Tp02 (initiation de programmation Matlab)

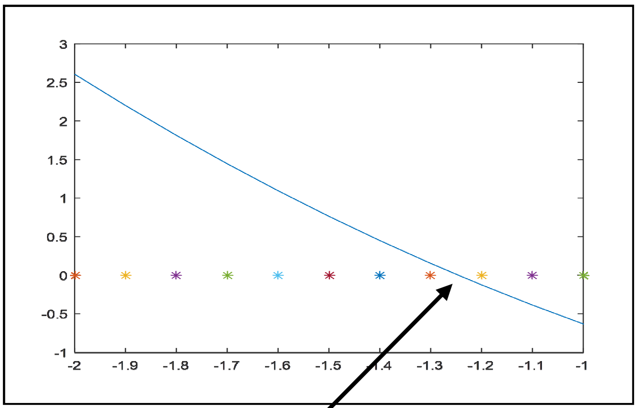
Exercice :(résoudre équations non linéaire Numériquement)

En utilisant la command ***fsolve(f , xe),***
Résoudre équation non linéaire suivant

$$F(x) = x^2 - 2 + \exp\left(\frac{1}{x}\right)$$

Tel que la solution estime $xe = -2$

```
clc
clear all
f=@(x)x.^2-2+exp(1./x)
x=[-2:0.1:-1] ;
y=f(x);
plot(x,y,x,0,'-*')
xe=-2 ; xc=fsolve(f,xe)
```



La solution xc=-1.2458

Exercice :(Résoudre système des équations non linéaire Numériquement)

En utilisant la command ***fsolve(f , xe)***
Ecrire un programme matlab qui résoudre
Systèmes d'équations non linéaires

$$\begin{cases} f_1(x_1,x_2) = 2.x_1 - x_2 - \exp(-x_1) - 4 = 0 \\ f_2(x_1,x_2) = -x_1 + 2.x_2 - 2.x_2 + \exp(-x_2) + 3 = 0 \end{cases}$$

Tel que la solution estime $xe = [0 \quad 0]$

La solution xc=[2.0754   0.0252]

```
clc
clear all
f =@(x)[2*x(1)- x(2)-exp(-x(1))-4;
        -x(1)+2*x(2)-exp(-x(2))+3]

disp('solution du system non lineaire')
 xe=[0 0]  ;    xc=fsolve(f,xe)
```

Exercice (Résoudre équation différentielle du premier ordre Numériquement)

Soit le problème de Cauchy (condition initiale) suivant : $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = F(x,y) \quad ; \quad x \in [a,b] \\ y(x=a) = \alpha \quad (Condition \quad Initiale) \end{cases}$

On peut trouver dans langage Matlab des instruction qui résoudre équation différentielle du premier ordre Numériquement comme : **ode45( )**

x	*y*
0	***3***
0.25	***2.3486***
0.5	***1.897***
0.75	***1.6311***
1	***1.5403***

```
clc
clear all
f=@(x,y) (x^2-1)*y;
a=0 ; b=1 ;n=5 ;h=(b-a)/(n-1); alpha=3 ;

 [x,y]=ode45(f,[a :h :b],[alpha]);
x
y
plot(x,y,'-*')
```

Exercice (Résoudre système d'équations différentielles du premier ordre Numériquement)

Soit le problème de Cauchy (condition initiale) suivant :

$$;\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = F_1(x, y_1, y_2, \ldots\ldots\ldots\ldots, y_N) \\ \dfrac{dy_2}{dx} = F_2(x, y_1, y_2, \ldots\ldots\ldots\ldots, y_N) \\ . \\ . \\ \dfrac{dy_N}{dx} = F_N(x, y_1, y_2, \ldots\ldots\ldots\ldots, y_N) \end{cases}$$

Tel que $x \in [a,b]$

Condition initiale

$$\begin{cases} y_1(x=a) = \alpha_1 \\ y_2(x=a) = \alpha_2 \\ . \\ . \\ y_N(x=a) = \alpha_N \end{cases}$$

Exercice : résoudre système équations différentielle suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = F_1(x, y_1, y_2) = y_{(1)} * y_{(2)} + x \\ \dfrac{dy_2}{dx} = F_2(x, y_1, y_2) = -y_{(1)} + 2 * y_{(2)} - x.\hat{}\,2 + 1 \end{cases}$$

Tel que

$x \in [a,b] = [0,1]$

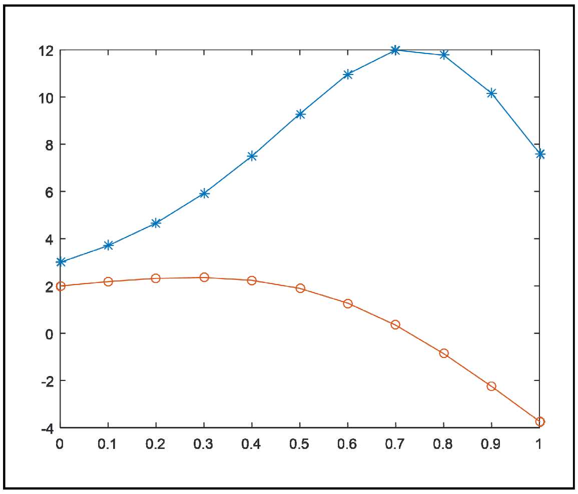
Condition initiale

$$\begin{cases} y_1(x=a) = \alpha_1 = 3 \\ y_2(x=a) = \alpha_2 = 2 \end{cases}$$

```
clc  ; clear all
f=@(x,y)[ y(1).*y(2)+x     ;
          -y(1)+2*y(2)-x.^2+1]

a=0 ; b=1 ;n=11 ;h=(b-a)/(n-1) ; alpha=[3 2] ;
[x,y]=ode45(f,[a :h :b],[alpha]) ;
x
y
plot(x,y(:,1),'-*',x,y(:,2),'-o')
```

x	Y1	Y2
0	3.0000	2.0000
0.1	3.7048	2.1854
0.2	4.6599	2.3187
0.3	5.9208	2.3556
0.4	7.5001	2.2371
0.5	9.2910	1.8955
0.6	10.9717	1.2709
0.7	11.9881	0.3383
0.8	11.7717	0.8668
0.9	10.1589	-2.2564
1.	7.6129	-3.7384



Résoudre système Tri diagonale par Méthode de Gauss

$$\begin{bmatrix} Dp_1 & Ds_1 & 0 & 0 & . & . & . & . & 0 & 0 \\ Di_2 & Dp_2 & Ds_2 & 0 & 0 & & & & & 0 \\ 0 & Di_3 & Dp_3 & Ds_3 & 0 & & & & & \\ . & 0 & . & . & . & & & & & \\ . & & & . & . & . & & & & \\ . & & & & . & . & . & & & \\ . & & & & & . & . & . & 0 & \\ . & & & & & & Di_{N-2} & Dp_{N-2} & Ds_{N-2} & 0 \\ 0 & & & & & & 0 & Di_{N-1} & Dp_{N-1} & Ds_{N-1} \\ 0 & 0 & . & . & . & . & 0 & 0 & Di_N & Dp_N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ y_{N-2} \\ y_{N-1} \\ y_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ V_{N-2} \\ V_{N-1} \\ V_N \end{Bmatrix}$$

Di : Diagonale inférieur de matrice [A]
Dp : Diagonale principale //
Ds : Diagonale supérieur //
V : deuxième membre du système

La méthode de Gauss consiste a transformé le système linéaire vers un système triangulaire supérieure. Dans le cas d'un système tri diagonale, on doit éliminer la diagonale inferieure, Selon les étapes suivant :

$$\boxed{Di_{K+1}{}^* = 0} \;;\; \boxed{Dp_{K+1}{}^* = Dp_{K+1} - \frac{Di_{K+1}}{Dp_K^*}.Ds_K} \;;\; \boxed{Ds_{K+1}{}^* = Ds_{K+1}} \;;\; \boxed{V_{K+1}{}^* = V_{K+1} - \frac{Di_{K+1}}{Dp_K^*}.V_K^*} \;;$$

$$\boxed{K = 1 \rightarrow N-1}$$

$$\begin{bmatrix} Dp_1 & Ds_1 & 0 & 0 & . & . & . & . & 0 & 0 \\ 0 & Dp_2^* & Ds_2 & 0 & 0 & & & & & 0 \\ 0 & 0 & Dp_3^* & Ds_3 & 0 & & & & & \\ . & 0 & . & . & . & & & & & \\ . & & & . & . & . & & & & \\ . & & & & . & . & . & & & \\ . & & & & & . & . & . & 0 & \\ . & & & & & & 0 & Dp_{N-2}^* & Ds_{N-2} & 0 \\ 0 & & & & & & 0 & 0 & Dp_{N-1}^* & Ds_{N-1} \\ 0 & 0 & . & . & . & . & 0 & 0 & 0 & Dp_N^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ y_{N-2} \\ y_{N-1} \\ y_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_1 \\ V_2^* \\ V_3^* \\ . \\ . \\ . \\ . \\ V_{N-2}^* \\ V_{N-1}^* \\ V_N^* \end{Bmatrix}$$

La solution du système après élimination la diagonale inferieure $\boxed{Di_{K+1}{}^* = 0}$

On commence le calcule par : $\boxed{y_N = \frac{V_N^*}{Dp_N^*}}$

On déduire la Formule générale de la solution de système comme suit :

$$\boxed{Dp_K^*.y_K + Ds_K.y_{K+1} = V_K^*}$$

Donc : $\boxed{y_K = \frac{V_K^* - Ds_K.y_{K+1}}{Dp_K^*} \;;\; K = N-1 \rightarrow 1}$

Exercice : écrire un programme Matlab qui résoudre système Tri diagonale par Méthode de Gauss

$$[A].\{y\}=\{V\} \rightarrow \begin{bmatrix} -3 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 2.5 & -1 & -0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & -7 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 13.5 & -17 & 4.5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

```
clc  ;  clear all
n=5 ;
di=[0   2.5   7   13.5 -1] ;
dp=[-3  -1   -7  -17     1] ;
ds=[ 4  -0.5  1    4.5   0] ;
 v=[ 3   1    1     1    0] ;

%====resoudre le systeme tri-diagonal par la method de GAUSS
for k=1:n-1
dp(k+1)=dp(k+1)-  di(k+1) *ds(k) /dp(k);
 v(k+1)= v(k+1)-  di(k+1) *v(k)  /dp(k);
end

disp('la solution du system tri diagonale')

y(n)=v(n)/dp(n);
for k=n-1:-1:1
y(k)=(v(k)-ds(k)*y(k+1)) /dp(k);
end
y`
```

la solution du system tri diagonale

y
1.6089
1.9567
2.1312
2.2217
2.2217