5)} = (5) \end{cases}$$

- **construire le système tri-diagonal :**

$$\begin{array}{l} K=1 \rightarrow \\ K=2 \rightarrow \\ K=3 \rightarrow \\ K=4 \rightarrow \\ K=5 \rightarrow \end{array} \begin{bmatrix} (2) & (2) & 0 & 0 & 0 \\ (-1) & (-2.5) & (5) & 0 & 0 \\ 0 & (-3) & (2) & (3) & 0 \\ 0 & 0 & (-5) & (6.5) & (1) \\ 0 & 0 & 0 & (-2) & (4) \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} y1 \\ y2 \\ y3 \\ y4 \\ y5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (1) \\ (9) \\ (16) \\ (25) \\ (5) \end{Bmatrix}$$

Résoudre le système tri diagonale par La méthode de Gauss, on doit éliminer la diagonale inferieure.
On crée des zéro dans ***Di(K+1)*** *solen les étapes suivant :* pour $K = 1 \rightarrow N-1$

	$R = \dfrac{Di_{K+1}}{Dp_K^*}$	$Di_{K+1}^* = 0$	$Dp_{K+1}^* = Dp_{K+1} - R.Ds_K$	$Ds_{K+1}^* = Ds_{K+1}$	$f_{K+1}^* = f_{K+1} - R \,.\, f_K^*$
K=1	$R = \dfrac{2}{-1}$	$Di_2^* = 0$	$Dp_2^* = -2.5 - \dfrac{2}{-1}.2 = -1.5$	$Ds_2^* = 5$	$f_2^* = 9 - \dfrac{2}{-1}.1 = 9.5$
K=2	$R = \dfrac{-3}{1.5}$	$Di_3^* = 0$	$Dp_3^* = 2 - \dfrac{3}{1.5}.(5) = -8$	$Ds_3^* = 3$	$f_3^* = 16 - \dfrac{3}{1.5}.9.5 = -3$
K=3	$R = \dfrac{-5}{-8}$	$Di_4^* = 0$	$Dp_4^* = 6.5 - \dfrac{-5}{-8}.3 = 4.625$	$Ds_4^* = 1$	$f_4^* = 25 - \dfrac{-5}{-8}.(-3) = 26.875$
K=4	$R = \dfrac{-2}{4.625}$	$Di_5^* = 0$	$Dp_5^* = 4 - \dfrac{-2}{4.625} * 1 = 4.4324$	/	$f_5^* = 5 - \dfrac{-2}{4.625}.(26.875) = 16.6216$

- **en utilisant la méthode de Gauss pour résoudre le système d'équation :**

Le système après transformation :

$$\begin{array}{l} K=1\rightarrow \\ K=2\rightarrow \\ K=3\rightarrow \\ K=4\rightarrow \\ K=5\rightarrow \end{array}\begin{bmatrix} (2) & (2) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-1.5) & (5) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (-8) & (3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (4.625) & (1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (4.4324) \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} y1 \\ y2 \\ y3 \\ y4 \\ y5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (1) \\ (9.5) \\ (-3) \\ (26.875) \\ (16.6216) \end{Bmatrix}$$

La solution du système est : Pour K=N=5 : $y_5 = \frac{f_5^*}{Dp_5^*} = \frac{16.6216}{4.4324} = 3.75$

	$y_K = \frac{f_K^* - Ds_K . y_{K+1}}{Dp_K^*}$; $K = N-1 \rightarrow 1$
K=4	$y_4 = (26.875 - 1.y_5)/(4.625) = 5$
K=3	$y_3 = (-3 - 3.y_4)/(-8) = 2.25$
K=2	$y_2 = (9.5 - 5 * y_3)/(-1.5) = 1.1667$
K=1	$y_1 = (1 - 2.y_2)/(2) = -0.6667$

- **La solution de système est:**

Y1	Y2	Y3	Y4	Y5
-0.6667	**1.1667**	**2.25**	**5**	**3.75**